

Chapitre 1

Résistance au cisaillement

1.1 Introduction

Dans la pratique, la résolution d'un problème de géotechnique consiste successivement à :

- **vérifier que la stabilité** vis-à-vis de la **rupture** est assurée avec un coefficient de sécurité satisfaisant,
- s'assurer que le dimensionnement de l'ouvrage est compatible avec les **tassements admissibles**.

La question des tassements a été traitée lors du chapitre sur la consolidation des sols. Dans ce chapitre est donc traitée la question de la rupture des sols.

1.1.1 Notions élémentaires sur la rupture des sols

On peut identifier dans les sols trois principaux types de sollicitations : par **traction**, **compression** ou **cisaillement**.

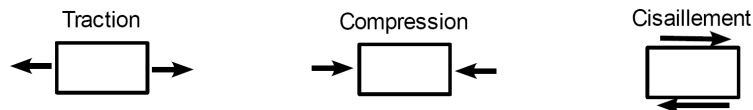


FIGURE 1.1 – Principaux types de sollicitation dans les sols.

- **Traction** : étant donné que la cause principale de sollicitation dans les sols est la gravité terrestre, créant des efforts verticaux dirigés vers le bas, on comprend intuitivement que les contraintes de traction sont en générales absentes. De plus, la résistance à la traction des sols est très faible voire nulle, on ne cherche donc pas en général à l'évaluer et on lui attribue par défaut une valeur nulle.
- **Compression** : les sols présentent en général une bonne résistance à la compression. Cette résistance à la compression **n'est pas en général le critère dimensionnant** des ouvrages.
- **Cisaillement** : la rupture d'un sol par cisaillement est en général provoquée avant que ne se produise sa rupture par contraintes de compression. Ainsi **pour dimensionner des ouvrages de génie-civil (fondations...), il suffit en général de connaître la résistance au cisaillement** du sol, car **s'il y a rupture ce sera suivant une sollicitation en cisaillement**.

1.1.2 Bref rappel sur les contraintes

En un point M d'un milieu continu, on définit un élément de plan, ou facette d'aire dS infiniment petite et de normale $\vec{n}$. Cet élément sépare le milieu en deux parties notées (1) et (2) (Fig 1.2). On admet que l'action de la partie (1) sur (2) se traduit au point M, sur la facette dS par une contrainte notée $\vec{e}$.

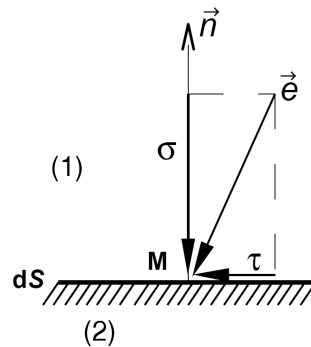


FIGURE 1.2 – Vecteur contrainte.

Le vecteur contrainte $\vec{e}$ se décompose, par rapport au repère lié à la facette dS , en une composante normale σ (suivant $\vec{n}$) et une composante tangentielle τ (comprise dans le plan de la facette).

La rupture des sols s'effectue par cisaillement, c'est à dire lorsque la contrainte de cisaillement τ devient « trop importante ».

Convention de signe :

puisque les contraintes de traction dans les sols sont rares, pour simplifier les écritures, on compte :

- POSITIVEMENT les contraintes normales σ , correspondant à une COMPRESSION (se traduisant par un raccourcissement),
- NEGATIVEMENT les contraintes normales σ , correspondant à une TRACTION (se traduisant par un allongement).

Le signe de la contrainte tangentielle τ n'a pas de signification intrinsèque (le signe dépend de la position de l'observateur). Par souci de simplicité, les contraintes tangentielles τ seront comptées positivement.

1.2 Appareil de cisaillement direct – boîte de Casagrande

1.2.1 Principe de l'essai

L'essai de cisaillement direct est une méthode assez ancienne pour mesurer la résistance au cisaillement des sols. La forme la plus récente de la boîte de cisaillement directe a été élaborée par Arthur Casagrande en 1932.

L'essai consiste à soumettre le sol à un cisaillement suivant un plan imposé. L'éprouvette de sol est placée à l'intérieur de demi-boîtes qui peuvent se déplacer horizontalement l'une par rapport à l'autre. Un piston permet d'exercer sur le sol une force verticale N constante pendant toute la durée de l'essai (Fig. 1.3).

