

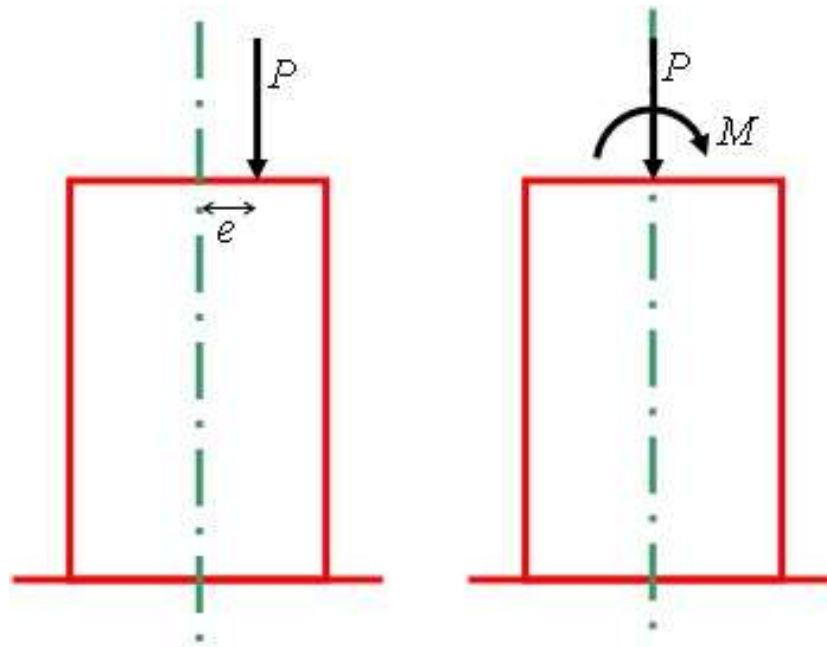
CHAPITRE I

Sollicitations composées



1- La flexion composée

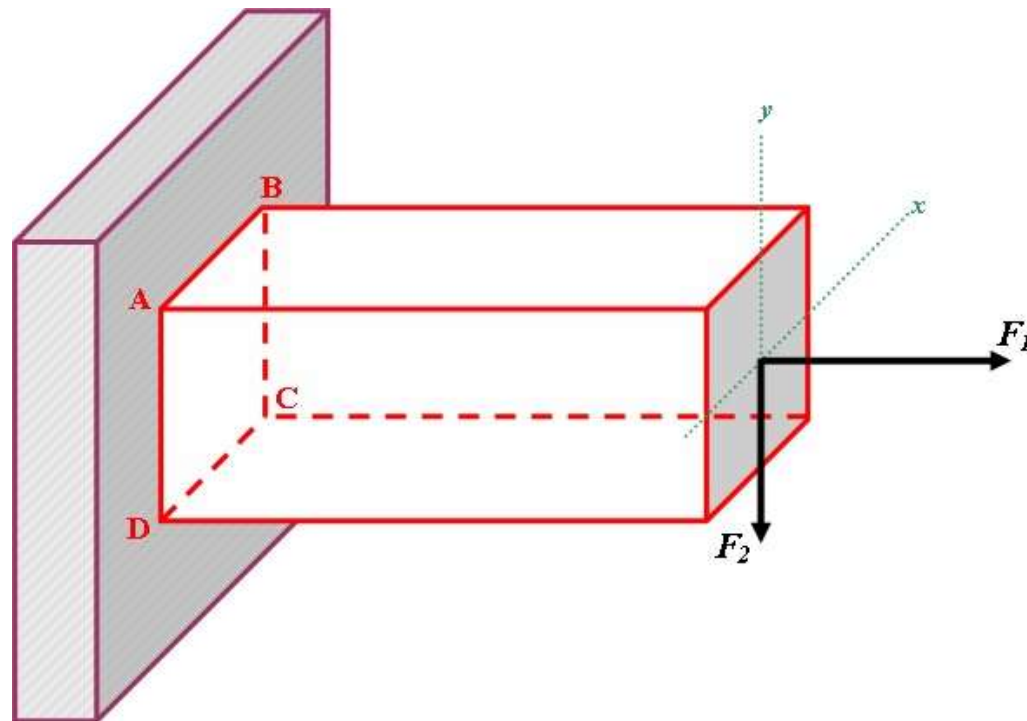
Elle provient de l'action conjuguée d'une flexion et d'une force axiale (traction ou compression), ou seulement d'un effort normal excentré par rapport à l'axe moyen de l'élément.



