

CH 1: Effort tranchant

1- Introduction :

Dans une pièce sollicitée en flexion simple ou composée, les efforts dans une section se décomposent en un moment fléchissant, un effort normal N et un effort tranchant V qui représente la variation du moment fléchissant le long de la pièce ($V = \frac{dM}{dx}$)

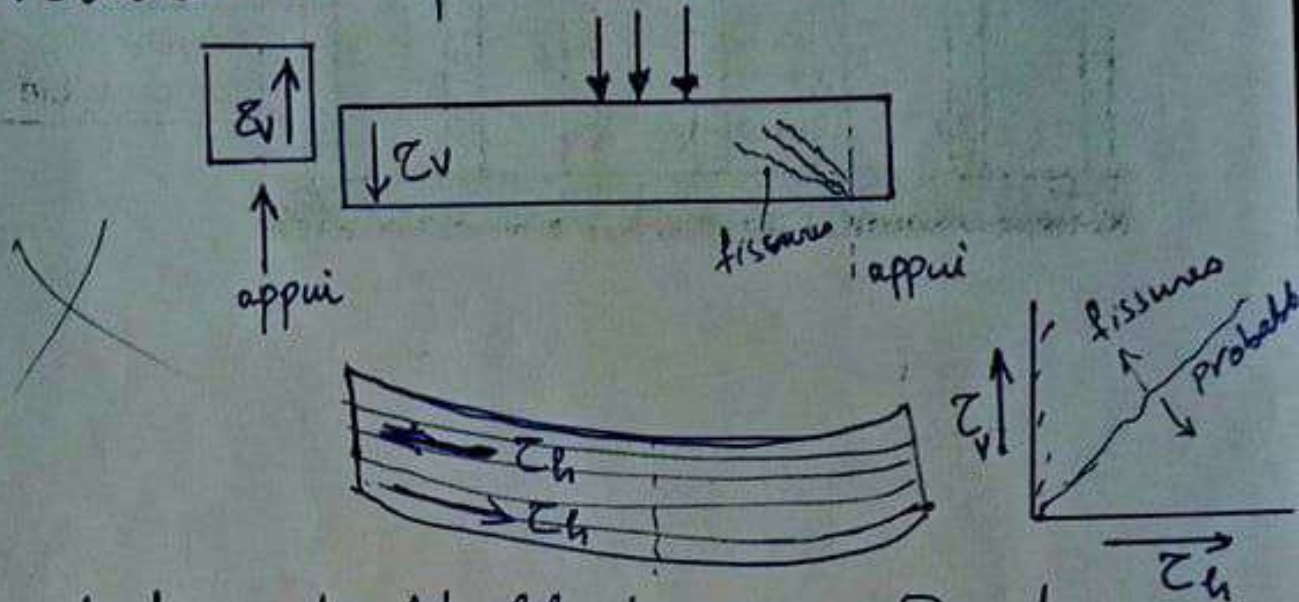
Le moment fléchissant et l'effort normal créent des contraintes normales σ , l'effort tranchant des contraintes tangentes τ .

Dans ce chapitre nous allons justifier la section vis à vis de l'effort tranchant e. a. d. que nous allons calculer la section des armatures transversales qui équilibrent avec les bielles du béton comprimé et effort, et de vérifier les contraintes induites dans le béton.

2- Mécanisme de rupture par effort tranchant:

c'est dans les zones au voisinage des appuis que se produisent en général les efforts tranchants maximaux. Ces efforts engendrent des contraintes

de cisaillement τ_v et τ_h et des contraintes de traction, pouvant entraîner une fissuration probable à 45° . Selon le principe de BA il faudra prévoir des armatures empêchant l'ouverture des fissures



3- Sollicitation de l'effort tranchant:

des poutres soumises à des efforts tranchants sont justifiées vis à vis de l'état limite ultime: armatures transversales, contrainte du béton, zones d'appuis.

