

Solution de la série n°4

Exercice 01 :

On considère une machine à vapeur qui fonctionne entre $T_1 = 550^\circ\text{C}$ et $T_2 = 250^\circ\text{C}$.

1°/ Rappeler la définition de l'efficacité η des moteurs thermiques.

2°/ Exprimer η en fonction des quantités de chaleur Q_1 et Q_2 échangées par le gaz avec les sources chaudes et froides aux températures T_1 et T_2 respectivement.

3°/ Donner l'expression de cette efficacité dans le cas d'un cycle dithermes réversible en fonction des températures du problème. En pratique, un tel moteur aura une efficacité valant 70% de cette efficacité maximale. Combien vaut-elle numériquement ?

Solution d'Ex01 :

1°/ Pour les moteurs thermiques, l'efficacité (rendement) est définie par :

$$\eta = \frac{|W|}{Q_1}$$

2°/ L'efficacité en fonction des quantités de chaleur échangées :

Pour un cycle, la variation d'énergie interne est nulle, d'où :

$$\Delta U = W + Q_1 + Q_2 = 0$$

Soit :

$$|W| = Q_1 + Q_2$$

On en déduit :

$$\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

3°/ La variation d'entropie du gaz en contact avec deux sources de chaleur est :

$$\Delta S \geq \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2}$$

Puisqu'il y a réversibilité, il y a égalité et puisqu'il y a cycle, la variation d'entropie est nulle. Soit :

$$\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

On en déduit :

$$\frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{T_2}{T_1}$$

L'efficacité maximale (rendement) dite de Carnot d'un cycle dithermes réversible vaut donc

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

L'efficacité réelle (le rendement) du moteur vaut :

$$\eta_r = \frac{70}{100} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{70}{100} \left(1 - \frac{523}{823} \right) = 0,255.$$

Exercice 02 :

Le fonctionnement du moteur à explosion peut -être modélisé par le cycle théorique de Beau de Rochas. Ce cycle représenté dans un diagramme de Clapeyron, peut se décomposer en quatre temps :

- * premier temps, est une **compression adiabatique réversible** AB du mélange combustible avec un rapport volumique $a = V_A/V_B$.
- * le deuxième temps est une **compression isochore** BC, résultant de la combustion du mélange.
- * le troisième temps est une **détente adiabatique réversible** selon CD. En D, le piston est au point mort bas : $V_D = V_A$.
- * le quatrième temps est un **refroidissement isochore** DA.

La quantité de carburant injecté étant peu importante par rapport à celle de l'air aspiré, on la négligera devant cette dernière. Le cycle est étudié pour **une mole** d'air assimilé à un gaz parfait.

QUESTIONS :

- 1- Compléter l'allure du cycle figure1.
- 2- Déterminer la valeur des volumes V_A et V_B aux points A et B.
- 3- Calculer la pression P_B et la température T_B au point B
- 4- Exprimer, en fonction des températures aux extrémités du cycle, les quantités de chaleur algébriques Q_{AB} , Q_{BC} , Q_{CD} , Q_{DA} , échangées avec le milieu extérieur au cours de chacune des quatre phases. Calculer leurs valeurs numériques. En déduire par application du Premier Principe, la valeur algébrique W du travail fourni à l'air au cours du cycle .
- 5- Le rendement du cycle s'exprime par :

DONNEES :

Constante des gaz parfaits :

$$R = 8,32 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

Capacité Thermique molaire de l'air à pression constante :

$$C_p = 29 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

Capacité thermique molaire de l'air à volume constant :

$$C_v$$

Valeur du rapport $\gamma = C_p/C_v$,

$$\gamma = 1,40$$

Valeur du rapport volumique $a = V_A/V_B$

$$a = 7$$

Valeurs de la pression, et de la température aux extrémités du cycle :

$$P_A = 105 \text{ Pa} ; P_C = 62. 105 \text{ Pa}, P_D = 4,08. 105 \text{ Pa} .$$

$$T_A = 300 \text{ K} \quad T_C = 2,65. 10^3 \text{ K} ; \quad T_D = 1,21. 10^3 \text{ K} .$$

On rappelle que lors de la transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait $P.V^\gamma = \text{Constante}$

