

Chapitre 2. Les Coupoles

2.1. Généralités

2.2. Coupole en béton armé

2.3. Etude de la stabilité

2.4. Les règles de bonne construction

2.5. Recommandations pour la conception :

2.6. Recommandations lors de la réalisation :

Chapitre 2

Les Coupoles

2.1. Généralités

Le présent chapitre a pour but la justification de la stabilité des Coupoles en béton armé, selon les principes de calcul aux états limites.

2.1.1. Définition :

Une coupole est une voûte dont la forme se rapproche d'un hémisphère, évoquant une coupe renversée. Sa base peut être circulaire, elliptique ou polygonale, tandis que son profil peut également varier. En son centre existe souvent un oculus. Une coupolette est une petite coupole.

Si la coupole est surmontée d'une toiture, cette dernière est plutôt appelée dôme, bien que les deux termes soient fréquemment utilisés comme synonymes.

2.1.2. Les éléments principaux d'une coupole :

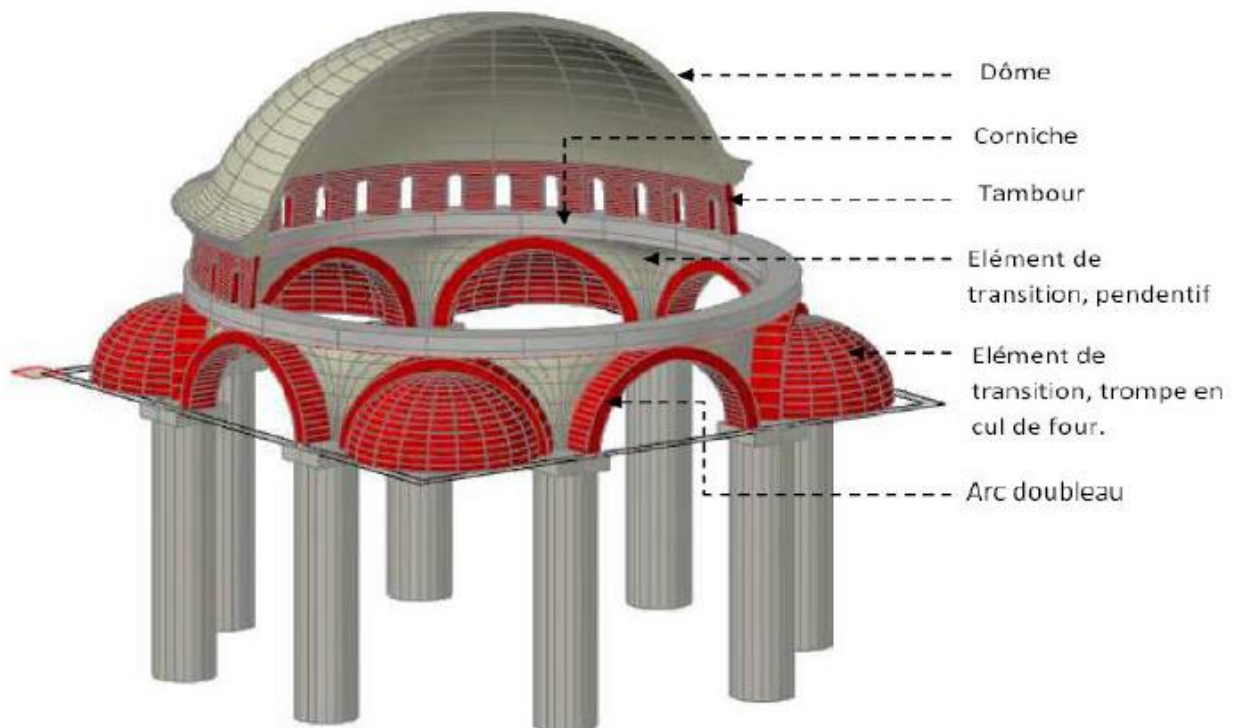


Figure 1. Modèle 3D d'une coupole Islamique

A. Les arcs doubles : qui relient d'une pile à l'autre

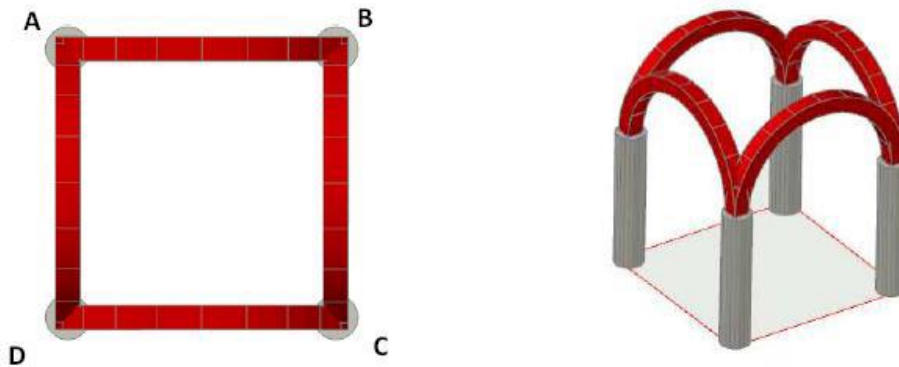


Figure 2. Arcs doubleaux d'une coupole

B. Éléments de transition :

- ☐ Pendentif : triangle qui se trouve entre les arcs (figure 3)
- ☐ Trompe (figure 1)