3-1: Contrainte tangente conventionnelle:

la contrainte tangente conventionnelle pour les calculs relatifs à l'effort tranchant et définie par

$$V_u: \text{l'effort tranchant à l'ELU} \quad \left| \tau_u = \frac{V_u}{b_0 d} \right| < \tau_{\text{limite}}$$

b_0 : largeur de la poutre

τ_{limite} est défini dans le tableau ci joint :
(Vérification du béton)

τ_{limite} MPa	Fissuration peu préjudiciable	Fissuration préjudiciable et très préjudiciable
Cadre droit	$\text{Min} \left(0,27 \frac{f_{cj}}{\gamma_b}, 5 \text{ MPa} \right)$	$\text{Min} \left(0,15 \frac{f_{cj}}{\gamma_b}, 4 \text{ MPa} \right)$
Cadre à 45°	$\text{Min} \left(0,27 \frac{f_{cj}}{\gamma_b}, 7 \text{ MPa} \right)$	$\text{Min} \left(0,27 \frac{f_{cj}}{\gamma_b}, 7 \text{ MPa} \right)$
Cadre à $22,5^\circ$	$\text{Min} \left(0,235 \frac{f_{cj}}{\gamma_b}, 6 \text{ MPa} \right)$	$\text{Min} \left(0,21 \frac{f_{cj}}{\gamma_b}, 5,5 \text{ MPa} \right)$

Généralement les cadres inclinés sont plus efficaces.

Remarque : lorsque les sections sont entièrement

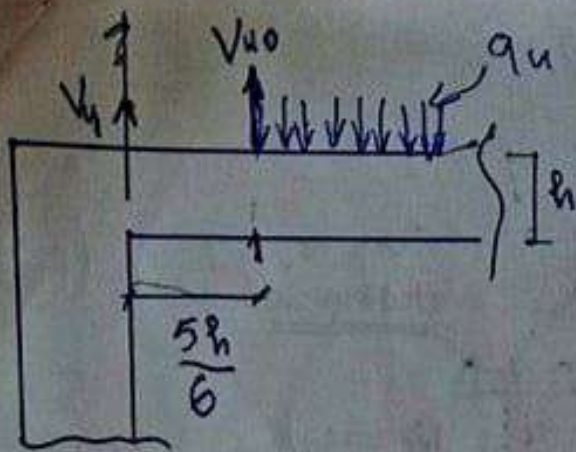
comprimées (flexion composée avec compression)

et si $\tau_u \leq \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0,06 f_{cj}/\gamma_b \\ 1,5 \text{ MPa} \end{array} \right\} \Rightarrow$ Pas de vérification et les armatures transversales calculées comme pour les poteaux.

4 - Effort tranchant à prendre en compte au voisinage des appuis :

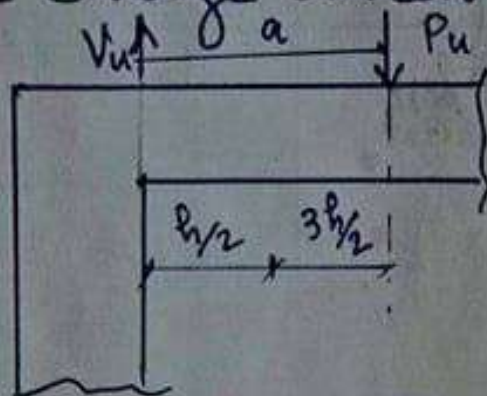
Pour tenir compte de la transmission directe des charges aux appuis les efforts tranchants sont calculés comme indiqué ci-dessous :

a. charges réparties :



