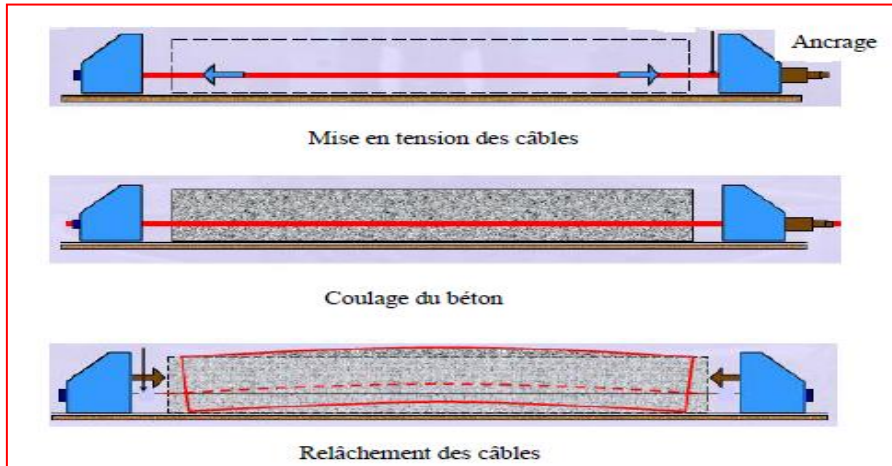
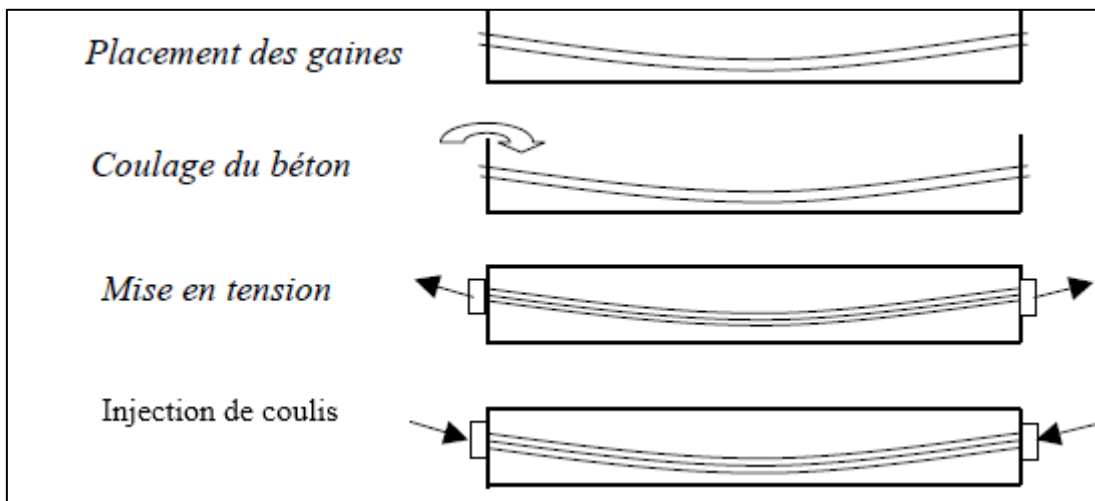


QUESTIONS DE COURS (5 pts) :

- En pré tension : **(1 pt)**



- En post tension : **(1 pt)**



- Le transfert de la précontrainte au béton dans la pré-tension repose sur **l'adhérence** entre l'acier actif et le béton et dans la post tension il repose **sur l'ancrage**. **(1 pt)**

- **Ancrage actif** : c'est là où on pose le vérin et effectue la mise en tension des câbles. **(0,5 pt)**

- **Le transfert** : c'est le passage d'une traction dans le câble vers une compression sur le béton. **(0,5 pt)**

- **La tension initiale** : c'est la valeur de précontrainte résiduelle après les pertes instantanées. **(0,5 pt)**

- **La situation sur critique** : c'est le cas où l'enrobage n'est pas assuré. **(0,5 pt)**

EXERCICE 1 (5 pts) :