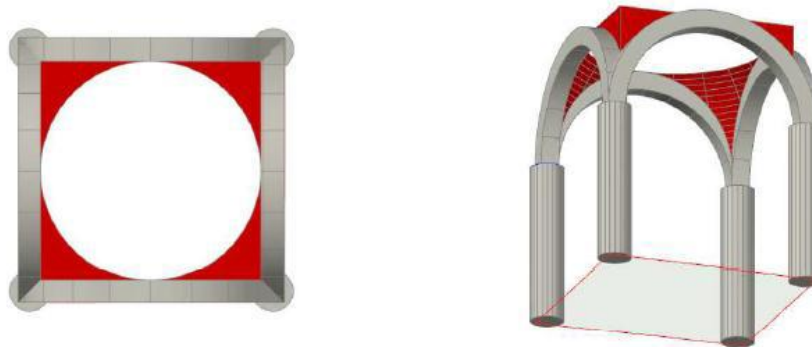


Figure 3. Pendentifs

C. Dômes : les techniques utilisées pour le couvrement des coupoles :

- ☐ Coupole à nervures rayonnantes
- ☐ Coupole à nervures entrecroisées

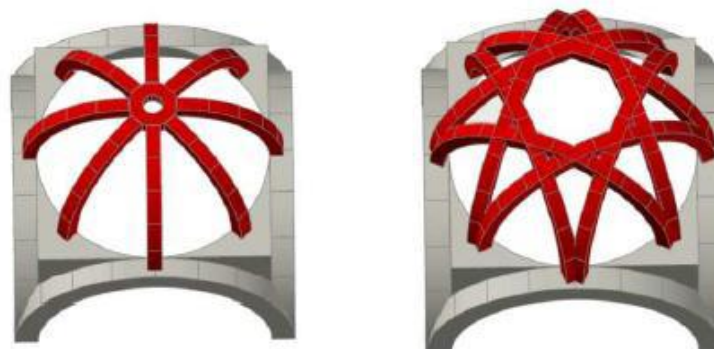


Figure 4. Coupole à nervures rayonnantes. Figure 5. Coupole à nervures entrecroisées.

2.2. Coupole en béton armé

Une coupole en béton armé est une structure de toiture courbée, souvent hémisphérique ou elliptique, qui combine le béton et l'acier pour sa résistance. Cette construction tire sa force de sa forme même, qui distribue les contraintes de compression, avec des armatures en acier enrobées dans le béton pour reprendre les efforts et garantir la stabilité sur de grandes portées.

2.2.1. Caractéristiques Principales

- **Résistance à la compression** : La forme de la coupole permet une excellente distribution des charges, principalement par des contraintes de compression, similaires à celles d'une voûte.
- **Portées importantes** : Les coupoles peuvent couvrir de grandes surfaces sans nécessiter de supports intermédiaires, ce qui les rend idéales pour des bâtiments comme les mosquées, les théâtres ou les réservoirs.
- **Structure en coque** : La coupole est considérée comme une coque mince, où les efforts de membrane sont prépondérants.

2.2.2. Applications courantes

Les coupoles en béton armé sont utilisées pour couvrir des édifices nécessitant de grands espaces sans piliers intérieurs, tels que : Les mosquées, Les réservoirs d'eau, Les théâtres.

2.3. Etude de la stabilité

2.3.1. Principe du calcul

On considère une coque à base circulaire. Comme dans un planisphère terrestre, on découpe la coque en méridiens et en cercles parallèles (appelés plus simplement parallèles).

On isole un élément de surface de coque "abcd", infiniment petit, délimité par 2 méridiens et par 2 parallèles très voisins (fig. 6).

On étudie l'équilibre de cet élément (par le calcul différentiel), puis on étend le calcul par intégration à l'ensemble de la surface de la coque.

On détermine ainsi l'effort N_ϕ (N_{phi}) qui se développe dans un méridien et l'effort N_θ (N_{teta}) qui se développe dans un parallèle sous l'effet du poids propre de la coque (fig. 7).