$$V_{u0} = V_{u_{max}} - \frac{5}{6} q_u h$$

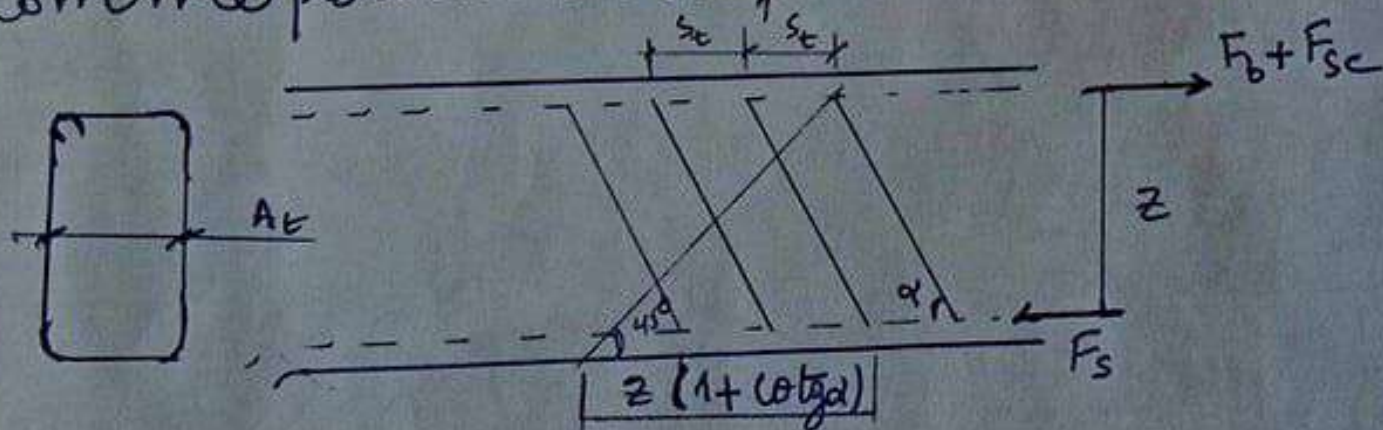
b - Charge concentrée :



$$V_{u0} = \begin{cases} 0 & \text{si } a < \frac{h}{2} \\ \frac{2 \cdot a}{3h} V_u & \text{si } \frac{h}{2} \leq a < \frac{3h}{2} \end{cases}$$

5- Calcul des armatures transversales :

au voisinage des appuis, on tient compte de la transmission directe des charges aux appuis comme pour la vérification du béton



Pour couvrir la fissure nous avons :

$$\frac{z(1 + \cot(\alpha))}{S_t} \text{ armatures de section } A_t$$

Elles permettent d'équilibrer un effort vertical :

$$V_s = \frac{z(1 + \cot \alpha)}{s_t} \cdot A_t \sigma_{st} \sin \alpha$$

$$= z \frac{A_t}{s_t} \sigma_{st} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

D'où pour équilibrer un effort tranchant

V_u quelconque $V_s = V_u$:

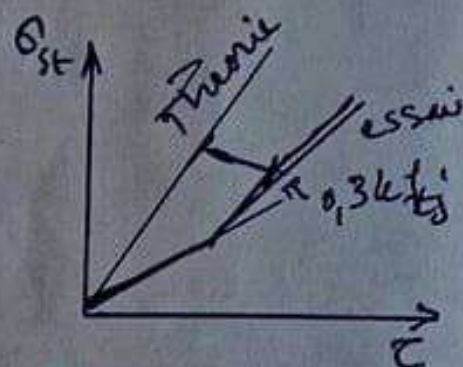
$$\frac{A_t}{s_t} \cdot \sigma_{st} = \frac{V_u}{z(\sin \alpha + \cos \alpha)}$$

$$z_{bu} = \frac{V_u}{b_0 z} = \frac{V_u}{0,9 b_0 d} = \frac{\tau_u}{0,9}$$

et $\sigma_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s}$ à l'EL.U

D'où l'équation s'écrit :

$$\frac{A_t}{b_0 s_t} \cdot \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{\tau_u}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)}$$



la comparaison entre la théorie et les résultats des essais conduit à réduire la valeur de V_u (ou de τ_u) l'écart sur τ_u étant fixé réglementairement à $0,3 k f_{tj}$:

$$\frac{A_t}{b_0 s_t} \cdot \frac{f_{et}}{\gamma_s} \geq \frac{\tau_u - 0,3 k f_{tj}}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)}$$

$$f_{tj} \leq 3,3 \text{ MPa}$$

$k=0$ si reprise de bétonnage sans indentation (non traitée)

$k=0$ si la fissuration est très préjudiciable.