1- La flexion composée

1-1-Flexion composée avec traction ou compression

La flexion composée, provient de l'action conjuguée d'une flexion (rôle jouer par la force F_2) et d'une force axiale (traction ou compression).



1- La flexion composée

1-1-Flexion composée avec traction ou compression

La force « F_1 »

Sollicitation : Traction

Contrainte:

$$\sigma_1 = \frac{N}{S}$$

La force « F_2 »

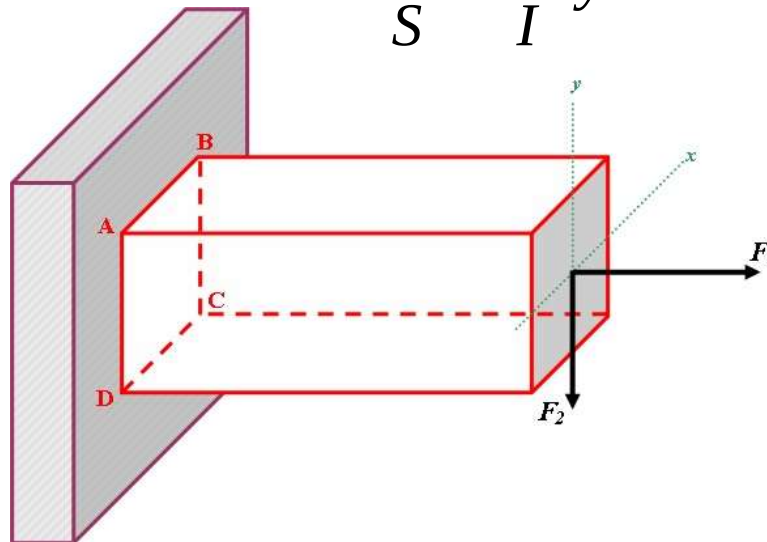
Sollicitation : Flexion

Contrainte:

$$\sigma_2 = \frac{M}{I} y$$

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$$

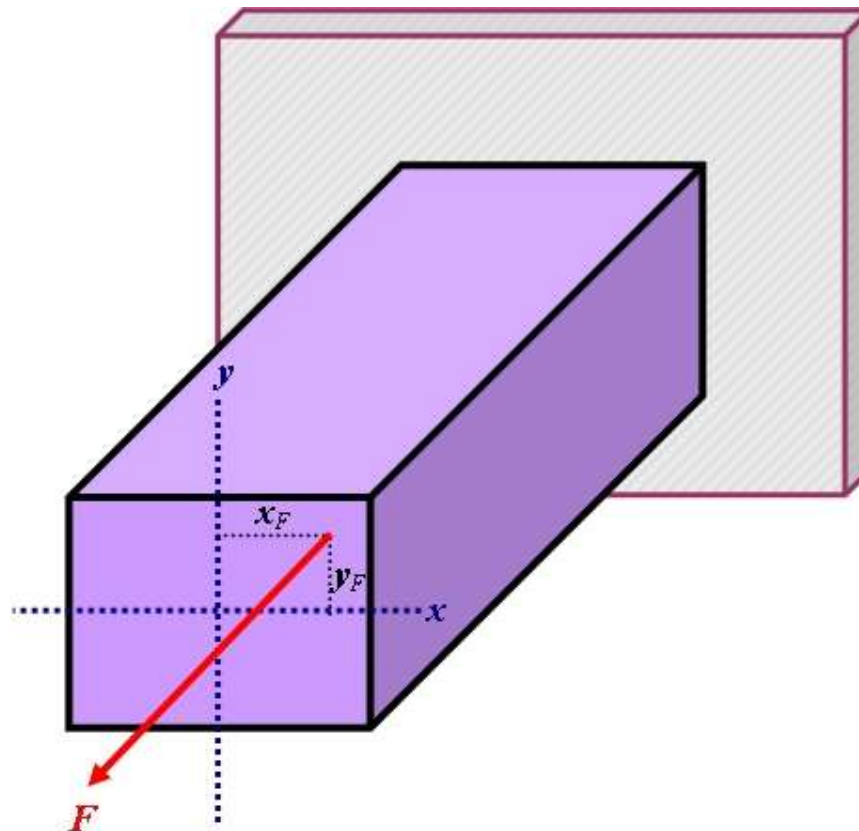
$$\sigma = \frac{N}{S} + \frac{M}{I} y$$



1- La flexion composée

1-2-Traction ou compression excentrée

La flexion composée, peut-être aussi le résultat de l'action d'une force longitudinale excentrée, par rapport à l'axe moyen de la poutre.