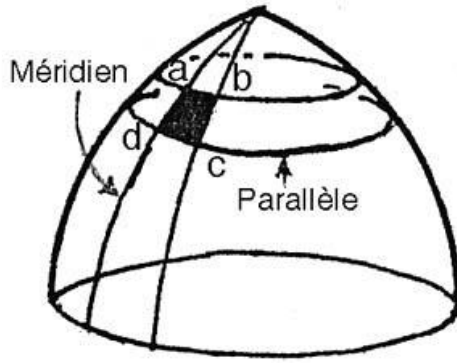


Fig. 6

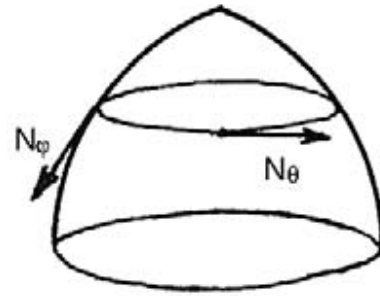


Fig. 7

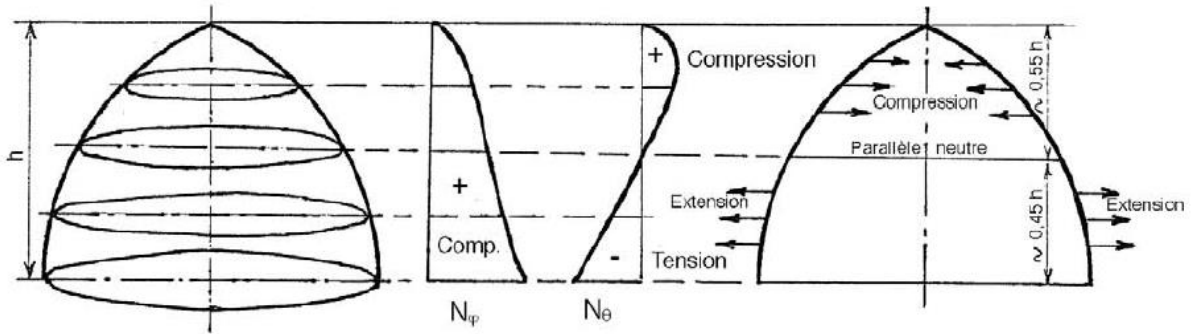


Fig. 8

2.3.2. Résultats du calcul (voir annexe 1)

1. Valeur de N_φ et de N_θ

$$N_\varphi = pR \times \frac{(\cos\varphi_0 - \cos\varphi) - (\varphi - \varphi_0) \sin\varphi_0}{(\sin\varphi - \sin\varphi_0) \sin\varphi}$$

$$N_\theta = pR \times \frac{1}{\sin^2\varphi} [(\varphi - \varphi_0) \sin\varphi_0 - (\cos\varphi_0 - \cos\varphi) + (\sin\varphi - \cos\varphi_0) \sin\varphi \cos\varphi]$$

On établit les diagrammes de N_φ et de N_θ (fig. 8). On observe :

- que les méridiens sont toujours comprimés ;
- que les parallèles de la partie supérieure de la coque sont comprimés ;
- que les parallèles de la partie inférieure de la coque sont en extension.

C'est le premier résultat capital du calcul qui est général, quelles que soient la forme et les dimensions de la coque.

En conséquence, la structure de la coque est comprimée dans le sens vertical ;

2. On observe dans le diagramme de " N_θ " que le parallèle de base est le plus sollicité à l'effet d'extension.

On démontre (voir annexes) qu'une coque dont le diamètre intérieur d de la base est supérieur à : $d_{mini} = \frac{2N_\theta}{d \cdot N_\varphi}$, est autostable.

C'est le 2^{ème} résultat capital du calcul. Il va intervenir dans le "secret de Brunelleschi".

En fonction de l'élancement des coques :

$$\frac{h}{d} = \frac{\text{hauteur intérieure}}{\text{diamètre intérieure de la base}}$$

on établit le tableau-guide de la page précédente qui donne les valeurs de d_{mini} à partir desquelles les coques sont autostables.

2.4. Les règles de bonne construction

2.4.1. Qualité des matériaux

- **Le béton** : Constitue le matériau principal, assurant la rigidité et formant la coque courbée.
- **L'acier** : Utilisé sous forme de treillis ou de barres, il est intégré dans le béton pour renforcer la structure, notamment dans les zones soumises à la traction et aux efforts de flexion, et pour reprendre les charges concentrées.

2.4.2. Mise en œuvre

- **Conception et calculs** : Des calculs spécifiques sont nécessaires pour déterminer les charges, la flèche, et les épaisseurs de la coque et du ferrailage.
- **Ferrailage** : Des armatures sont disposées en fonction des contraintes, souvent en double nappe pour les coupes de plus de 15 cm d'épaisseur.
- **Coulage** : Le béton est coulé autour du ferrailage pour former la coque structurelle.

2.4.3. Forme des coques

Sur une base identique, la voûte hémisphérique exerce une poussée horizontale supérieure à une voûte ogivale, ce qui nécessite l'élargissement de la surface d'appui (fig. 17).

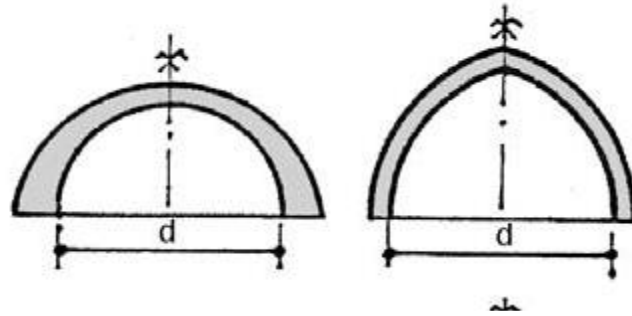


fig. 17

L'espace disponible à l'intérieur d'une coque et, en particulier en largeur, est nettement plus réduit sous une voûte hémisphérique que sous une voûte ogivale d'un diamètre de base égal (fig. 18).