$k=1$ si la surface de reprise d'indentations de sauto de saillie $> 5 \text{ mm}$

$k=1$ en flexion simple.

$k = 1 + 3 \frac{N_u}{B f_{c28}}$ en flexion composée avec compression

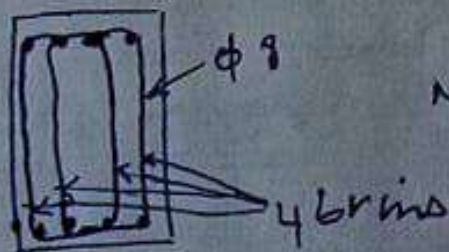
$k = 1 - \frac{10 |N_u|}{B f_{c28}}$ en flexion composée avec traction

T_u : contrainte tangente conventionnelle tenant compte des transmissions directes de charges aux appuis voisinage d'un appui.

A_t : la quantité d'acier d'armature.

$A_t = n \phi$ avec n : le nombre de brins
 ϕ : le diamètre de brin en général ϕ_6 ou ϕ_8

Exemple:



Nous avons: $A_t = 4 \phi 8$

5.1). Diamètre des aciers transversaux:

$$\Phi_t \leq \text{Min} \begin{cases} \Phi_e \\ h/35 \\ \frac{b_0}{10} \end{cases}$$

5.2) Pourcentage minimal d'armatures:

$$\frac{A_t}{b_0 \cdot S_t} \cdot f_{et} \geq 0,4 (\text{MPa})$$

5.3) Espacement maximal:

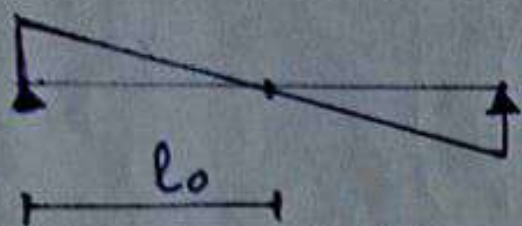
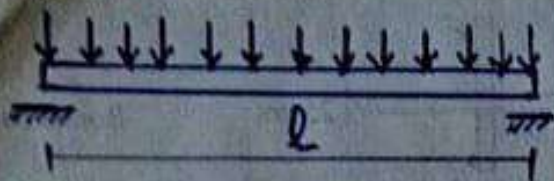
$$S_t \leq \text{Min} \begin{cases} 0,9d \\ 40 \text{ cm} \\ 15 \Phi'_e \text{ min si } A' \neq 0 \text{ et réalisé avec } \Phi'_e \end{cases}$$

6)- Répartition des armatures transversales:
(Méthode de coquot)

La méthode est applicable seulement pour les poutres uniformément chargées, de section transversale constante.

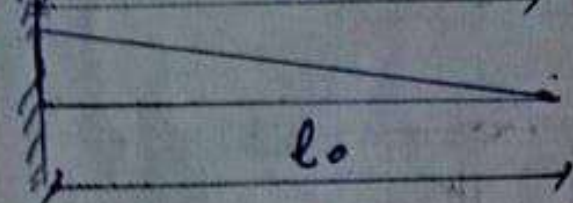
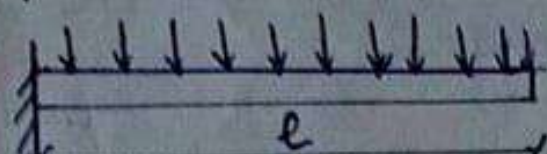
l_0 : distance du nu d'appui à la section où l'effort tranchant V_u s'annule.