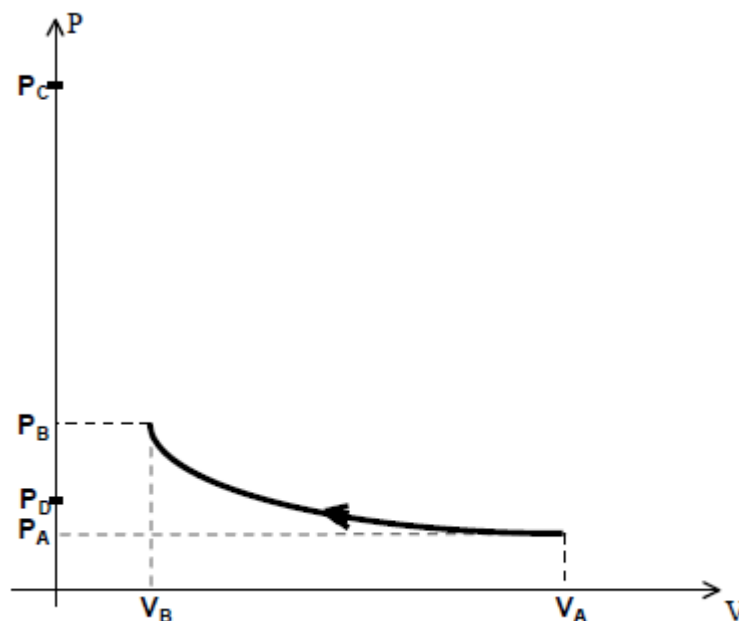
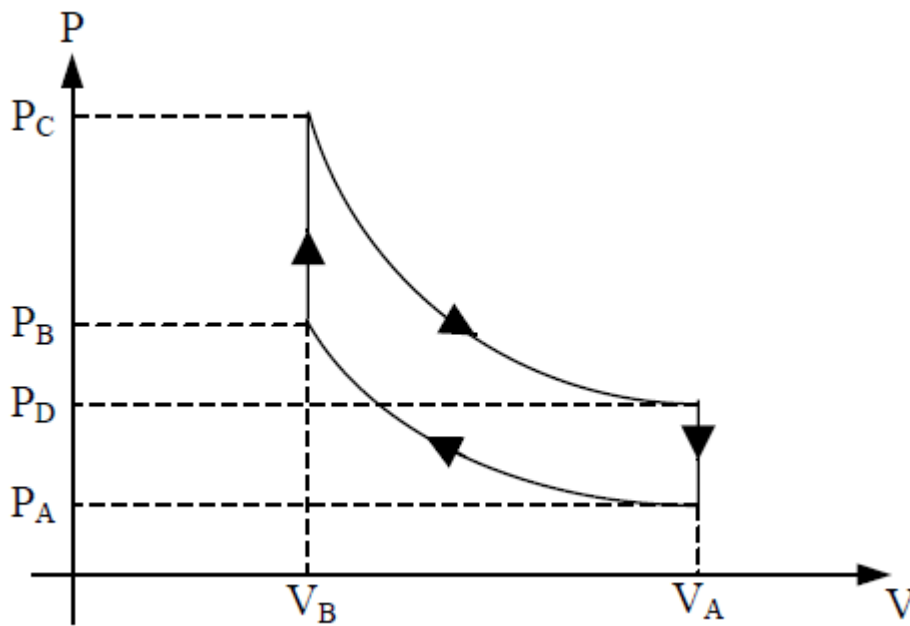


figure1

Solution de l'Ex 02 :

1/ Remarque : $P_C = 62 \text{ bar}$: je ne connais pas de moteur qui subisse une telle pression (la technologie actuelle des voitures le permet-elle ? avis à ceux qui m'écriront...)



2/

$$P_A \cdot V_A = R \cdot T_A \text{ pour une mole, d'où } \boxed{V_A = R \cdot T_A / P_A} \approx 8,32 \times 300 / 1.10^5 \approx 25 \text{ L}$$
$$\boxed{V_B = V_A / a} = 3,5 \text{ L}$$

3/

$$\text{AB est adiabatique, d'où } P_A \cdot V_A^\gamma = P_B \cdot V_B^\gamma \Rightarrow \boxed{P_B = P_A \cdot (V_A / V_B)^\gamma} \approx 1.10^5 \times 7^{1,4} \approx 15.10^5 \text{ Pa}$$
$$P_B \cdot V_B = R \cdot T_B \Rightarrow \boxed{T_B = P_B \cdot V_B / R} \approx 15.10^5 \times 3,5.10^{-3} / 8,32 \approx 653 \text{ K}$$

4/

$$\boxed{Q_{AB} = 0} \text{ et } \boxed{Q_{CD} = 0} \text{ car AB et CD sont adiabatiques.}$$

$$Q_{BC} = C_V \cdot (T_C - T_B) \text{ et } Q_{DA} = C_V \cdot (T_A - T_D) \text{ car ces transformations sont isochores. On a de plus } C_V = C_p / \gamma \text{ d'où}$$

$$\boxed{Q_{BC} = C_p / \gamma \times (T_C - T_B)} \text{ et } \boxed{Q_{DA} = C_p / \gamma \times (T_A - T_D)}$$

$$\text{on trouve } Q_{BC} = 29/1,4 \times (2650 - 653) \approx 41 \text{ kJ et } Q_{DA} \approx 29/1,4 \times (300 - 1210) \approx -19 \text{ kJ}$$

$$1^{\text{er}} \text{ principe} \Rightarrow W + Q = 0 \text{ sur un cycle} \Leftrightarrow W = -Q \Leftrightarrow \boxed{W = -(Q_{BC} + Q_{DA})} \approx -(41.10^3 - 19.10^3) \approx -22 \text{ kJ}$$

signe - $\Rightarrow$ le cycle est bien moteur.