Ces considérations conduisent à privilégier la voûte ogivale à la voûte hémisphérique.

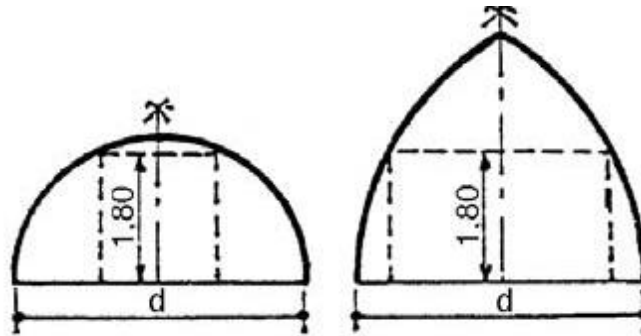


fig. 18

2.4.4. Stabilité des coques

Une coque est définie par son élancement :

$$\frac{h}{d} = \frac{\text{hauteur intérieure}}{\text{diamètre intérieure de la base}}$$

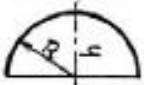
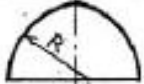
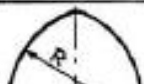
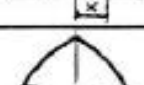
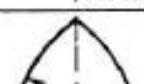
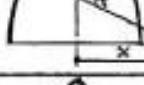
En fonction de son élancement, on définit le diamètre de base (Voir tableau.1) :

$$d_{\text{mini}} = \frac{4N_{\theta}}{N_{\varphi}}$$

Toute coque dont le diamètre de base est **supérieur** à " d_{mini} " est autostable.

Toute coque dont le diamètre de base est **inférieur** à " d_{mini} " nécessite une surépaisseur de sa paroi de base.

Tableau 1. Tableau-guide pour la construction de coupôles

Élancement h/d	Coques	h	R	X	Contrainte sur la base N_{φ} N_{θ}		$d_{\min} = 4 \frac{N_{\theta}}{N_{\varphi}}$
$\frac{h}{d} = 0,50$		$0,50 d$	$0,50 d$	0	pR	pR	$4,00 m$
$\frac{h}{d} = 0,60$		$0,60 d$	$0,61 d$	$0,11 d$	$0,894 pR$	$- 0,733 pR$	$3,28 m$
$\frac{h}{d} = 0,70$		$0,70 d$	$0,74 d$	$0,24 d$	$0,805 pR$	$- 0,544 pR$	$2,70 m$
$\frac{h}{d} = 0,80$		$0,80 d$	$0,89 d$	$0,89 d$	$0,728 pR$	$- 0,409 pR$	$2,24 m$
$\frac{h}{d} = 0,90$		$0,90 d$	$1,06 d$	$0,56 d$	$0,664 pR$	$- 0,313 pR$	$1,89 m$
$\frac{h}{d} = 1$		d	$1,25 d$	$0,75 d$	$0,609 pR$	$- 0,244 pR$	$1,60 m$
$\frac{h}{d} = 1,20$		$1,20 d$	$1,69 d$	$1,19 d$	$0,521 pR$	$- 0,154 pR$	$1,18 m$
$\frac{h}{d} = 1,50$		$1,50 d$	$2,50 d$	$2d$	$0,426 pR$	$- 0,085 pR$	$0,80 m$
$\frac{h}{d} = 2$		$2 d$	$4,25 d$	$3,75 d$	$0,325$	$- 0,038$	$0,47 m$

Remarques pour ce tableau :

Les constructions sont classées en fonction de leur élancement h/d .

Les constructions dont le diamètre de base d est supérieur au diamètre " $d_{\min}$ " (dernière colonne) sont autostables.

h = hauteur intérieure (au sommet).

d = diamètre intérieur de la base.

p = poids moyen unitaire de la coupole (en t/m^2).

R = rayon de la génératrice de la paroi intérieure.

X = distance du centre du rayon R à l'axe de la coupole.

N_φ = effort dans un méridien.

N_θ = effort dans un parallèle.

2.5. Recommandations pour la conception :

2.5.1. Dimensionnement des coupoles

- **Flèche "f"** : Il est recommandé d'adopter une flèche f d'une valeur supérieure à $D/10$:

$$f \geq \frac{D}{10} \text{ avec } D: \text{diamètre de la coupole à sa base. } f: \text{hauteur intérieure max (} f = h \text{)}$$

- **Épaisseur "e"**: L'épaisseur des coupoles est au moins de 8 cm.
- **Contrainte de compression du béton " σ_b "** : Sous combinaisons ELS, la contrainte de compression du béton est limitée à la plus petite des deux valeurs suivantes :

$$\sigma_b \leq \frac{e + 0.55}{3} f_{c28}$$

$$\sigma_b \leq 100 \frac{e}{r} (f_{c28})^{\frac{1}{3}} \text{ en MPa}$$

Où : e est l'épaisseur de la coupole en mètres. r est le rayon de courbure de la coupole, en mètres. f_{c28} est la résistance caractéristique à 28 jours du béton à la compression en MPa.