Pour des travées complètement chargées on a:



Poutre sur 2 appuis simple

$$l_0 = \frac{l}{2}$$

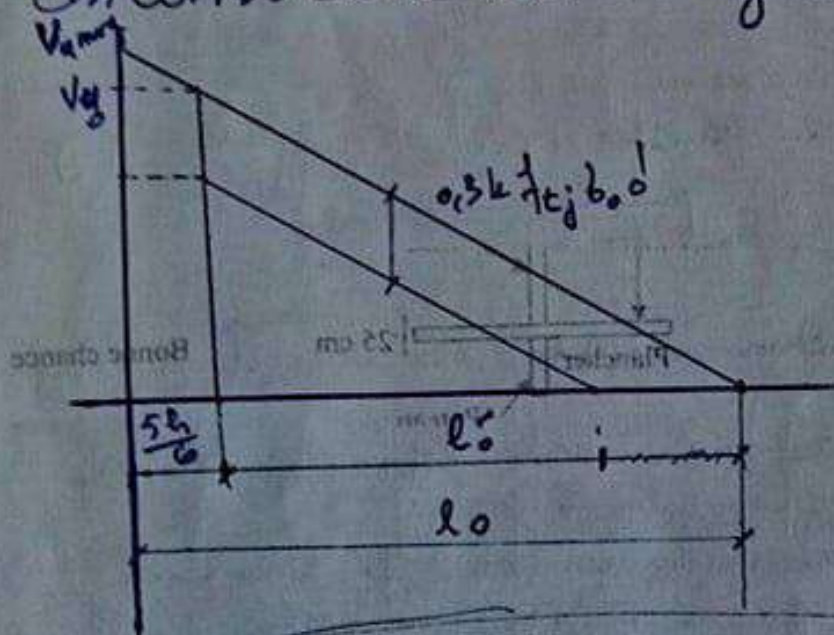


console: $l_0 = l$

Pour tenir compte :

- de la réduction d'effort tranchant par transmissions directe des charges aux appuis.
- de la réduction de τ_u .

On considère la longueur l'_0 suivante :



on a :

$$\frac{l'_0}{l_0 - \frac{5h}{6}} = \frac{V_{u0} - 0,3k f_{ctj} b_0 d}{V_{u0}}$$

$$\text{avec } \tau_{u0} = \frac{V_{u0}}{b_0 d}$$

$$= \frac{V_{u0} - P_u \cdot \frac{5h}{6}}{b_0 d}$$

$$l'_0 = \left(l_0 - \frac{5h}{6} \right) \left(\frac{1 - 0,3k f_{ctj}}{\tau_{u0}} \right)$$

la répartition des armatures s'effectue de la manière suivante :

- 1 - répartition sur $\frac{5h}{6}$ pour l'espacement initial S_{t0} calculé pour V_{u0} .
- 2 - au delà de cette section, répartition suivant la règle de caquot avec un nombre de répétition égale à l'_0 (m).

Méthode de caquot :

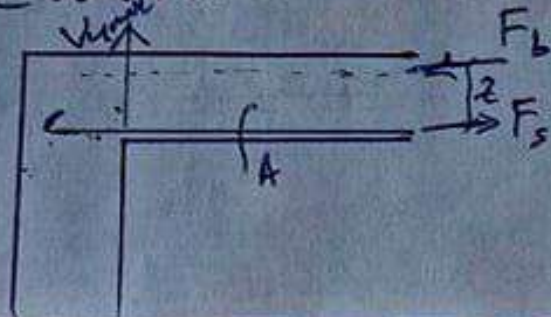
- 1) - l'écartement initial S_{t0} est calculé comme indiqué avant pour l'effort tranchant V_{u0} .
- 2) - l'écartement de départ des armatures d'âme ($S_{t1} \leq S_{t0}$) est choisi dans la suite :
7, 8, 9, 10, 11, 13, 16, 20, 25, 35 et 40 cm
- 3) - Depuis l'abscisse $S_{t0}/2$ on répète les espacements successifs $S_{ti+1} \geq S_{ti}$ (de la suite) avec un nombre de répétitions :
$$\left. \begin{array}{l} l'_0 + \frac{5}{6} \frac{h}{S_{t0}} \text{ pour le 1}^{\text{er}} \text{ espacement} \\ l'_0 \text{ pour les espacements suivants} \end{array} \right\} \text{ avec } l'_0 \text{ en mètres}$$
- 4) - Si le nombre de répétition n'est pas entier, le nombre de répétition totalisé depuis l'origine est arrondi à l'entier le plus voisin. - 9 -