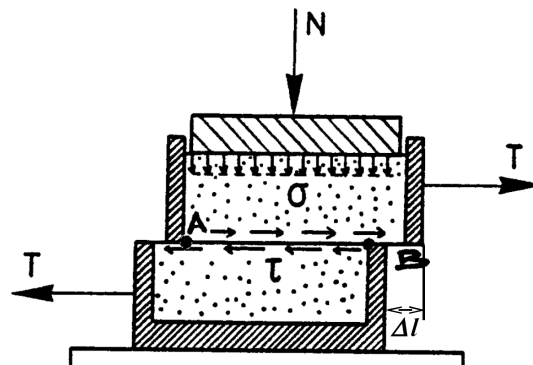


FIGURE 1.3 – Appareil de cisaillement direct.

Une demi-boîte est entraînée horizontalement à vitesse constante pendant que l'autre est maintenue bloquée. A tout instant, on mesure la force de cisaillement T . Un capteur de déplacement permet de déterminer le déplacement relatif Δl des deux demi-boîtes.

On exerce sur le plan de séparation AB des deux demi-boîtes une contrainte dont les composantes normale et tangentielle ont pour valeur moyenne :

$$\sigma' = \frac{N}{S_c} \quad \text{et} \quad \tau' = \frac{T}{S_c},$$

où S_c est la section corrigée de l'éprouvette (cette section variant en fonction du déplacement relatif Δl).

L'essai consiste à faire croître T (et donc τ') jusqu'à la rupture de l'éprouvette de sol, N étant maintenu constant (σ' est donc à peu près constant) au cours de l'essai.

1.2.2 Critère de rupture de Mohr-Coulomb

La figure 1.4 présente l'évolution de la contrainte de cisaillement au cours de plusieurs essais. La contrainte de cisaillement à la rupture τ'_r correspond au pic de τ' (contrainte de cisaillement maximum supportée par le sol).

On remarque que la valeur de τ'_r n'est pas unique mais dépend de la valeur de la contrainte normale σ'_r (τ'_r augmente avec σ'_r).

La résistance au cisaillement d'un sol dépend de la contrainte normale exercée sur le plan de cisaillement.

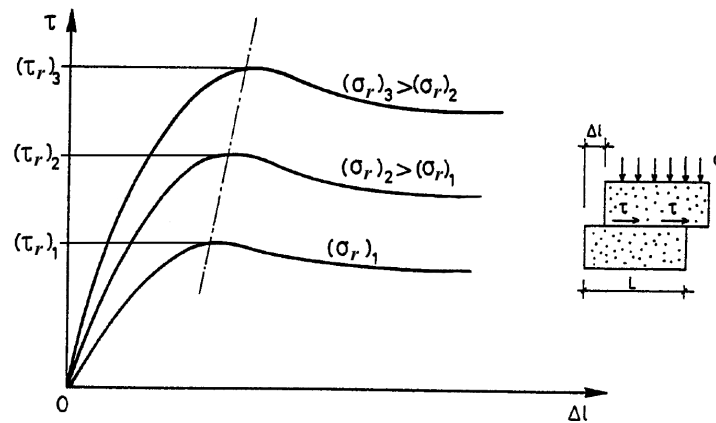


FIGURE 1.4 – Courbes contrainte-déplacement.

Le plan de Mohr est une représentation plane de l'état de contrainte dans des axes liés à la facette. L'axe des abscisses (σ') représente la contrainte normale exercée sur la facette alors que l'axe des ordonnées (τ') représente la contrainte de cisaillement.

Chacun des états de rupture d'un sol, caractérisé par un couple τ'_r et σ'_r , peut être représenté par un point sur le plan de Mohr.

La figure 1.5 montre les points atteints à la rupture pour trois contraintes normales σ' différentes. On remarque que les points sont à peu près alignés suivant une droite. Cette droite représente l'ensemble des états de rupture. Elle sépare le plan de Mohr en deux domaines :

- le domaine sous cette droite représente l'ensemble des états de contrainte que peut « supporter » le sol,
- le domaine au-dessus de la droite représente l'ensemble des états de contrainte qui ne peuvent pas être atteints avec le sol considéré (il y a rupture avant de pouvoir les atteindre).