2.5.2. Ferrailage des coupoles

- **La section des armatures** : Le rapport de la section des armatures à la section du béton satisfait pour chaque direction, la valeur de 0,20 %.

$$\frac{A_s}{b \cdot d} \geq 0.20 \%$$

Le diamètre des aciers doit être inférieur ou égal au dixième de l'épaisseur de la coupole.

Dans les coupoles d'épaisseur supérieure ou égale à 15 cm, les armatures sont disposées en deux lits (double nappe).

- **L'espacement des armatures :** L'écartement maximal des aciers est de 20 cm.

2.6. Recommandations lors de la réalisation :

Le coffrage doit respecter au mieux les plans de coffrage, un léger écart peut entraîner des efforts de compression, traction ou des moments fléchissant additionnels non prévus. Si la coupole est aplatie, un seul coffrage au-dessous est suffisant, mais si elle est surhaussée (généralement lorsque le plan tangent fait un angle supérieur à 35° ou 40°) un contre-coffrage est indispensable.

ANNEXE I

Statique des coques de révolution

1 - Equations générales d'équilibre

Le calcul des coques de révolution édifiées en pierres sèches est établi à partir de la théorie des membranes développée par S. TIMOSHENKO.

On étudie l'équilibre d'un élément infiniment petit de surface de coque compris entre 2 méridiens et 2 plans parallèles et horizontaux très proches.

Cet élément est en équilibre sous l'action des forces N_θ tangente au méridien, N_φ tangente au parallèle et de son poids propre p .

On néglige l'effet des moments fléchissants qui sont très faibles.

1 - Dans le plan méridien, les forces appliquées suivant la tangente sont :

- les forces $N_\theta r_1 d\theta$ et $N_\theta r_1 d\theta + \frac{d}{d\varphi} (r N_\theta) d\varphi d\theta$ sont inégales et opposées ; leur différence $\frac{d}{d\varphi} (r N_\theta) d\varphi d\theta$ est seule agissante ;

- Les forces $N_\varphi r_1 d\varphi$ sont égales et opposées ; formant un angle $d\theta$ entre elles, elles ont une résultante $N_\varphi r_1 d\varphi d\theta$ située dans leur plan et

dirigée vers l'axe de symétrie ; sa composante suivant la tangente au méridien est $N_\varphi r_1 d\varphi d\theta \cos\varphi$;

- le poids p de la coque a une composante p_φ dirigée suivant la tangente au méridien, donnant une force égale à $p_\varphi r_1 d\theta d\varphi$, $r_1 d\theta d\varphi$ étant la surface de l'élément de coque.

- L'équilibre de ces 3 forces donne l'équation :

$$\frac{d}{d\varphi} (r N_\theta) d\varphi d\theta - N_\varphi r_1 d\theta d\varphi \cos\varphi + p_\varphi r_1 d\theta d\varphi = 0$$

En divisant par $d\varphi d\theta$, il reste l'équation 1 :

$$\frac{d}{d\varphi} (r N_\theta) - N_\varphi r_1 \cos\varphi + p_\varphi r_1 = 0$$

2 - Equilibre des forces normales à la coque (plan OD perpendiculaire au plan méridien).

- Les forces $N_\varphi r_1 d\theta$ formant un angle $d\varphi$ ont une résultante normale à la coque égale à $N_\varphi r_1 d\theta d\varphi$.

- Les forces $N_\theta r_1 d\varphi$ formant un angle $d\theta$ ont une résultante normale à la coque dirigée vers l'intérieur égale à $N_\theta r_1 d\varphi d\theta \sin\varphi$.

- La composante de la charge verticale est :

$-p_r r_1 d\theta d\varphi$.

- L'équilibre de ces forces donne, en divisant par $d\theta d\varphi$:

$$N_\varphi r_1 - N_\theta r_1 \sin\varphi - p_r r_1 = 0$$

En divisant par r_1 et en remarquant que $r = r_2 \times \sin\varphi$, on a l'équation 2 :

$$\frac{N_\varphi}{r_1} + \frac{N_\theta}{r_2} - p_r = 0$$

2 - Calcul de N_φ et N_θ

L'équation 2 donne l'équation 3 :

$$N_\theta = \left(\frac{N_\varphi}{r_1} + p_r \right) r_2 = -N_\varphi \frac{r_2}{r_1} + p_r r_2$$