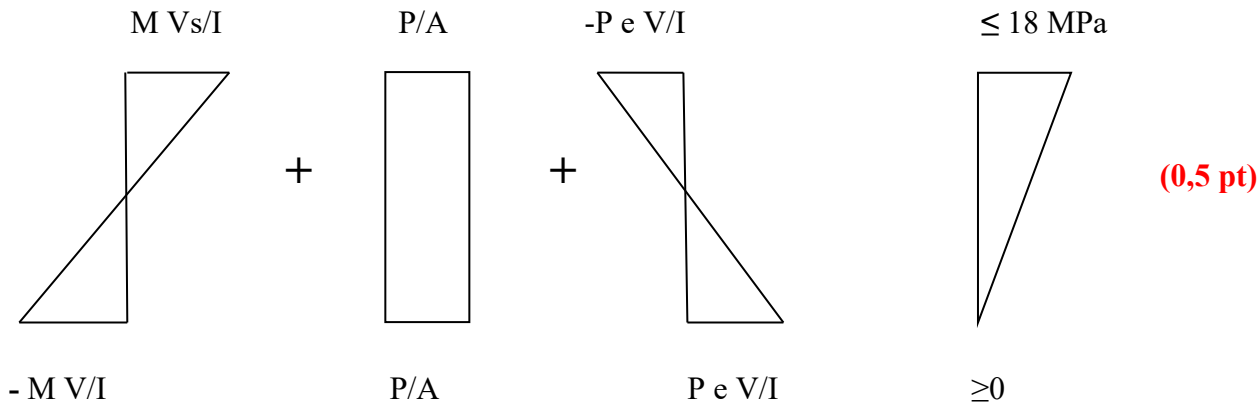
Nous avons : $B = 0,18 \text{ m}^2$ $v = 0,3 \text{ m}$ $I = 0,0054 \text{ m}^4$ $e = 0,23 \text{ cm}$.

- La tension à l'origine : $\sigma_{p0} = \min(0,9 f_{peg}, 0,8 f_{prg}) \rightarrow \sigma_{p0} = 1416 \text{ MPa}$. **(0,5 pt)**

- La tension finale : $\sigma_p = 1276 \text{ MPa}$ **(0,5 pt)**

- La force de précontrainte : $P = 1010,59 \text{ kN}$ **(0,5 pt)**

Nous avons :



Du diagramme:

(1): $M \cdot V/I + P/A - P \cdot e \cdot V/I \leq 18 \text{ MN/m}^2$. (0,5 pt)

(2): $-M \cdot V/I + P/A + P \cdot e \cdot V/I \geq 0$. (0,5 pt)

Donc :

(1): $M \leq 18 \cdot I/V - P \cdot I/B \cdot V + P \cdot e$

(2): $M \leq P \cdot I/B \cdot V + P \cdot e$

De (1) : $M \leq 455,38 \text{ kN.m}$

Or: $M = (G + Q) L^2/8$ donc : $Q \leq 11,69 \text{ kN/m}$ (0,5 pt)

De (2) : $M \leq 333,5 \text{ kN.m}$

Or: $M = (G + Q) L^2/8$ donc : $Q \leq 7,36 \text{ kN/m}$ (0,5 pt)

Q doit satisfaire les deux conditions, donc: $Q = 7,36 \text{ kN/m}$ (1 pt)

EXERCICE 2 (5 pts) :

Nous avons : $f_{c28} = 35 \text{ MPa}$. Donc : $\bar{\sigma}_{cs} = \bar{\sigma}_{ci} = 0,5 f_{c28} = 17,5 \text{ MPa}$ et $\bar{\sigma}_{ts} = \bar{\sigma}_{ti} = f_{ij} = 2,7 \text{ MPa}$

$B = 0246 \text{ m}^2$ $v = v' = 0,5 \text{ m}$ $I = 0,027 \text{ m}^4$ $\rho = 0,439$ (1 pt)

$M_{\min} = (G+G')L^2/8 = 0,314 \text{ MN.m}$ $M_{\max} = M_{\min} + QL^2/8 = 0,877 \text{ MN.m}$ $\Delta M = 0,563 \text{ MN.m}$ (1 pt)

La section est sous critique :

$P = \frac{\Delta M}{\rho h} + \frac{B(v\bar{\sigma}_{ti} + v'\bar{\sigma}_{ts})}{h}$ $P = 0,618 \text{ MN}$ (0,5 pt)

$e_0 = -\rho v' - (M_{\min} - \rho v' B \bar{\sigma}_{ts})/P$ $e_0 = -0,96 \text{ m}$ (0,5 pt)

L'enrobage n'est pas respecté donc la section est sur-critique

$e_0 = -(v' - d') = -0,38 \text{ m}$ (0,5 pt)

$P = \frac{M_{\max} + \bar{\sigma}_{ti} \rho B v}{\rho v + v' - d'}$ $P = 1,22 \text{ MN}$ (0,5 pt)