5/

$$\eta = -\frac{-22.10^3}{41.10^3} \approx 0,54$$

Exercice03 :

Un réfrigérateur fonctionne à une température intérieure $T_2 = 4^\circ\text{C}$ dans une pièce à la température $T_1 = 19^\circ\text{C}$. (Pour toute l'étude on supposera que l'on a un fonctionnement réversible). On donne le schéma de principe du fonctionnement d'un réfrigérateur (machine frigorifique). Placer sur ce schéma :

1°/ Le sens de parcours du fluide.

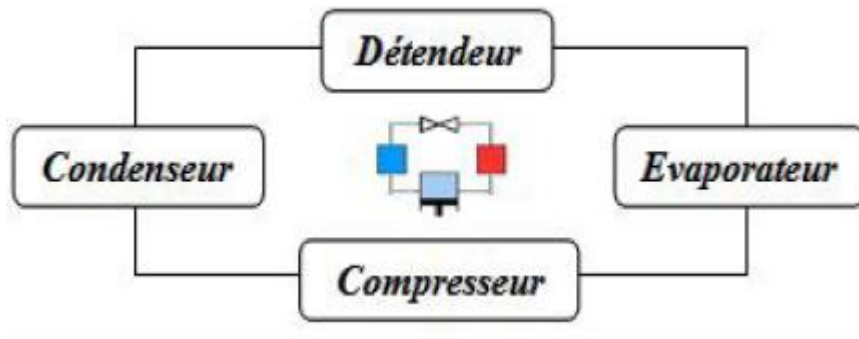
2°/ Les chaleurs et travaux échangés par le fluide en précisant leur sens

3°/ La zone haute pression et la zone basse pression

4°/ Exprimer son efficacité frigorifique η en fonction de Q_1 et Q_2 ainsi que T_1 et T_2 .

5°/ Calculer la valeur numérique de η .

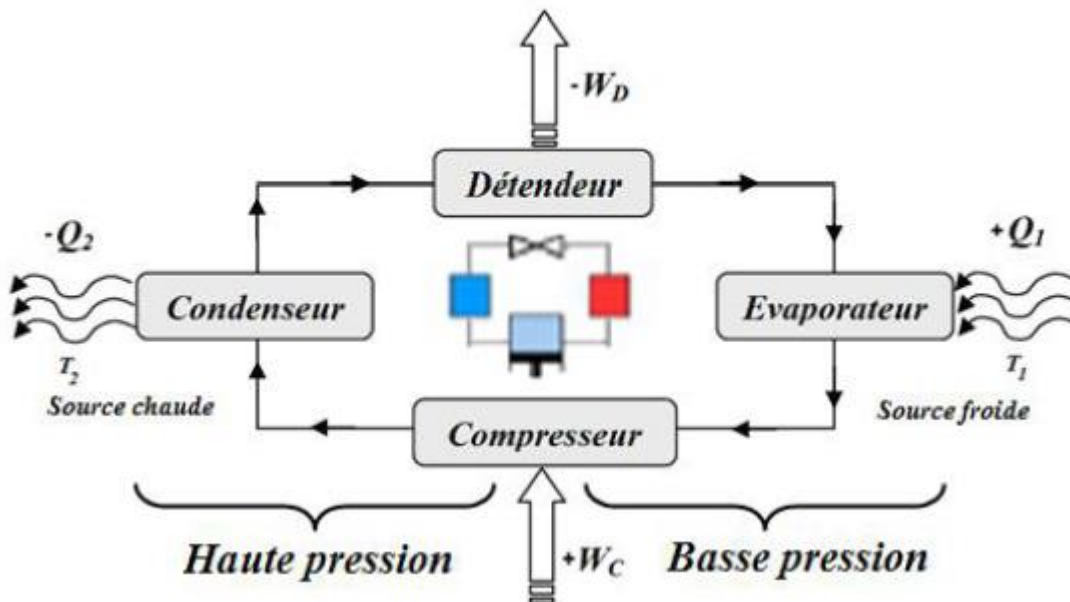
6°/ Peut-on, en été, refroidir une pièce en ouvrant un réfrigérateur ? Justifier votre réponse



Solution de l'Ex03 :

1°/ Le sens du fluide frigorigène est représenté sur le schéma ci-dessous.