En portant cette valeur dans l'équation 1 :

$$\frac{d}{d\varphi} (N_\varphi r) - r_1 \left(-\frac{N_\varphi}{r_1} + p_r \right) r_2 \cos\varphi + p_\varphi r_1 = 0 \text{ soit}$$

$$\frac{d}{d\varphi} (N_\varphi r) + N_\varphi r_2 \cos\varphi - r_1 r_2 p_r \cos\varphi + p_\varphi r_1 = 0$$

En multipliant par $\sin\varphi$ et en tenant compte que $r = r_2 \sin\varphi$:

$$\frac{d}{d\varphi} (N_\varphi r) \sin\varphi + r N_\varphi \cos\varphi = r_1 r_2 p_r \cos\varphi \sin\varphi - r_1 p_\varphi \sin^2\varphi$$

En intégrant :

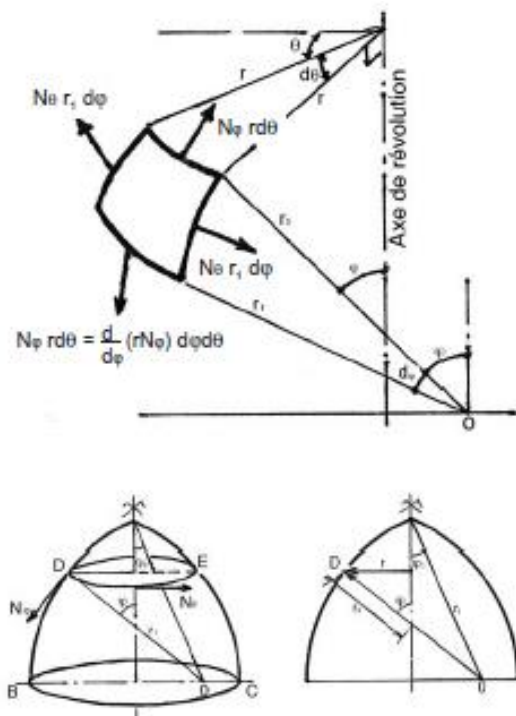
$$N_\varphi r \sin\varphi = \int (r_1 r_2 p_r \cos\varphi \sin\varphi - r_1 p_\varphi \sin^2\varphi) d\varphi$$

En remplaçant r par $r_2 \sin\varphi$, on a l'équation 4 :

$$N_\varphi = \frac{1}{r_2 \sin^2\varphi} \times \int r_1 r_2 (p_r \cos\varphi - p_\varphi \sin\varphi) \sin\varphi d\varphi$$

Dans le cas des coques étudiées, le méridien est un arc de cercle de rayon R . Donc :

$$r_1 = R \quad r_2 = \frac{r}{\sin\varphi} = R \left(1 - \frac{\sin\varphi_0}{\sin\varphi} \right)$$



La coque est supposée d'épaisseur constante.

Son poids unitaire p a

pour composantes :

$$p_\varphi = p \sin \varphi$$

$$p_r = -p \cos \varphi$$

On intègre l'équation

4 entre les limites :

φ_0 (sommet) et φ :

$$N_\varphi = \frac{1}{\sin^2 \varphi} \times \int_{\varphi_0}^{\varphi} R \times R (1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi}) \sin \varphi_0 \sin \varphi d\varphi$$

$$\times (-p \cos^2 \varphi - p \sin^2 \varphi) \sin \varphi \cos \varphi d\varphi$$

$$N_\varphi = - \frac{pR}{(\sin \varphi - \sin \varphi_0) \sin \varphi} \times \int_{\varphi_0}^{\varphi} (\sin \varphi - \sin \varphi_0) d\varphi$$

$$N_\varphi = - pR \times \frac{(\cos \varphi_0 - \cos \varphi) - (\varphi - \varphi_0) \sin \varphi_0}{(\sin \varphi - \sin \varphi_0) \sin \varphi}$$

$$N_\theta = \frac{(N_\varphi - p_r) r_2}{r_1} = N_\varphi \frac{r_2}{r_1} - p_r r_2$$

$$N_\theta = pR \times \frac{(\cos \varphi_0 - \cos \varphi) - (\varphi - \varphi_0) \sin \varphi_0}{(\sin \varphi - \sin \varphi_0) \sin \varphi}$$

$$\times \frac{R (1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi})}{R} - p \cos \varphi R (1 - \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi})$$

$$N_\theta = - \frac{pR}{\sin^2 \varphi} [(\varphi - \varphi_0) \sin \varphi_0 - (\cos \varphi_0 - \cos \varphi) + (\sin \varphi - \sin \varphi_0) \sin \varphi \cos \varphi]$$

En inversant le signe de ces équations, on a l'équation 5 :

$$N_\varphi = pR \times \frac{(\cos \varphi_0 - \cos \varphi) - (\varphi - \varphi_0) \sin \varphi_0}{(\sin \varphi - \sin \varphi_0) \sin \varphi}$$

et l'équation 6 :

$$N_\theta = pR \times \frac{1}{\sin^2 \varphi} [(\varphi - \varphi_0) \sin \varphi_0 - (\cos \varphi_0 - \cos \varphi) + (\sin \varphi - \sin \varphi_0) \sin \varphi \cos \varphi]$$

ANNEXE II

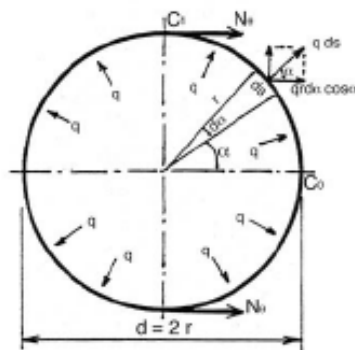
Conditions de stabilité des coques

Dans la partie supérieure comprimée : les contraintes de compression sont faibles (inférieures à 2 bars pour une contrainte admissible de 15 bars).