1- La flexion composée

1-2-Traction ou compression excentrée

Les efforts internes en une section quelconque sont :

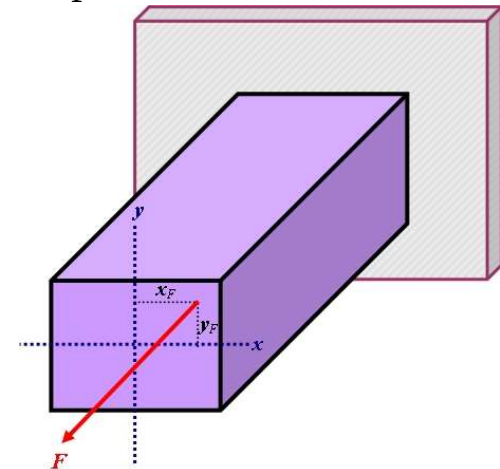
Un effort normal, selon l'axe « Z »: $N = F$

Un moment fléchissant autour de « X »: $M_x = -F \cdot y_F$

Un moment fléchissant autour de « Y »: $M_y = F \cdot x_F$

La contrainte est :

$$\sigma = \frac{N}{S} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot x$$



1- La flexion composée

1-3-Position de la ligne neutre

l'équation de l'axe neutre s'obtient en annulant la contrainte:

$$\frac{N}{S} + \frac{M_x}{I_x} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot x = 0$$

$$\frac{N}{S} \left[1 + \frac{S \cdot y_F}{I_x} \cdot y + \frac{S \cdot x_F}{I_y} \cdot x \right] = 0$$

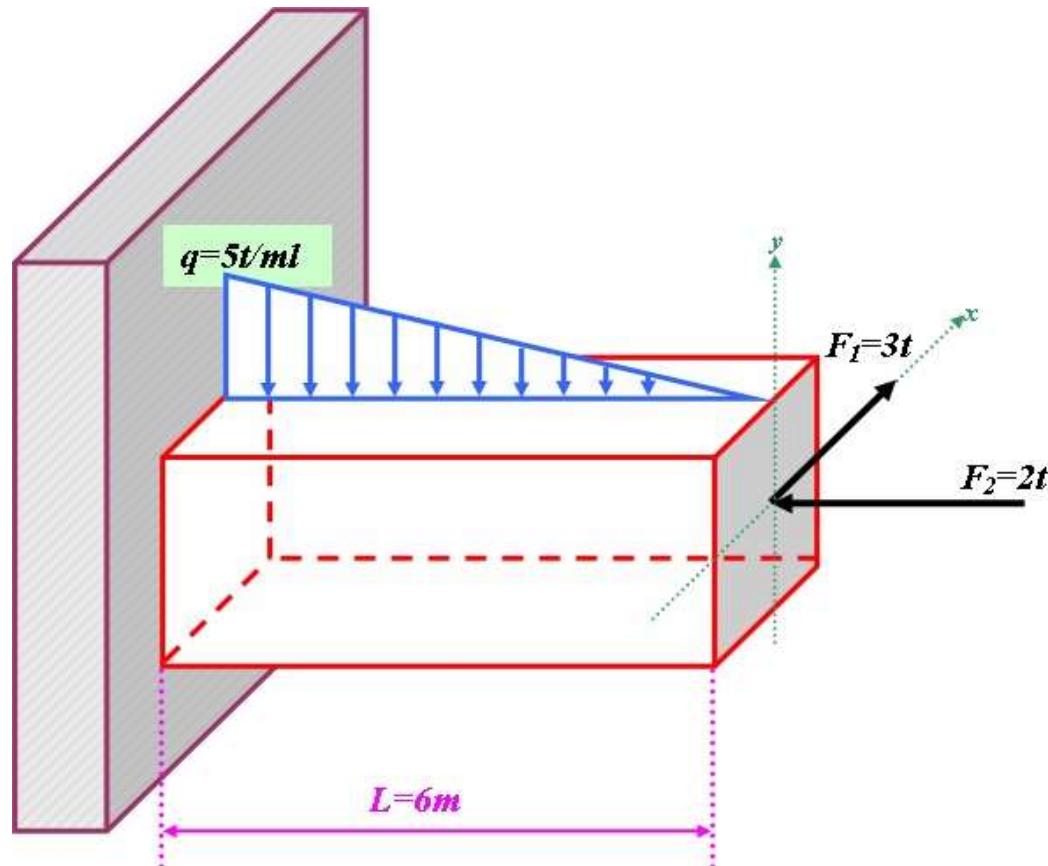
Avec l'introduction des rayons de giration: $i_y^2 = \frac{I_y}{S}$, $i_x^2 = \frac{I_x}{S}$