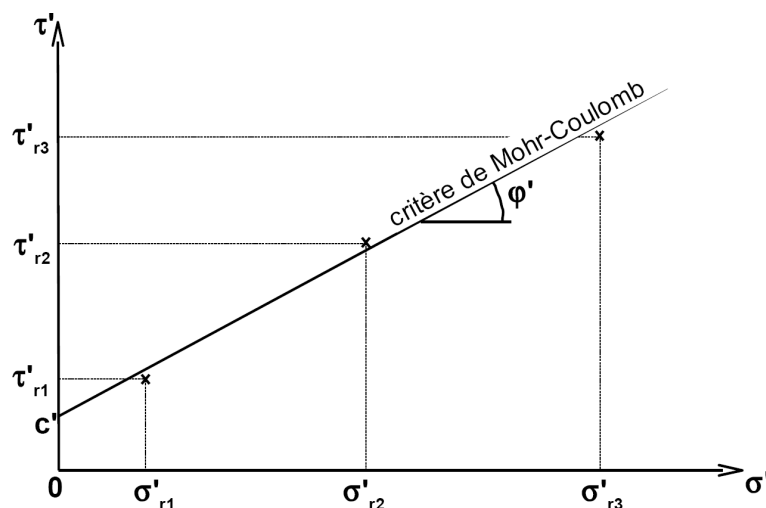


FIGURE 1.5 – Représentation des états de rupture caractérisés à la boîte de Casagrande dans le plan de Mohr.

On appelle la droite représentant l'ensemble des états de rupture le **Critère de Mohr-Coulomb**. Ce critère est défini par l'équation :

$$\tau' = \sigma' \cdot \tan \varphi' + c'.$$

- φ' est appelé l'**angle de frottement**, il représente la pente de la droite et **s'exprime en degré**. L'angle de frottement traduit le lien entre la contrainte normale appliquée et la résistance au cisaillement.
- c' est appelée la **cohésion** et a la **dimension d'une contrainte**. Elle correspond à la résistance au cisaillement pour une contrainte normale nulle. La cohésion traduit un « effet de colle » que l'on observe dans des argiles ou des sables partiellement saturés, elle est nulle pour un sable sec ou saturé et les argiles normalement consolidées.

Ainsi, si l'on connaît les valeurs des paramètres de résistance mécanique φ' et c' d'un sol donné, on peut facilement savoir si un état de contrainte défini par σ' et τ' provoquera la rupture, ou non, de ce sol.

La boîte de cisaillement direct est simple et rapide à mettre en oeuvre, cependant elle ne permet pas un contrôle correct des conditions de drainage du sol, ainsi qu'une maîtrise précise de l'état de contrainte (il y a une concentration de contraintes aux extrémités de la boîte). L'**appareil triaxial** décrit ci-après permet d'éviter ces inconvénients.

1.3 Appareil triaxial

1.3.1 Cisaillement à plan de rupture non imposé

L'objectif de ce paragraphe est de montrer que l'on peut imposer une contrainte de cisaillement au sein d'un échantillon de sol, tout en imposant sur les frontières de l'échantillon uniquement des contraintes normales aux faces de l'échantillon.

- **Contraintes principales majeure et mineure**

Les contraintes s'appliquant aux trois plans de l'espace sur lesquels le **cisaillement est nul** sont les **contraintes principales** notées : σ_1 , σ_2 et σ_3 (voir Fig 1.6).

Dans les sols, les contraintes verticales et horizontales sont généralement associées aux contraintes principales. La **contrainte principale majeure** σ_1 , la plus élevée, correspond en général à la direction verticale. Les **contraintes principale mineure** σ_3 et intermédiaire σ_2 correspondent alors aux deux directions horizontales.

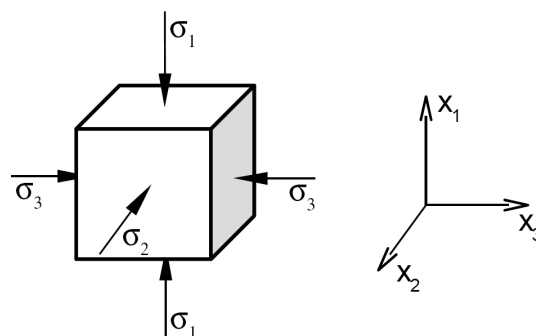


FIGURE 1.6 – Contraintes principales suivant les trois directions de l'espace.

En mécanique des sols, on considère le plus souvent que toutes les directions horizontales jouent le même rôle vis-à-vis des contraintes, on considère donc que $\sigma_2 = \sigma_3$. l'**état de contrainte en un point donné** est donc **entièrement défini** uniquement à partir des **contraintes principales majeure** σ_1 et **mineure** σ_3 (il ne sera donc plus fait mention de σ_2 dans la suite).

- **Contrainte de cisaillement sur une facette d'orientation quelconque**

Considérons un élément de sol tel que présenté sur la figure 1.7 sur lequel sont appliquées les contraintes $\vec{\sigma}_1$ et $\vec{\sigma}_3$. Cet élément de sol est délimité par un plan formant un angle α avec l'horizontale. Pour que l'élément de sol soit à l'équilibre statique on doit appliquer une contrainte $\vec{e} = -\vec{\sigma}_1 - \vec{\sigma}_3$ sur ce plan. Ce vecteur contrainte se décompose en une composante σ , normale au plan, et une composante τ , tangente au plan.