Contraintes finales : (1 pt)

$$\frac{P}{B} - \frac{Pe_0 v}{I} + \frac{M_{min} v}{I} = 2,19 \text{ MPa} \geq \bar{\sigma}_{ts} = -2,7 \text{ MPa}$$

$$\frac{P}{B} + \frac{Pe_0 v'}{I} - \frac{M_{min} v'}{I} = 7,73 \text{ MPa} \leq \bar{\sigma}_{ci} = 17,5 \text{ MPa}$$

$$\frac{P}{B} - \frac{Pe_0 v}{I} + \frac{M_{max} v}{I} = 12,62 \text{ MPa} \leq \bar{\sigma}_{cs} = 17,5 \text{ MPa}$$

$$\frac{P}{B} + \frac{Pe_0 v'}{I} - \frac{M_{max} v'}{I} = -2,7 \text{ MPa} \geq \bar{\sigma}_{ti} = -2,7 \text{ MPa}$$

EXERCICE 3 (5 pts) :**La tension à l'origine :**

$$\sigma_{p0} = \min(0,9 f_{peg}, 0,8 f_{prg}) \rightarrow \sigma_{p0} = 1314 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

Les pertes instantanées :

- La perte due au frottement :

$$\Delta\sigma_{frott}(x) = \sigma_{p0} (1 - e^{-(\alpha f + \varphi x)}) \quad \text{Donc : } \Delta\sigma_{frott}(7,5) = 36,28 \text{ MPa.} \quad (0,5 \text{ pt})$$

- La perte due au recul d'ancrage :

$$d = \sqrt{\frac{g E_p x}{\Delta\sigma_{frott}(x)}} \rightarrow d = 6,27 \text{ m}, \text{ comme } d < x = 7,5 \text{ m} \text{ donc : } \Delta\sigma_{rec}(7,5) = 0 \text{ MPa.} \quad (0,5 \text{ pt})$$

- La perte due au raccourcissement du béton :

$$\Delta\sigma_{racc}(x) = \frac{n-1}{2n} (\sigma_b \frac{E_p}{E_{ij}}) \text{ avec : } E_{ij} = E_{i12} = 32164,2 \text{ MPa.}$$

$$\text{On a : } \sigma_b = \frac{P}{B_n} + \frac{P.e^2}{I_n} + \frac{M.e}{I_n}$$

$$P = (\sigma_{p0} - \Delta\sigma_{frott} - \Delta\sigma_{rec}) A_p \cdot \text{D'où : } P = 1780 \text{ kN.}$$

$$M = Ql^2/8, \text{ avec: } Q = G = (0,246).25 = 6,15 \text{ kN/m.} \quad \text{Donc : } M = 172,97 \text{ kN.m.}$$

$$\text{Donc: } \sigma_b = 16,36 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

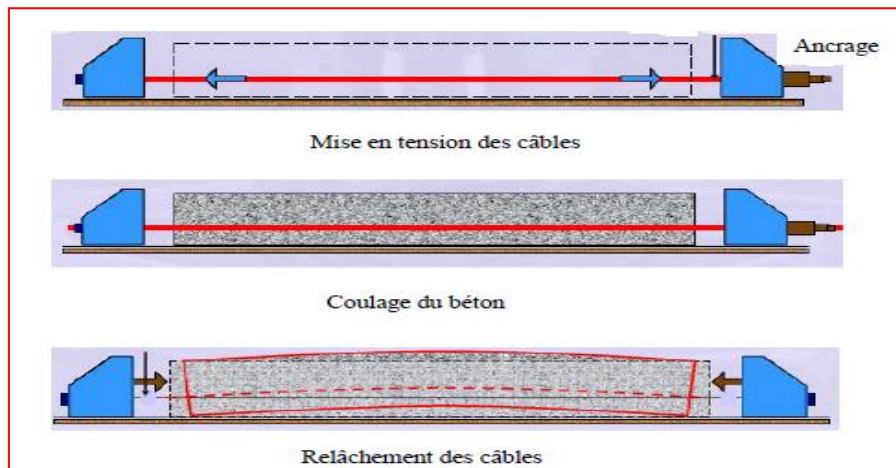
$$\text{D'où: } \Delta\sigma_{rac}(7,5) = 40,27 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

$$\text{- Les pertes instantanées : } \Delta\sigma_{pi}(7,5) = 76,55 \text{ MPa.}$$

