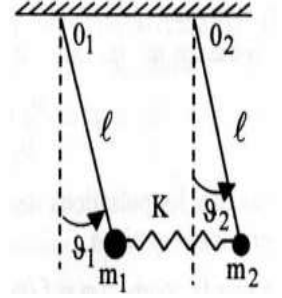


Tutorials (TD) Series No5
Linear systems with two degrees of freedom

Exercise No1: (elastic coupling)

Two pendulums of the same length l but different masses ($m_1 > m_2$) oscillate around their respective axes O_1 et O_2 (low amplitudes) being coupled by a stiffness spring K arranged according to the figure below.

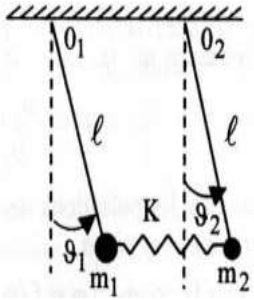


1. Establish the differential equations of movement of the system.
2. Make the following variable change: $\theta_1 = \beta_1 + \beta_2$ et $\theta_2 = \beta_1 - \frac{m_1}{m_2} \beta_2$
3. Then give the proper pulsations ω_1 et ω_2 of the system as well as the general solution of the movement knowing that at the initial moment $t = 0$ we had:

$$\theta_1(0) = \theta_0 ; \dot{\theta}_1(0) = 0 ; \theta_2(0) = 0 ; \dot{\theta}_2(0) = 0$$

التمرين الأول: (إقتران مروني)

يتأرجح نواسيين لهما نفس الطول l ولكن كتلتاهما مختلفتان ($m_1 > m_2$) حول محاورهما O_1 et O_2 (من أجل السعات المنخفضة) يقترنان بنابض ثابت مرونته K ، وفقاً للشكل أدناه.

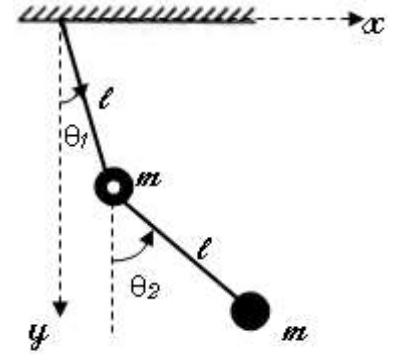


1. أوجد المعادلات التفاضلية لحركة النظام.
2. قم بإجراء تبديل المتغيرات التالي: $\theta_1 = \beta_1 + \beta_2$ و $\theta_2 = \beta_1 - \frac{m_1}{m_2} \beta_2$
3. ثم أعط النبضين الذاتيين ω_1 و ω_2 للنظام وكذلك الحل العام للحركة مع العلم أنه في اللحظة الابتدائية ($t = 0$) كان لدينا:

$$\theta_1(0) = \theta_0 ; \dot{\theta}_1(0) = 0 ; \theta_2(0) = 0 ; \dot{\theta}_2(0) = 0$$

Exercise No2: (inertial coupling)

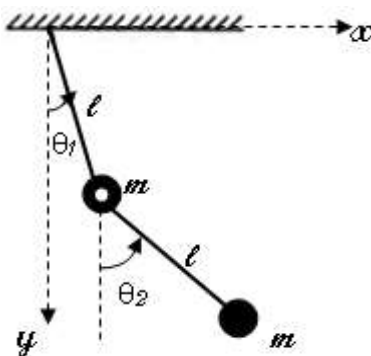
The system shown in the figure below consists of two identical simple pendulums of mass m and length l placed end to end.



1. Calculate the exact Lagrange function of the system.
2. Give the approximate expression of the Lagrange function in the case of small amplitude oscillations.
3. Establish the differential equations of motion in θ_1 and θ_2 .
4. Calculate the propre pulsations ω_1 et ω_2 and give the two associated eigenmodes, as well as the general solution of the movement of the system.
5. Find the simplest initial conditions to achieve for the system to oscillate according to the first vibration mode. Same question for the second mode.

التمرين الثاني: (إقتران عطالي)

يتكون النظام الموضح في الشكل أدناه من نواسيين بسيطين متطابقين من الكتلة m والطول l .

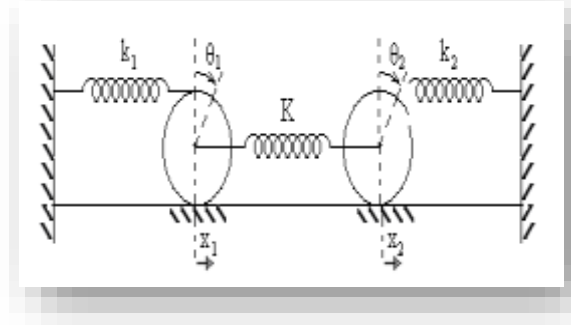


1. احسب دالة لاغرونج الدقيق للنظام.
2. أعط دالة لاغرونج في حالة الاهتزازات صغيرة السعة.
3. أوجد المعادلات التفاضلية للحركة بدلالة θ_1 و θ_2 .
4. أوجد النبضين الذاتييين ω_1 و ω_2 وإعطاء اثنين من الأنماط الذاتية المرتبطة بها، وكذلك الحل العام لحركة النظام.

5. أعطي أبسط الشروط الابتدائية التي يجب تحقيقها حتى يتأرجح النظام وفقًا لنمط الاهتزاز الأول. نفس السؤال بالنسبة للنمط الثاني.

Exercise No3:

The following mechanical oscillatory system is considered: The 2 cylinders of the same mass M and the same radius R roll without slipping, that is to say that when they rotate respectively by θ_1 and θ_2 , their centers of gravity move respectively by $x_1 = R\theta_1$ and $x_2 = R\theta_2$



1. Determine the kinetic energy and potential energy of the system (θ_1 and θ_2 will be chosen as variables)
2. Establish the Lagrange function for $k_1 = k_2 = k$ and $K = 2k$. From this deduce the system of differential equations of motion
3. Find the propre pulsations corresponding to the possible vibration modes.
4. Deduce the passage matrix and write the general solutions.

التمرين الثالث:

يعتبر نظام الاهتزاز الميكانيكي التالي: الأسطوانتان لهما نفس الكتلة M ونفس نصف القطر R تتدحرجان دون انزلاق، أي أنهما عندما تدوران على التوالي بمقدار θ_1 و θ_2 ، يتحرك مراكز ثقلهما على التوالي بمقدار $x_1 = R\theta_1$ و $x_2 = R\theta_2$

1. جد الطاقة الحركية والطاقة الكامنة للنظام بدلالة θ_1 و θ_2
2. أعطي دالة لاغرونج في حالة $K = 2k$ و $k_1 = k_2 = k$. ثم استنتج المعادلات التفاضلية للحركة
3. ابحث عن النبضين الذاتيين المقابلين لأنماط الاهتزاز المحتملة.