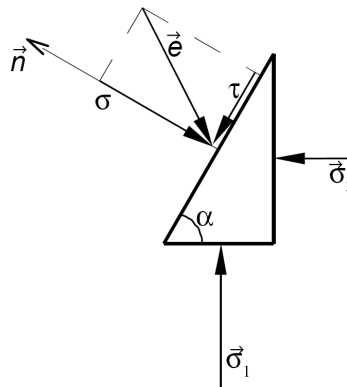


FIGURE 1.7 – Contraintes s'appliquant sur une facette d'orientation α .

On se rend donc compte qu'en imposant uniquement des contraintes normales σ_1 et σ_3 à la frontière d'un échantillon de sol (parallélépipédique par exemple), il se développe au sein de l'échantillon, sur des facettes d'orientation quelconque α , des contraintes de cisaillement τ qui vont conduire le matériau à la rupture.

Cercle de Mohr

Lorsque les contraintes σ_1 et σ_3 sont fixées, les valeurs des contraintes normale σ et tangentielle τ varie en fonction de l'orientation α de la facette considérée. Dans le plan de Mohr, les différentes valeurs que peuvent prendre σ et τ , en fonction de α , décrivent un cercle que l'on appelle *cercle de Mohr*, tel que montré sur la figure 1.8. La dimension du cercle de Mohr et sa position sur l'axe des abscisses dépend uniquement des contraintes principales majeure et mineure, σ_1 et σ_3 .

Si on connaît les valeurs des contraintes σ_1 et σ_3 , et l'orientation de la facette on en déduit facilement la position du point T sur le cercle dont les coordonnées correspondent aux contraintes σ et τ . La position du point T peut être trouvée :

- graphiquement en remarquant que l'orientation α de la facette, par rapport au plan portant la contrainte σ_1 , est égale sur le plan de Mohr à deux fois l'angle formé au centre M du cercle entre le segment MT et $M\sigma_1$ (voir l'exemple sur la figure 1.9),
- mathématiquement à l'aide des expressions suivantes :

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha \quad \text{et} \quad \sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha .$$

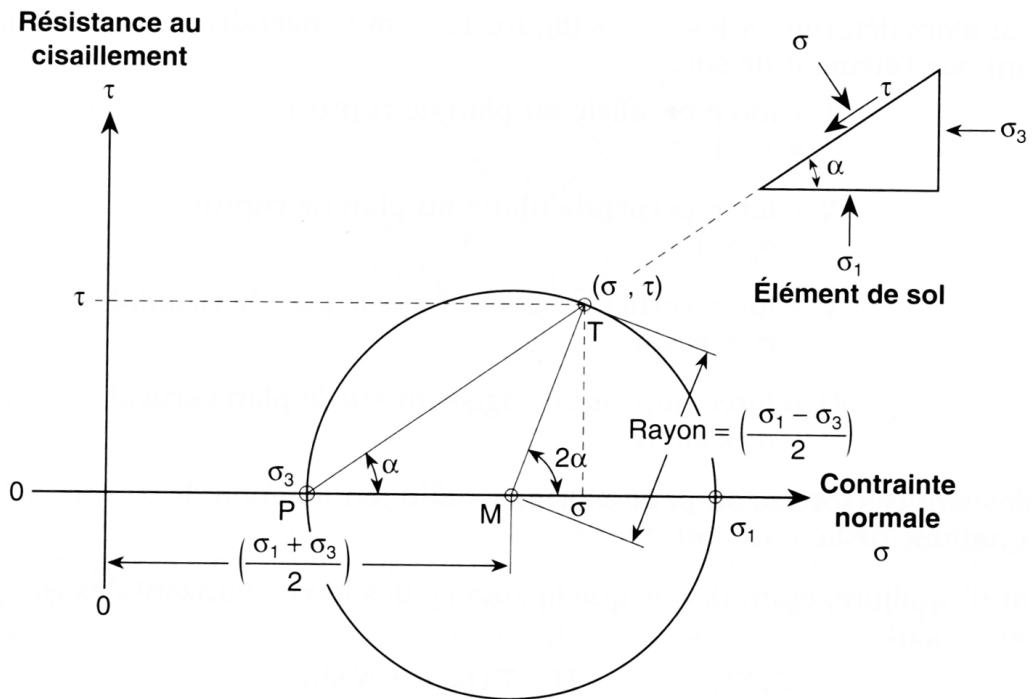


FIGURE 1.8 – Cercle de Mohr.