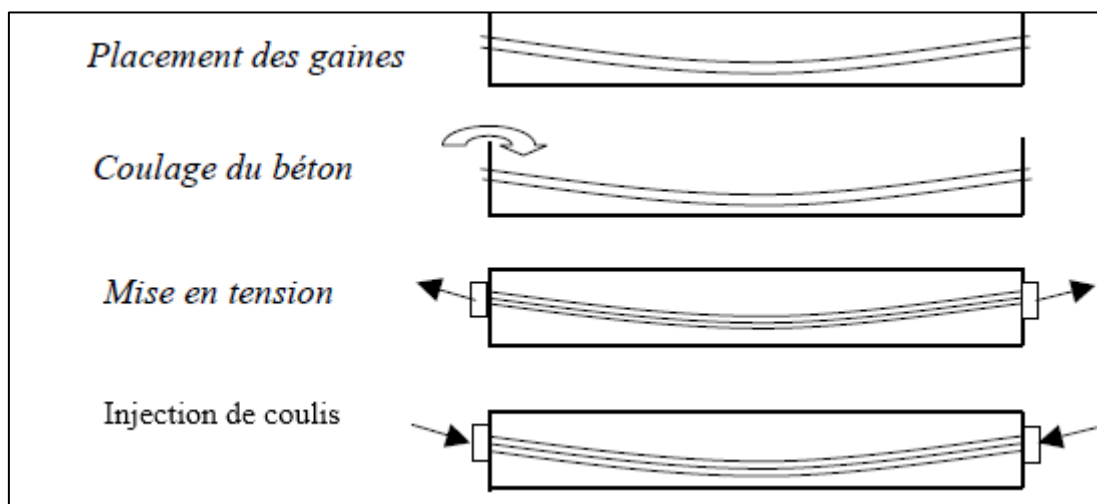
$$\text{- La tension initiale : } \sigma_{pi}(7,5) = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{pi} = 1237,45 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

QUESTIONS DE COURS (5 pts) :

- En pré tension : **(1 pt)**



En post tension : **(1 pt)**



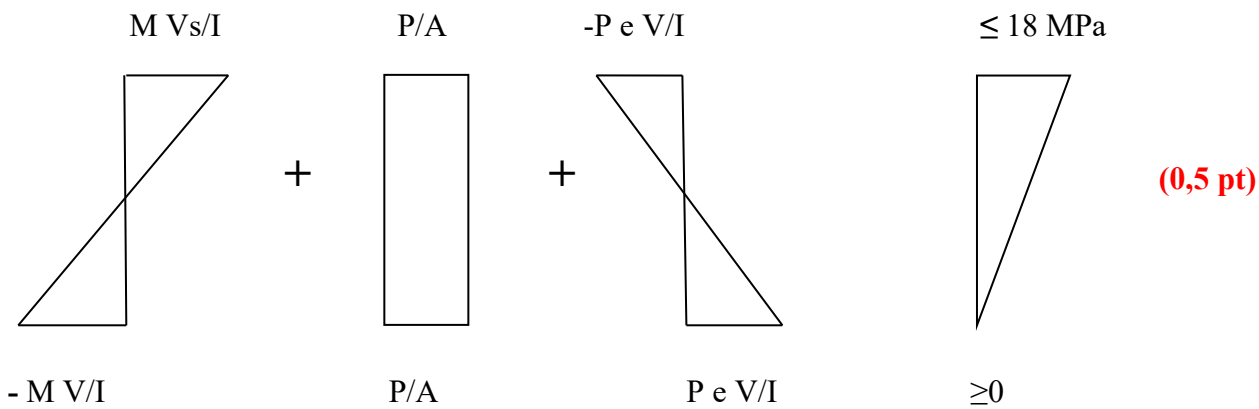
- En pré-tension : **l'adhérence** entre l'acier actif et le béton, et en post tension : **l'ancrage**. **(1 pt)**
- **Ancrage actif** : c'est là où on pose le vérin et effectue la mise en tension des câbles. **(0,5 pt)**
- **Le transfert** : c'est le passage d'une traction dans le câble vers une compression sur le béton. **(0,5 pt)**
- **La tension initiale** : c'est la valeur de précontrainte résiduelle après les pertes instantanées. **(0,5 pt)**
- **La situation sur critique** : c'est le cas où l'enrobage n'est pas assuré. **(0,5 pt)**

EXERCICE 1 (5 pts) :

Nous avons : $B = 0,18 \text{ m}^2$ $v = 0,3 \text{ m}$ $I = 0,0054 \text{ m}^4$ $e = 0,23 \text{ cm}$.

