

CHAPITRE 4

Plasticité et résistance au cisaillement

*Problème 4.1 Triaxial sur un sable

Un échantillon sec de sable compact est soumis à un essai triaxial, on suppose que l'angle de frottement interne φ est voisin de 36° . Si la contrainte principale minimale σ_3 est de 300 kPa, pour quelle valeur de la contrainte maximale σ_1 l'échantillon se rompra-t-il ?

Solution

Il y aura « rupture » ou plutôt entrée en plasticité de l'échantillon, lorsque le cercle de Mohr sera tangent à la courbe intrinsèque.

Dans le cas du sable considéré, la courbe intrinsèque est constituée des 2 droites faisant un angle de 36° avec $O\sigma$ et passant par l'origine des axes.

Au début de l'essai, l'échantillon est soumis à un tenseur de contrainte isotrope et le cercle de Mohr se réduit à un point, d'abscisse σ_3 .

Lorsque l'on fait croître σ_1 , le diamètre du cercle de Mohr augmente, l'extrémité du diamètre correspondant à σ_3 restant fixe (Fig. 4.1), jusqu'au cercle de Mohr de rupture qui est tangent à la courbe intrinsèque.

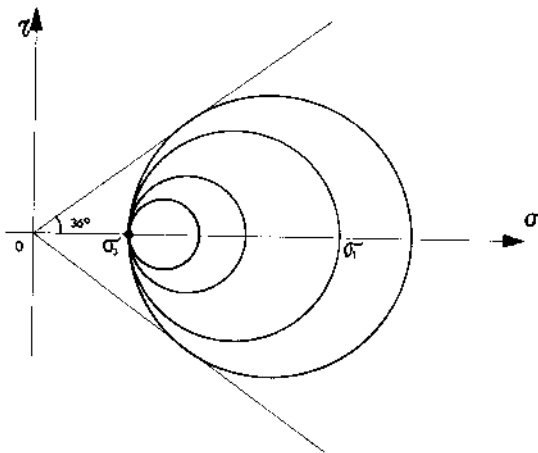


Fig. 4.1.

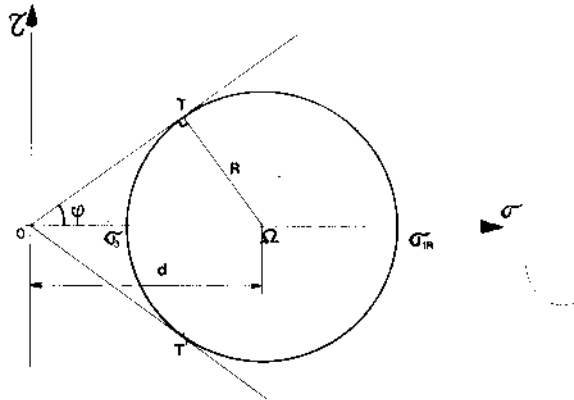


Fig. 4.2.

Soient d et R l'abscisse du centre et le rayon du cercle de Mohr de rupture. On a (Fig. 4.2)

$$\frac{R}{d} = \sin \varphi \quad \text{d'où : } \sigma_3 = d - R = \frac{R}{\sin \varphi} - R = R \frac{1 - \sin \varphi}{\sin \varphi}$$

$$\sigma_{1R} = d + R = \frac{R}{\sin \varphi} + R = R \frac{1 + \sin \varphi}{\sin \varphi}.$$

Par suite :

$$\frac{\sigma_{1R}}{\sigma_3} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right).$$

Application numérique :

$$\sigma_3 = 300 \text{ kPa}$$

$$\varphi = 36^\circ$$

$$\pi/4 + \varphi/2 = 45 + 18 = 63^\circ$$

$$\tan 63^\circ = 1,96$$

$$\sigma_{1R} = 300 \times 1,96^2 = 1\,155 \approx 1\,160 \text{ kPa}.$$

Réponse

$$\sigma_{1R} = 1\,160 \text{ kPa}.$$

★Problème 4.2

171

Problème 4.2 Triaxial sur sable avec cohésion

Résoudre le problème précédent en supposant que le sable possède une légère cohésion égale à 12 kPa.

Solution

Dans ce cas, la courbe intrinsèque est toujours constituée de deux droites symétriques par rapport à l'axe $O\sigma$ et faisant avec cet axe des angles de 36° .

Mais du fait de la cohésion, ces deux droites ne passent plus par l'origine mais par les points de coordonnées $\sigma = 0, \tau = \pm c$ (Fig. 4.3).

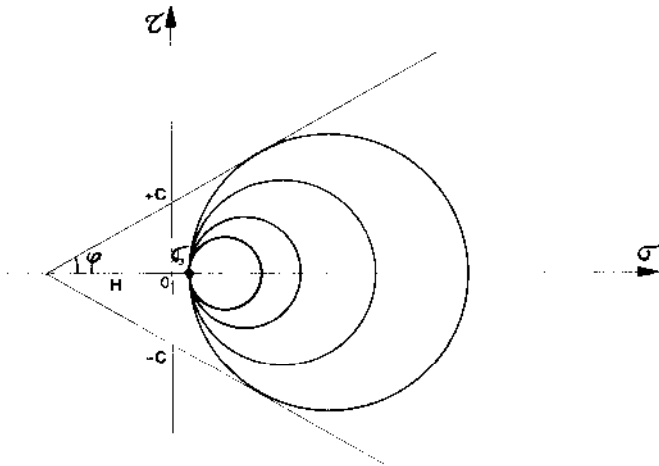


Fig. 4.3.