$$\text{Et : } a = -\frac{i_y^2}{x_F}; \quad b = -\frac{i_x^2}{y_F}$$

L'équation de la ligne neutre devient: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

1- La flexion composée

Exercice: Calculer la contrainte dans les points $C_1(6,10)$ et $C_2(3,-8)$ de la poutre illustrer et donner l'équation de la ligne neutre, sachant que sa section est rectangulaire ($b=20\text{cm}$, $h=40\text{cm}$).



1- La flexion composée

Solution: La poutre précédente, est soumise à un effort de compression et deux flexions simples, selon les axes « x et y ».

$$R_a = 15 \text{ t}$$

$$M_a = 30 \text{ t.m}$$

$$M_x = 30 \text{ t.m} , M_y = 18 \text{ t.m}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{20(40)^3}{12} = 10,67 \times 10^4 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{hb^3}{12} = \frac{40(20)^3}{12} = 2,67 \times 10^4 \text{ cm}^4$$

La contrainte normale aura pour formule

$$\sigma = -\frac{2000}{800} + \frac{18 \times 10^5}{2.67 \times 10^4} x + \frac{30 \times 10^5}{10.67 \times 10^4} y$$

1- La flexion composée

Solution: La contrainte dans les points $C_1(6,10)$ et $C_2(3,-8)$ est

$$\sigma_{C_1} = -\frac{2000}{800} + \frac{18 \times 10^5}{2.67 \times 10^4} (6) + \frac{30 \times 10^5}{10.67 \times 10^4} (10)$$

$$\sigma_{C_1} = 683.16 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{C_2} = -\frac{2000}{800} + \frac{18 \times 10^5}{2.67 \times 10^4} (3) + \frac{30 \times 10^5}{10.67 \times 10^4} (-8)$$