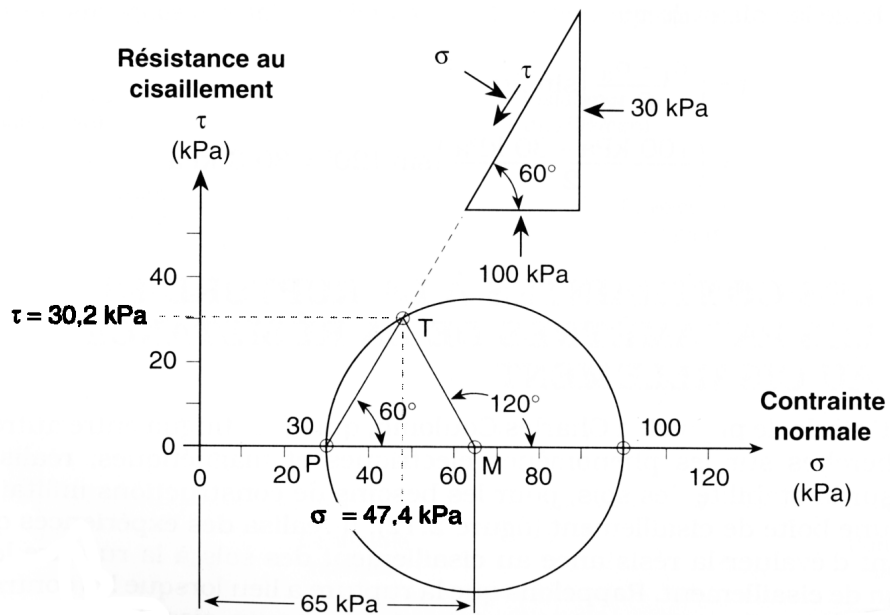


FIGURE 1.9 – Exemple de calcul des contraintes à l'aide du cercle de Mohr pour $\sigma_1 = 100$ kPa, $\sigma_3 = 30$ kPa et $\alpha = 30^\circ$.

1.3.2 Principe de l'essai triaxial

L'essai est réalisé sur des éprouvettes cylindriques de sol saturé de section S . L'éprouvette est entourée d'une membrane étanche en caoutchouc ou latex, le tout placé dans une cellule cylindrique remplie d'eau. Des pierres poreuses placées aux extrémités de l'éprouvette et reliée à un système de drainage permettent à l'eau interstitielle d'entrer ou de sortir de l'éprouvette de sol. Ces pierres poreuses peuvent également être reliées à un appareil de mesure de pression interstitielle. Un piston permet de comprimer l'éprouvette dans la direction verticale avec une force P .