Un calcul analogue à celui effectué au cours du problème précédent, nous donne, en posant :

$$H = c \cot \varphi \quad (\text{Fig. 4.4})$$

$$\sigma_{1R} + H = (\sigma_3 + H) \tan^2 (\pi/4 + \varphi/2)$$

soit :

$$\sigma_{1R} = (\sigma_3 + H) \tan^2 (\pi/4 + \varphi/2) - H.$$

Application numérique :

$$\sigma_3 = 300 \text{ kPa}$$

$$\varphi = 36^\circ$$

$$\cot \varphi = 1,376$$

$$\tan^2 (\pi/4 + \varphi/2) = 3,85$$

$$c = 12 \text{ kPa}$$

$$H = c \cot \varphi = 16,5 \approx 17 \text{ kPa}$$

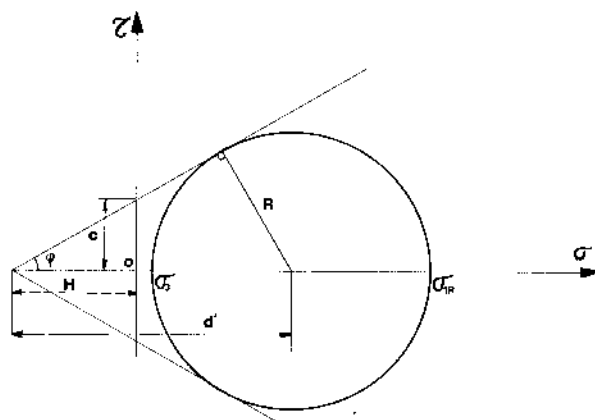


Fig. 4.4.

d'où :

$$\sigma_{1R} = (300 + 17) \times 3,85 - 17 = 1203 \neq 1\,200 \text{ kPa.}$$

Réponse

$$\sigma_{1R} = 1\,200 \text{ kPa.}$$

★★★★★

★Problème 4.3 Mesure de c et φ à l'aide d'un essai triaxial

On effectue deux essais triaxiaux sur un matériau cohérent. Dans le premier, la pression latérale est de 200 kPa et la rupture se produit quand on applique une pression verticale supplémentaire de 600 kPa. Au cours du deuxième essai la pression latérale est de 300 kPa et la rupture survient lorsqu'on exerce une contrainte verticale supplémentaire de 800 kPa (Fig. 4.5).

Quelles valeurs peut-on attribuer, à la suite de ces essais, à c et à φ pour le matériau considéré ?

Solution

Chacune des deux expériences fournit un cercle de Mohr limite qui conduit à la relation établie au cours de l'exercice précédent :

$$\sigma_{1R} = (\sigma_3 + H) \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) - H.$$

Problème 4.3

Posons : $K = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$.

Pour le premier essai nous avons :

$$\sigma_3 = 200 \text{ kPa et } \sigma_{1K} = 200 + 600 = 800 \text{ kPa}.$$

Pour le second essai nous avons :

$$\sigma_3 = 300 \text{ kPa et } \sigma_{1K} = 300 + 800 = 1100 \text{ kPa}.$$

On a donc les relations suivantes :

$$800 - 200 K = H(K - 1) \quad (1)$$

$$1100 - 300 K = H(K - 1) \quad (2)$$

D'où l'on tire : $K = 3$ soit $\tan^2 (\pi/4 + \varphi/2) = 3$.

Donc : $\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} = 60^\circ$ d'où $\varphi = 30^\circ$.

L'équation (1) donne alors : $H = \frac{800 - 200 K}{K - 1} = 100$

Soit : $c \cot \varphi = 100$

d'où : $c = 100 \tan \varphi = 100 \tan 30^\circ = 100 \sqrt{3}/3 = 57,7 \text{ kPa}.$

$c \approx 58 \text{ kPa}.$

Résumé des réponses

$c = 58 \text{ kPa} ; \quad \varphi = 30^\circ.$

Remarque : Le résultat peut être également obtenu graphiquement en construisant les deux cercles de Mohr et en traçant leur tangente commune comme indiqué sur la figure 4.5.

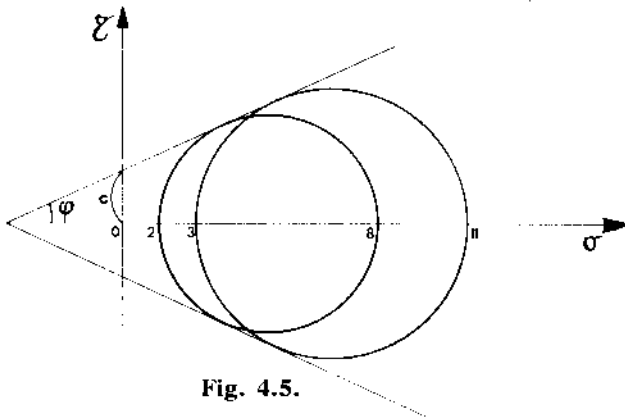


Fig. 4.5.