$$\sigma_{C_2} = -25.18 \text{ kg/cm}^2$$

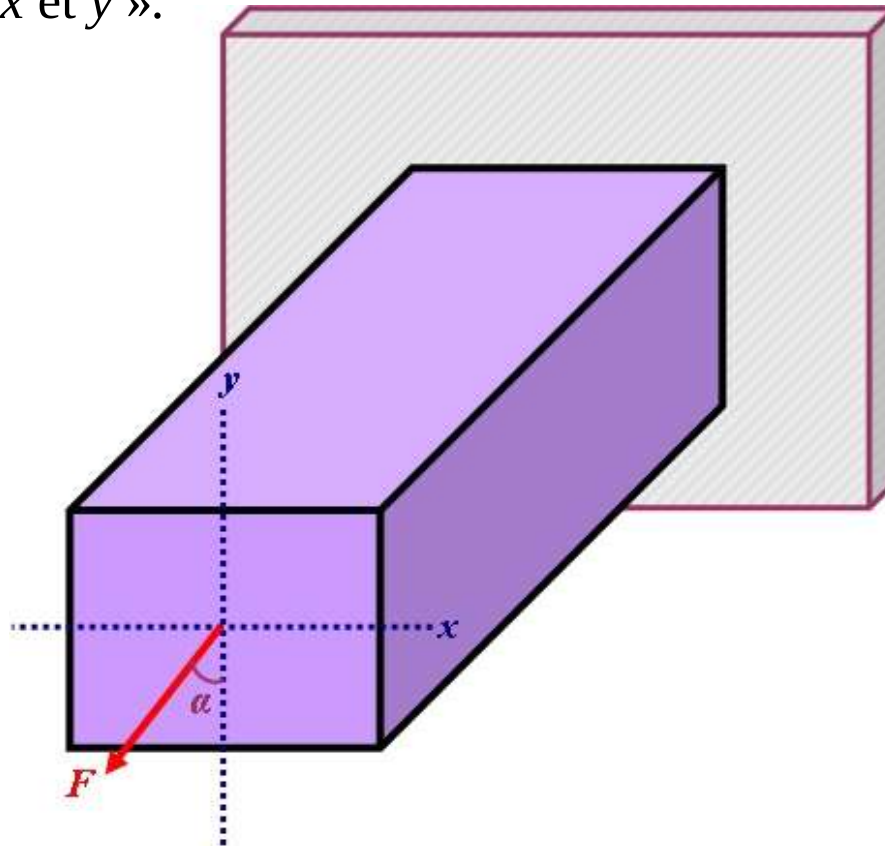
L'équation de la ligne neutre est

$$\sigma = 0 \Rightarrow -\frac{2000}{800} + \frac{18 \times 10^5}{2.67 \times 10^4} x + \frac{30 \times 10^5}{10.67 \times 10^4} y = 0$$

$$\sigma = 0 \Rightarrow y = 2.4x - 0.09$$

2-La flexion déviée

La flexion déviée, est le résultat de l'action superposée de deux flexions planes « σ_x et σ_y ». Dans cette sollicitation, l'axe du moment fléchissant « M_f », ne coïncide pas avec l'un des axes principaux d'inertie de la section « x et y ».



2-La flexion déviée

Les efforts internes en une section quelconque sont :

Un moment fléchissant autour de « X »: $M_x = F_y.l$

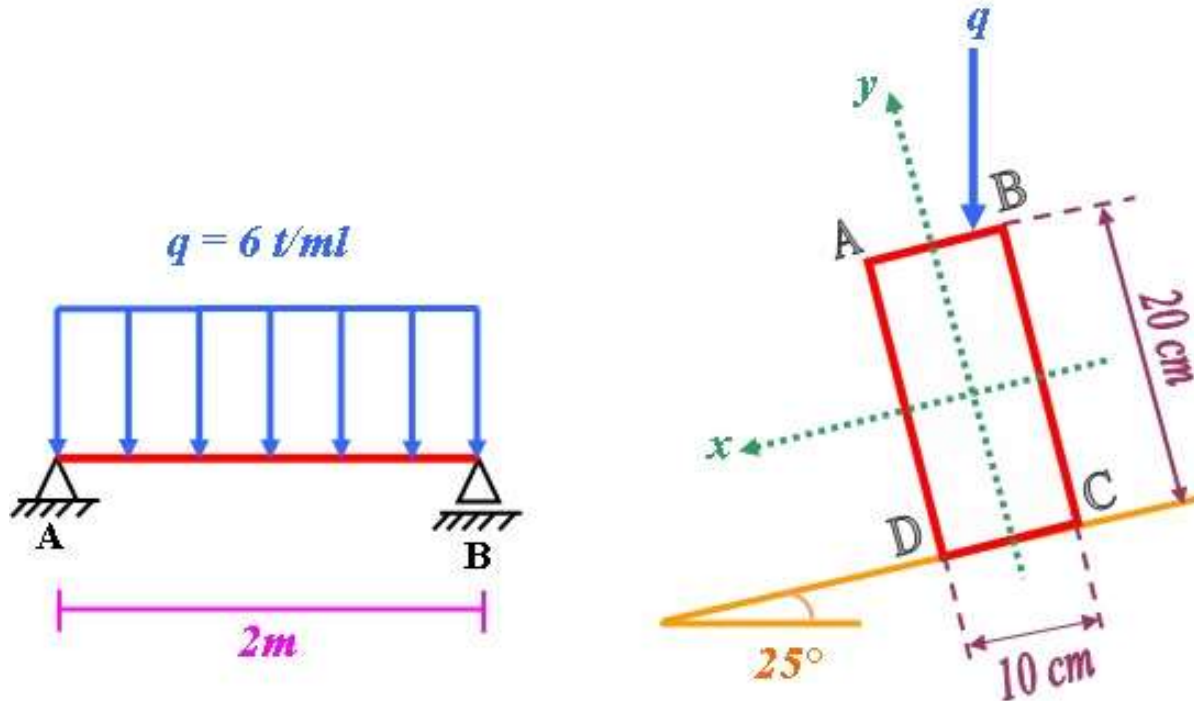
Un moment fléchissant autour de « Y »: $M_y = F_x.l$

La contrainte est :
$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} . y + \frac{M_y}{I_y} . x$$

L'axe neutre devient:
$$\sigma = 0 \Rightarrow y = -\frac{M_y}{M_x} . \frac{I_x}{I_y} x$$

2-La flexion déviée

Exercice: Une poutre en bois simplement appuyée, supporte obliquement une charge verticale uniforme de 6 t/ml répartie sur 2 m . Sachant que la poutre est de section rectangulaire ($10\text{ cm} \times 20\text{ cm}$), calculer les contraintes normales aux sommets du rectangle dans la section la plus sollicitée en flexion.