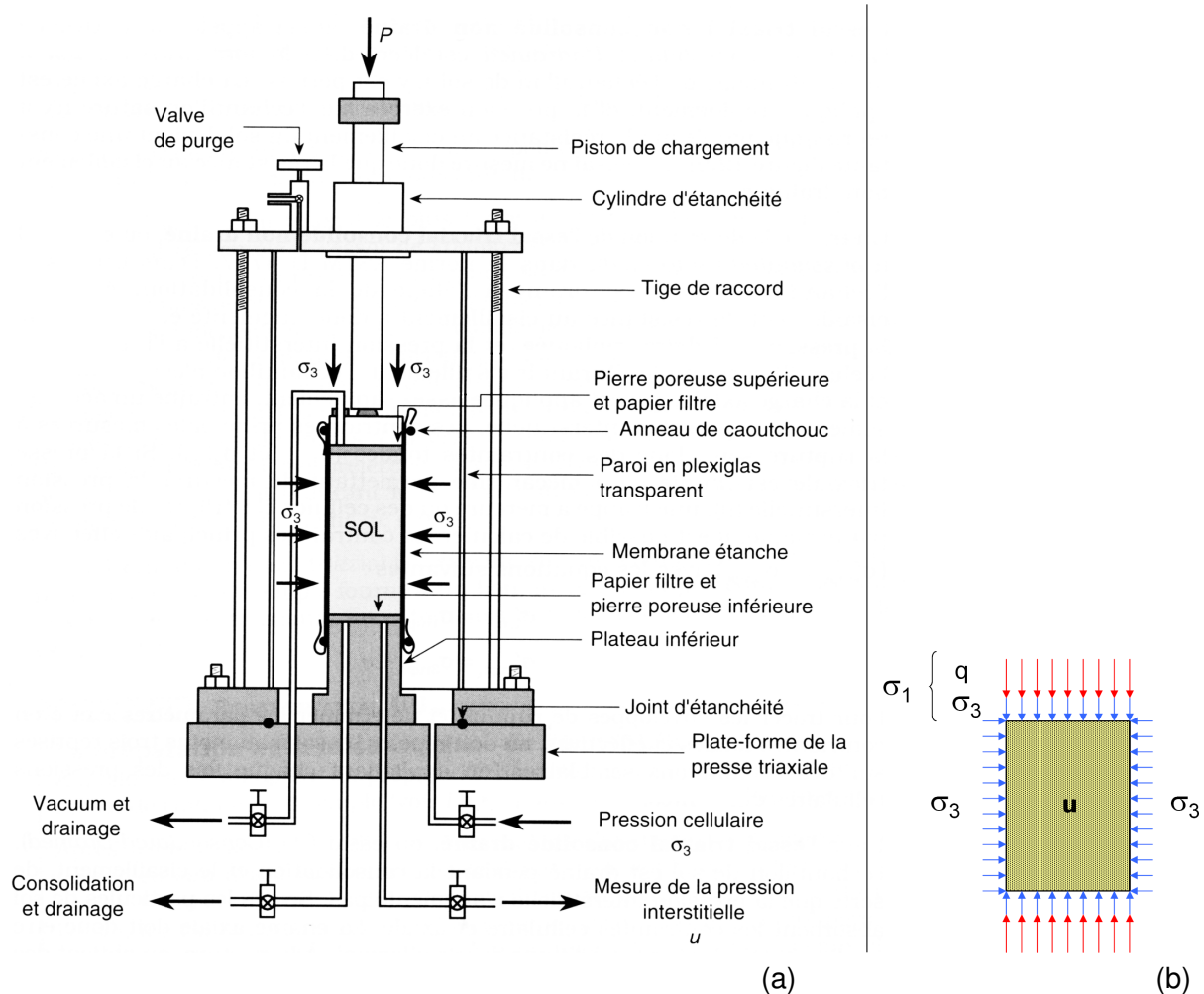


FIGURE 1.10 – (a) Cellule triaxiale ; (b) contraintes appliquées à l'éprouvette de sol.

- Le contrôle de la pression d'eau dans la cellule permet d'imposer directement la contrainte horizontale (ou radiale) totale σ_3 à l'échantillon, (cette pression étant appliquée grâce à de l'eau, elle agit également dans le sens vertical, Fig 1.10b).
- Dans la direction verticale agit la pression d'eau dans le cellule plus une contrainte d'intensité $q = P/S$ créée par le piston et appelée déviateur, Fig 1.10b . La contrainte verticale totale est donc égale à $\sigma_1 = \sigma_3 + q$.
- Finalement on peut imposer et/ou mesurer la pression d'eau interstitielle u dans l'éprouvette de sol.

L'essai comporte deux étapes (que l'on peut suivre sur la figure 1.11 si l'on se réfère au plan de Mohr) :

1. **une première étape de compression isotrope** le piston n'est pas utilisé (donc $q = 0$), seule la pression d'eau dans la cellule est augmentée. Il y a donc accroissement des contraintes $\sigma_1 = \sigma_3$ jusqu'à une valeur donnée (on remarque dans ce cas que quelque soit l'orientation α de la facette considérée la contrainte de cisaillement τ est toujours nulle),
2. **une deuxième étape de cisaillement**, durant laquelle on fait croître, avec la piston, la valeur du déviateur q et donc la valeur de σ_1 (σ_3 est maintenu constant). Cela va donner naissance à des contraintes de cisaillement τ sur des facettes d'orientation quelconque. La valeur de q est augmentée jusqu'à un maximum correspondant à la rupture en cisaillement du sol.

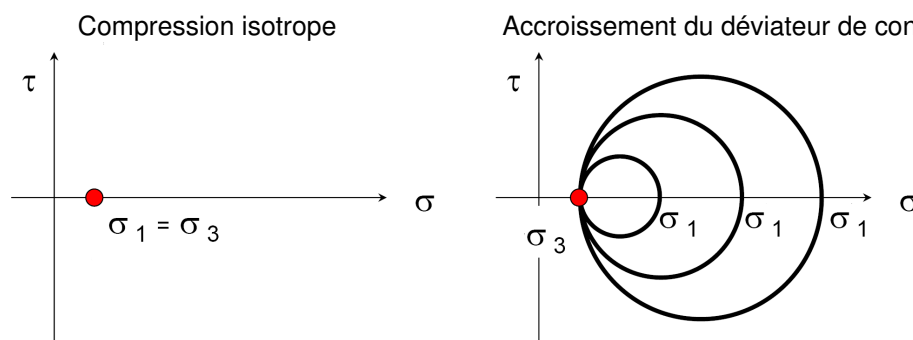


FIGURE 1.11 – Etapes de l'essai triaxial représenté dans le plan de Mohr.