- La tension à l'origine : $\sigma_{p0} = 1416 \text{ MPa}$. **(0,5 pt)**
- La tension finale : $\sigma_p = 1276 \text{ MPa}$ **(0,5 pt)**
- La force de précontrainte : $P = 1010,59 \text{ kN}$ **(0,5 pt)**

Nous avons :



Du diagramme:

(1): $M V/I + P/A - P e V/I \leq 18 \text{ MN/m}^2$. (0,5 pt)

(2): $-M V/I + P/A + P e V/I \geq 0$. (0,5 pt)

De (1) : $M \leq 455,38 \text{ kN.m}$ $Q \leq 11,69 \text{ kN/m}$ (0,5 pt)

De (2) : $M \leq 333,5 \text{ kN.m}$ $Q \leq 7,36 \text{ kN/m}$ (0,5 pt)

Q doit satisfaire les deux conditions, donc: $Q = 7,36 \text{ kN/m}$ (1 pt)

EXRCICE 2 (5 pts) :

Nous avons : $f_{c28} = 35 \text{ MPa}$. Donc : $\bar{\sigma}_{cs} = \bar{\sigma}_{ci} = 0,5 f_{c28} = 17,5 \text{ MPa}$ et $\bar{\sigma}_{ts} = \bar{\sigma}_{ti} = f_{tj} = 2,7 \text{ MPa}$

$B = 0246 \text{ m}^2$ $v = v' = 0,5 \text{ m}$ $I = 0,027 \text{ m}^4$ $\rho = 0,439$ (1 pt)

$M_{\min} = 0,314 \text{ MN.m}$ $M_{\max} = 0,877 \text{ MN.m}$ $\Delta M = 0,563 \text{ MN.m}$ (1 pt)

La section est sous critique :

$P = \frac{\Delta M}{\rho h} + \frac{B(v\bar{\sigma}_{ti} + v'\bar{\sigma}_{ts})}{h}$ $P = 0,618 \text{ MN}$ (0,5 pt)

$e_0 = -\rho v' - (M_{\min} - \rho v' B \bar{\sigma}_{ts})/P$ $e_0 = -0,96 \text{ m}$ (0,5 pt)

L'enrobage n'est pas respecté donc la section est sur-critique

$e_0 = -(v' - d') = -0,38 \text{ m}$ (0,5 pt)

$P = \frac{M_{\max} + \bar{\sigma}_{ti} \rho B v}{\rho v + v' - d'}$ $P = 1,22 \text{ MN}$ (0,5 pt)

Contraintes finales : (1 pt)

$\frac{P}{B} - \frac{P e_0 v}{I} + \frac{M_{\min} v}{I} = 2,19 \text{ MPa} \geq \bar{\sigma}_{ts} = -2,7 \text{ MPa}$

$\frac{P}{B} + \frac{P e_0 v'}{I} - \frac{M_{\min} v'}{I} = 7,73 \text{ MPa} \leq \bar{\sigma}_{ci} = 17,5 \text{ MPa}$

$\frac{P}{B} - \frac{P e_0 v}{I} + \frac{M_{\max} v}{I} = 12,62 \text{ MPa} \leq \bar{\sigma}_{cs} = 17,5 \text{ MPa}$

$\frac{P}{B} + \frac{P e_0 v'}{I} - \frac{M_{\max} v'}{I} = -2,7 \text{ MPa} \geq \bar{\sigma}_{ti} = -2,7 \text{ MPa}$

EXERCICE 3 (5 pts) :

La tension à l'origine :

$$\sigma_{p0} = 1314 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

Les pertes instantanées :

$$\Delta\sigma_{\text{frott}}(7,5) = 36,28 \text{ MPa.} \quad (0,5 \text{ pt})$$

$$d = 6,27 \text{ m} \quad x = 7,5 \text{ m} \quad \text{donc : } \Delta\sigma_{\text{rec}}(7,5) = 0 \text{ MPa.} \quad (0,5 \text{ pt})$$

- La perte due au raccourcissement du béton :

$$\Delta\sigma_{\text{racc}}(x) = \frac{n-1}{2n} (\sigma_b \frac{E_p}{E_{ij}}) \quad \text{avec : } E_{i12} = 32164,2 \text{ MPa.}$$

$$\text{On a : } \sigma_b = \frac{P}{B_n} + \frac{P \cdot e^2}{I_n} + \frac{M \cdot e}{I_n}$$

$$P = (\sigma_{p0} - \Delta\sigma_{\text{frott}} - \Delta\sigma_{\text{rec}})A_p \quad \text{D'où : } P = 1780 \text{ kN.}$$

$$M = Ql^2/8, \quad M = 172,97 \text{ kN.m.}$$

$$\text{Donc : } \sigma_b = 16,36 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

$$\text{D'où : } \Delta\sigma_{\text{rac}}(7,5) = 40,27 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

$$\text{- Les pertes instantanées :} \quad \Delta\sigma_{pi}(7,5) = 76,55 \text{ MPa.}$$

$$\text{- La tension initiale :} \quad \sigma_{pi}(7,5) = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{pi} = 1237,45 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$