Dans la partie inférieure en extension : la section de base est la plus sollicitée.

N_θ est engendré par l'effet d'extension unitaire q (c'est-à-dire la poussée).

Sur un élément infiniment petit ds de la



Section de base vue en plan

coque, la poussée est : $q ds = q r d\alpha$

Sa composante horizontale est : $q r d\alpha \cos \alpha$.

sur le 1/4 de circonférence $C_0 C_1$, la poussée horizontale est :

$$N_q = \int_{\alpha=0}^{\alpha=\frac{\pi}{2}} q r d\alpha \cos \alpha = q r \int_{\alpha=0}^{\alpha=\frac{\pi}{2}} \cos \alpha d\alpha = q r = q \frac{d}{2}$$

$$\text{D'où l'équation 3 : } q = \frac{2 N_\theta}{d}$$

Pour un coefficient de frottement $f = 0,50$, la sécurité au glissement est assurée si $q \leq 0,50 N_\varphi$, soit, en tenant compte de l'équation 3 :

$$\frac{2 N_\theta}{d} \leq 0,50 N_\varphi \text{ soit } \frac{2 N_\theta}{d N_\varphi} \leq 0,50$$

$$\text{ou } d \geq 4 \frac{N_\theta}{N_\varphi} \text{ soit : } d_{\min} = 4 \frac{N_\theta}{N_\varphi}$$

Conclusions

1°/ Toute coque dont le diamètre de base d est tel que $d \geq d_{\min}$ est autostable. C'est le cas de la plupart des coques.

2°/ On appelle élancement le rapport :

$$\frac{h}{d} = \frac{\text{hauteur intérieure}}{\text{diamètre intérieur de la base}}$$

A élancement $\frac{h}{d}$ égal, on a :

$$\frac{N_\theta}{N_\varphi} = \text{Cte (constante), soit } \frac{q}{N_\varphi} = \frac{2 N_\theta}{d N_\varphi} = \frac{2}{d} \times \text{Cte}$$

la sécurité au glissement $\frac{q}{N_\varphi}$ est inversement proportionnelle au diamètre d . Autrement dit, plus le diamètre est grand, plus la coque est stable.

ANNEXE III

Coefficient de frottement

L'angle de frottement interne α des pierres sèches varie de $\alpha = 32^\circ$ à $\alpha = 39^\circ$, correspondant à un coefficient de frottement $f = \text{variable}$ de $f = \text{tg } 32^\circ = 0,62$ à $f = \text{tg } 39^\circ = 0,80$.

Compte tenu d'un coefficient de sécurité de 1,25, on prendra pour f la valeur :

$$f_{\text{adm}} = \frac{0,62}{1,25} = 0,50.$$

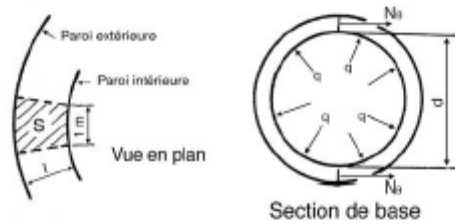
ANNEXE IV

Calcul des contraintes

En partie supérieure (comprimée) de la coque, les lits de pierres sont soumis à :

- une charge verticale due à N_0 , donnant une contrainte de compression $\sigma_1 = \frac{N_0}{S}$, S étant l'aire unitaire de la section plane considérée ;
- un effort horizontal dû à N_0 , donnant une contrainte de compression $\sigma_2 = \frac{N_0}{l}$, l étant la largeur de l'anneau considéré.

En partie inférieure (en extension) de la coque, la section, la plus sollicitée est la section



de base.

Cette section est soumise à :

- une charge verticale unitaire due à N_0 , donnant une contrainte de compression $\sigma_1 = \frac{N_0}{S}$, S étant l'aire unitaire de la section, σ_1 représente la contrainte de compression sur le sol de fondation.
- un effort horizontal unitaire d'extension q dû à N_0 tel que $q = \frac{2N_0}{d}$, d étant le diamètre intérieur de la base de la coque.

En prenant un coefficient de frottement $f = 0,50$, la stabilité sera assurée pour $q \leq 0,50 N_0$.

ANNEXE. V : Sollicitations dans les coupoles "méthode de la membrane"

On ne présente ici que la "méthode de la membrane" appliquée aux coupoles sphériques qui est une approximation suffisante dans les cas courants.