1.3.3 Critère de Mohr-Coulomb

Lors de l'accroissement du déviateur de contrainte q , la contrainte σ_1 augmente ainsi que la taille du cercle de Mohr, correspondant à une augmentation des contraintes de cisaillement. Le cercle de Mohr augmente jusqu'à une taille maximale correspondant à l'état de rupture du sol (fig. 1.11).

En réalisant des essais triaxiaux pour différentes valeurs de contrainte σ_3 , on obtient à la rupture, des cercles de Mohr de diamètre d'autant plus grand que la valeur de σ_3 est élevée. En effet, plus σ_3 est important, plus la contrainte normale sur les plans de cisaillement est importante et plus le sol résistera à une contrainte de cisaillement élevée.

L'enveloppe des cercles de Mohr à la rupture est assez bien approximée par une droite tangente à chacun des cercles de Mohr (voir la figure 1.12). Cette droite est le **critère de rupture de Mohr-Coulomb** (que nous avons déjà vu lors de l'essai à la boîte de cisaillement) défini par la relation :

$$\tau = \sigma \tan \varphi + c$$

Cette droite sépare le plan de Mohr en deux domaines :

- le domaine sous cette droite représente l'ensemble des états de contrainte que peut « supporter » le sol,
- le domaine au-dessus de la droite représente l'ensemble des états de contrainte qui ne peuvent pas être atteints avec le sol considéré (il y a rupture avant de pouvoir les atteindre).

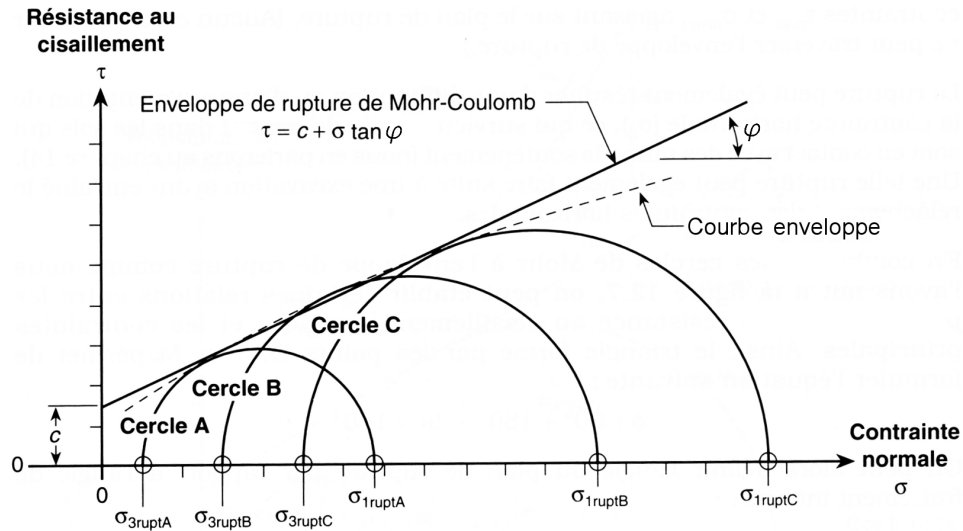


FIGURE 1.12 – Enveloppe des cercles de Mohr à la rupture et critère de Mohr-Coulomb.

1.3.4 Orientation des plans de rupture

L'orientation α des facettes suivant lesquelles la rupture en cisaillement a eu lieu peut être déduite à partir d'un cercle de Mohr à la rupture (tangent au critère de Mohr-Coulomb) tel que montré sur la figure 1.13. Sachant que la somme des angles d'un triangle est égale à π et en appliquant ce raisonnement au triangle DMT de la figure 1.13 on a :

$$\varphi + \frac{\pi}{2} + \pi - 2\alpha = \pi ,$$

d'où :