2-La flexion déviée

Solution:

1- Quelle est la section la plus sollicitée?

$$\Sigma F_{/x} = 0 \Rightarrow R_{A_h} = 0$$

$$\Sigma F_{/y} = 0 \Rightarrow R_{A_v} + R_{B_v} = 12$$

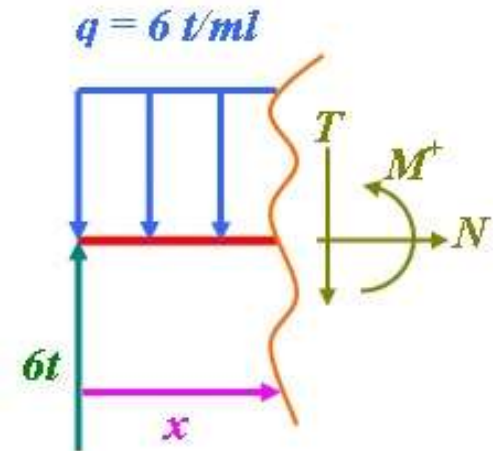
$$\Sigma M_{/A} = 0 \Rightarrow 2R_{B_v} = 12$$

$$R_{B_v} = 6 \text{ t}; \quad R_{A_v} = 6 \text{ t}$$

$$0 \leq x < 2\text{m}$$

$$T(x) = 6 - 6x \begin{cases} T(0) = 0 \\ T(2) = -6t \\ T(x) = 0 \Rightarrow x = 1\text{m} \end{cases}$$

$$M(x) = 6x - 3x^2 \begin{cases} M(0) = 0 \\ M(2) = 0 \\ M(1) = M_{\max} = 3\text{t.m} \end{cases}$$



2-La flexion déviée

Solution:

2- Dans la section la plus sollicitée qui se trouve à 1 [m] avec 3 [t.m] de moment fléchissant. La contrainte normale est:

$$M_x = M_{\max} \cos \alpha = 27.19 \times 10^6 [N.mm]$$

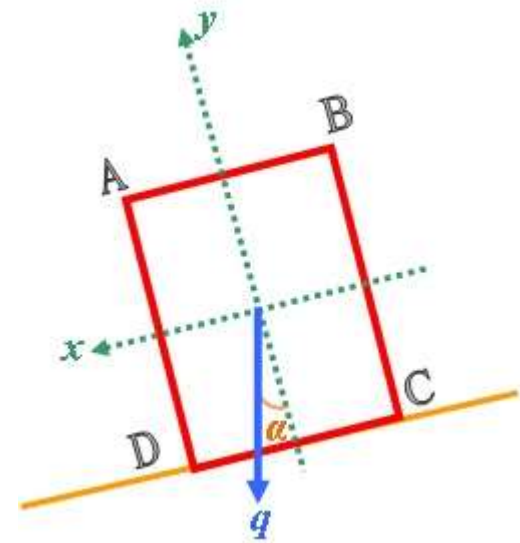
$$M_y = M_{\max} \sin \alpha = 12.68 \times 10^6 [N.mm]$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{100.200^3}{12} = 6.67 \times 10^7 [mm^4]$$

$$I_y = \frac{hb^3}{12} = \frac{200.100^3}{12} = 1.67 \times 10^7 [mm^4]$$

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x$$

$$\sigma = 0.41y + 0.76x$$



2-La flexion déviée

Solution:

3-La contrainte aux sommets du rectangle est :

$$\sigma_A = 0.41(100) + 0.76(50) = 79Mpa$$

$$\sigma_B = 0.41(100) + 0.76(-50) = 3Mpa$$

$$\sigma_C = 0.41(-100) + 0.76(-50) = -79Mpa$$

$$\sigma_D = 0.41(-100) + 0.76(50) = -3Mpa$$

Merci