Un point M sur une coupole de rayon a est repéré par les angles φ et θ et par la demi-corde r comme indiqué sur la figure 6.12.

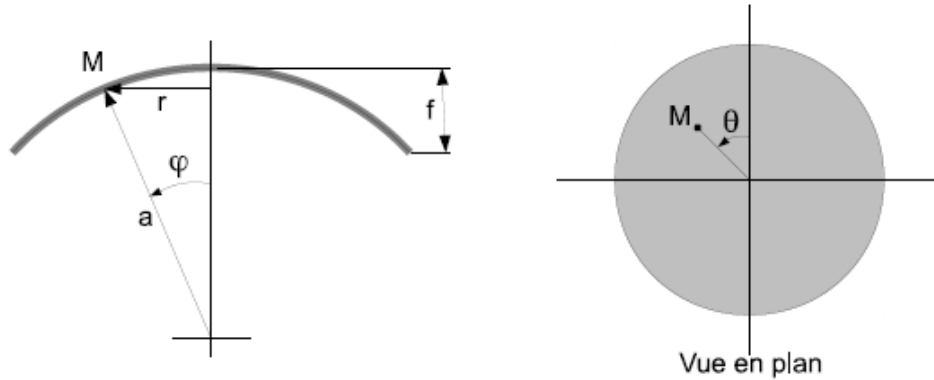


Figure 6.12 : Repérage d'un point sur une coupole sphérique

6.3.1 Equations générales

Le poids total P de la calotte sphérique comprise entre 0 et φ est :

$$P = 2\pi a^2 p (1 - \cos \varphi) \quad (6.40)$$

où p est le poids par unité de surface de la coupole.

Sur un élément surfacique de coupole, on définit l'effort normal par unité de longueur selon les méridiens N_φ et l'effort normal par unité de longueur selon les parallèles N_θ comme illustré figure 6.13.

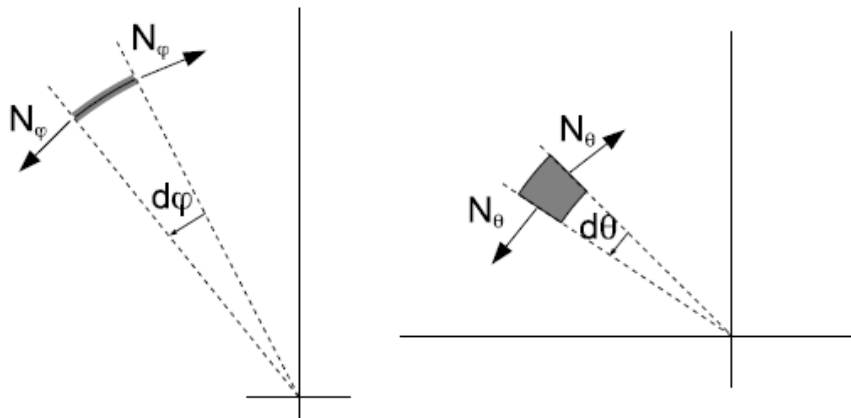


Figure 6.13 : Efforts normaux par unité de longueur sur un élément surfacique de coupole

L'effort normal par unité de longueur selon un méridien vaut :

$$N\varphi = -\frac{ap}{1 + \cos\varphi} \quad (6.41)$$

L'effort normal par unité de longueur selon un parallèle vaut :

$$N\theta = ap\left(\frac{1}{1 + \cos\varphi} - \cos\varphi\right) \quad (6.42)$$

Le signe négatif indique ici de la compression. L'équation 6.41 montre que les méridiens sont toujours comprimés :

- Au sommet de la coupole ($\varphi = 0$) : $N\varphi = -ap/2$,
- A la base d'une coupole en plein cintre ($\varphi = \pi/2$) : $N\varphi = -ap$.

En revanche, les efforts selon les parallèles dépendent de l'angle ' :

- Au sommet de la coupole ($\varphi = 0$) : $N\theta = -ap/2$,
- $N\theta = 0$ pour $\theta = 51^\circ 50'$,
- Pour $\theta < 51^\circ 50'$ les parallèles sont comprimés,
- Pour $\theta > 51^\circ 50'$ les parallèles sont tendus.

A la base de la coupole, la composante horizontale H de $N\varphi$ (poussée par unité de longueur de pourtour) vaut :

$$H = N\varphi \cos\varphi = -ap \frac{\cos\varphi}{1 + \cos\varphi} \quad (6.43)$$

En remarquant que :

$$a = \frac{r^2 + f^2}{2f} \quad (6.44)$$

et que :

$$\cos\varphi = \frac{r^2 - f^2}{r^2 + f^2} \quad (6.45)$$

il vient :

$$H = \frac{p(r^4 - f^4)}{4fr^2} \quad (6.46)$$

6.3.2 Cas des coupoles surbaissées

Pour les coupoles surbaissées, f^4 est négligeable devant r^4 . La poussée horizontale par unité de longueur de pourtour devient :

$$H = \frac{pr^2}{4f} \quad (6.47)$$