5) - Présentation des calcul :

S_t	$\frac{S_{t0}}{2}$	S_{t1}	S_{t2}	
nombre de répétitions		$l'_0 + \frac{5h}{6S_{t0}}$	l'_0	
nombre cumulé		$l'_0 + \frac{5h}{6S_{t0}}$	$2l'_0 + \frac{5h}{6S_{t0}}$	
nombre arrondi		m_1	m_2	
nombre de répétitions		$n_1 = m_1$	$n_2 = m_2 - m_1$	
abscisses	$\frac{S_{t0}}{2}$	$\frac{S_{t0}}{2} + n_1 S_{t1}$	$\frac{S_{t0}}{2} + n_1 S_{t1} + n_2 S_{t2}$	

7- Zone d'application des efforts : (justification des sections d'appuis)

7.1). Armature inférieure tendue pour appui d'about
On doit prolonger les armatures inférieures au delà du bord de l'appui et y ancrer une section d'armatures longitudinales suffisante pour équilibrer l'effort tranchant sur l'appui V_{umax}



$$V_{umax} \cdot z = F_s \cdot z \Rightarrow V_{umax} = F_s$$

$$F_s = A \frac{f_c}{\gamma_s}$$

$$A \geq \frac{1,15 V_{umax}}{f_c}$$

: justification du béton :

• Equilibre de la bielle de béton sur appui simple d'abord

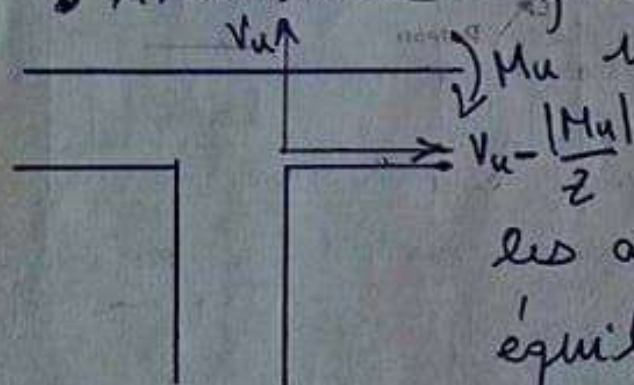
$$\sigma_{bc} = \frac{V_{u \max} \sqrt{2}}{b_0 a / \sqrt{2}}$$

la contrainte de compression dans la bielle de béton doit vérifier:

$$\sigma_{bc} = \frac{2 V_{u \max}}{b_0 a} \leq \frac{0,8 f_{cj}}{\delta_b}$$

où : a : largeur de bielle à prendre en compte.

• Armature inférieure tendue sur appui



les aciers inférieurs doivent

équivaloir : $F_s = V_{u \max} - \frac{M_u}{z}$ (M_u en valeur absolue)

$$F_s = A \sigma_s$$

$$A = \frac{F_s}{\sigma_s}$$

Par suite $A > 0 \Rightarrow V_u - \frac{M_u}{z} > 0$

$$M_u < V_u \cdot z$$

D'où avec une valeur approchée de $z = 0,9 d$

$$A = \frac{V_u - \frac{M_u}{0,9 d}}{\sigma_s} \text{ et les bielles de béton doivent}$$

vérifier de par et d'autre part de l'appui

$$\frac{2 V_u}{b_0 a} \leq \frac{0,8 f_{cj}}{\delta_b}, \delta_b = 1,5 \text{ en général.}$$