2°/ Les chaleurs et travaux échangés par le fluide avec les différents éléments avec leur signes sont précisés sur le schéma ci-dessous.



3°/ Les zones : haute et basse pression sont indiquées sur la figure ci-dessus.

4°/ Efficacité du réfrigérateur :

$$\eta = \frac{\text{Froid produit}}{\text{Travail consommé}} = \left| \frac{Q_1}{W_C} \right| = \left| \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2} \right| = \left| \frac{T_1}{T_1 - T_2} \right|$$

5°/ Application numérique :

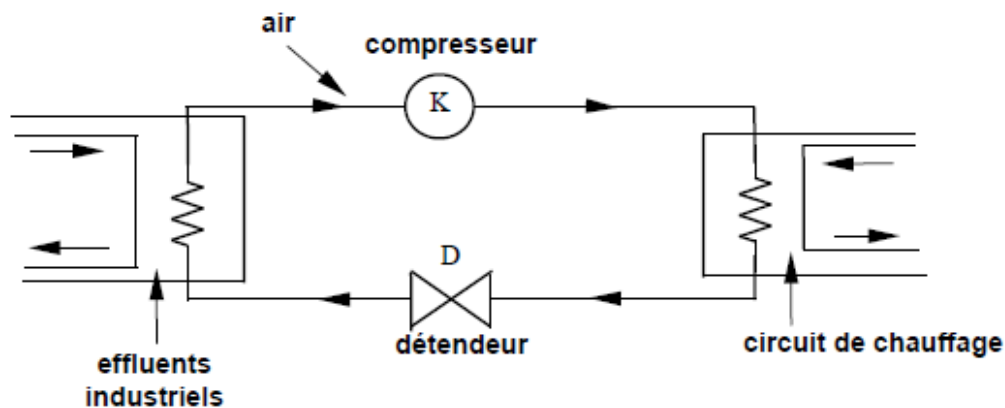
$$\eta = \left| \frac{277}{277 - 292} \right| = \frac{277}{15} = 18,46$$

6°/ On ne peut pas utiliser un réfrigérateur à porte-ouverte pour refroidir une pièce en été. Cette astuce n'aboutit pas, car il y a annulation de la source froide et par conséquent rupture du principe de fonctionnement d'une machine frigorifique (2^{ème} principe).

Exercice05 :

On s'intéresse à une pompe à chaleur qui participe au chauffage de locaux, en prélevant de la chaleur aux effluents liquides à température élevée d'une installation industrielle, avant leur rejet dans une rivière qui recevra des effluents à température plus faible.

L'installation représentée ci-dessous comporte : un compresseur, un détendeur et deux serpentins qui sont le siège des échanges thermiques, avec les effluents d'une part, et avec l'eau d'un circuit de chauffage d'autre part.



Le fluide frigorigène est de l'air, assimilé à un gaz parfait.

On étudie les transformations réversibles de 1 kg d'air qui décrit le cycle suivant :

1-2 : dans le compresseur : **compression adiabatique**, la pression passant de $p_1 = 10^5 \text{ Pa}$ à $p_2 = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$ et la température passant de $T_1 = 310 \text{ K}$ à T_2 .

2-3 : dans le serpentin au contact du circuit de chauffage ($V_3 < V_2$) : **refroidissement isobare**, la température passant de T_2 à $T_3 = 330 \text{ K}$.

3-4 : dans le détendeur : **détente adiabatique**, la pression passant de $p_3 = p_2$ à $p_4 = p_1$, la température passant de T_3 à $T_4 = 271 \text{ K}$.

4-1 : dans un serpentin plongé dans les effluents industriels : **échauffement isobare** jusqu'à la température T_1 .

On donne :

constante du gaz parfait : $R = 8,32 \text{ J.mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

capacité thermique massique de l'air à pression constante : $c_p = 1\,000 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

rapport des capacités thermiques massiques de l'air, à pression constante et à volume constant : $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$.

On rappelle que lors de la transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait : $pV^\gamma = \text{constante}$.

- 1) Représenter l'allure du cycle décrit par l'air sur un diagramme de Clapeyron (p,V). Indiquer par des flèches le sens des transformations.
- 2) Montrer que $T_2 \simeq 378 \text{ K}$.
- 3) Calculer les quantités de chaleur échangées par une masse de 1 kg d'air au cours de chacune des 4 transformations.
- 4) Quelle est la variation de l'énergie interne de l'air qui décrit le cycle ? Énoncer le premier principe de la thermodynamique pour un cycle.
- 5) En déduire le travail W reçu par la masse de 1 kilogramme d'air, au cours du cycle.
- 6) On désigne par e l'efficacité de la pompe à chaleur, c'est-à-dire le rapport de la quantité de chaleur reçue par la source chaude et du travail reçu par l'air, au cours d'un cycle. Calculer e .