$$\alpha = \frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4} .$$

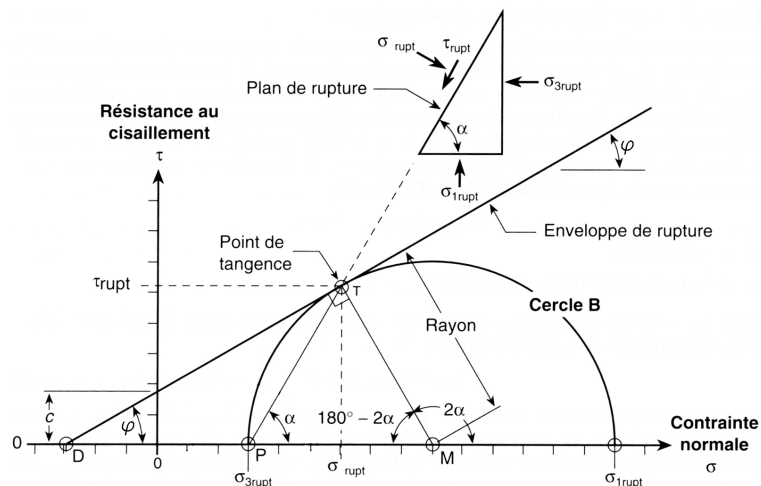


FIGURE 1.13 – Cercle de Mohr à la rupture pour le calcul de l'orientation des plans de rupture.

1.4 Conditions d'essais triaxiaux – paramètres de résistance mécanique

1.4.1 Notions de court terme et long terme

D'une manière générale on peut distinguer dans les sols des propriétés de **résistance mécanique à court terme** et à **long terme**.

Le court terme

C'est la phase initiale, de chantier ou des premières années de vie d'un ouvrage, pendant laquelle l'eau comprise dans les pores du sol n'a pas le temps de se déplacer (ceci est surtout vrai dans le cas des argiles qui sont peu perméables).

Dans ce cas, on dit que le sol est sollicité en **condition non drainée**, il en résulte des **surpressions interstitielles** engendrées par les surcharges récentes.

- **Cas des sables** (et plus généralement des sols à perméabilité élevée) : la perméabilité des sables est très élevée, le court terme correspond à une période de temps si courte que l'on ne considère pas la résistance mécanique des sables à court terme.
- **Cas des argiles** (et plus généralement des sols à perméabilité faible) : la perméabilité est faible, les surpressions interstitielles se dissipent donc lentement. A court terme la vérification de la résistance mécanique des argiles s'effectue en considérant les **contraintes totales** à partir de la **cohésion non drainée** c_u et de l'**angle de frottement non drainé** φ_u .

Le long terme

Il correspond à la phase finale, après quelques mois à quelques années pendant lesquels l'eau a eu le temps de circuler au sein du sol.

On dit que le sol est sollicité en **condition drainée**, les surpressions interstitielles ont eu le temps de se dissiper.

- **Cas des sables** (et plus généralement des sols à perméabilité élevée) : la vérification de la résistance mécanique des sables s'effectue toujours à long terme en considérant les **contraintes effectives** et en utilisant les **paramètres effectifs** φ' et c' .
- **Cas des argiles** (et plus généralement des sols à perméabilité faible) : une fois les surpressions interstitielles dissipées, la vérification de la résistance mécanique des argiles s'effectue à long terme (comme pour les sables) en considérant les **contraintes effectives** et en utilisant les **paramètres effectifs** φ' et c' .

Conditions de drainage sur les essais triaxiaux

Lors d'un essai triaxial on a la possibilité d'ouvrir ou de fermer le drainage de l'éprouvette de sol testée.

- **Drainage ouvert** : l'eau comprise dans les pores du sol peut librement s'évacuer ou entrer, la **pression interstitielle est donc nulle** $u = 0$ et les contraintes appliquées aux frontières de l'échantillon correspondent directement aux **contraintes effectives** $\sigma_1 = \sigma'_1$ et $\sigma_3 = \sigma'_3$ (puisque $u = 0$).
- **Drainage fermé** : l'eau comprise dans les pores du sol ne peut ni s'évacuer ni entrer. Il en résulte des surpressions interstitielles ($u \neq 0$) et les contraintes appliquées aux frontières de l'échantillon correspondent aux **contraintes totales**.

De ces conditions de drainage résulte, entre autres, deux types d'essais triaxiaux :

1. l'**essai consolidé-drainé** (drainage ouvert pendant le compression isotrope et l'application du déviateur), il permet de mesurer les **paramètres mécaniques effectifs** : φ' et c' .
2. l'**essai non consolidé-non drainé** (drainage fermé pendant le compression isotrope et l'application du déviateur), il permet de mesurer les **paramètres mécaniques non drainé** : c_u et φ_u .

1.4.2 Essai consolidé-drainé (CD)

L'essai consolidé drainé permet d'étudier le **comportement à long terme**.

La résistance mécanique du sol est caractérisée par l'**angle de frottement effectif** φ' et la **cohésion effective** c' . Le critère de Mohr-Coulomb s'écrit (Fig. 1.14) :

$$\tau' = \sigma' \tan \varphi' + c'.$$

Pour les argiles normalement consolidées et les sables $c' = 0$.

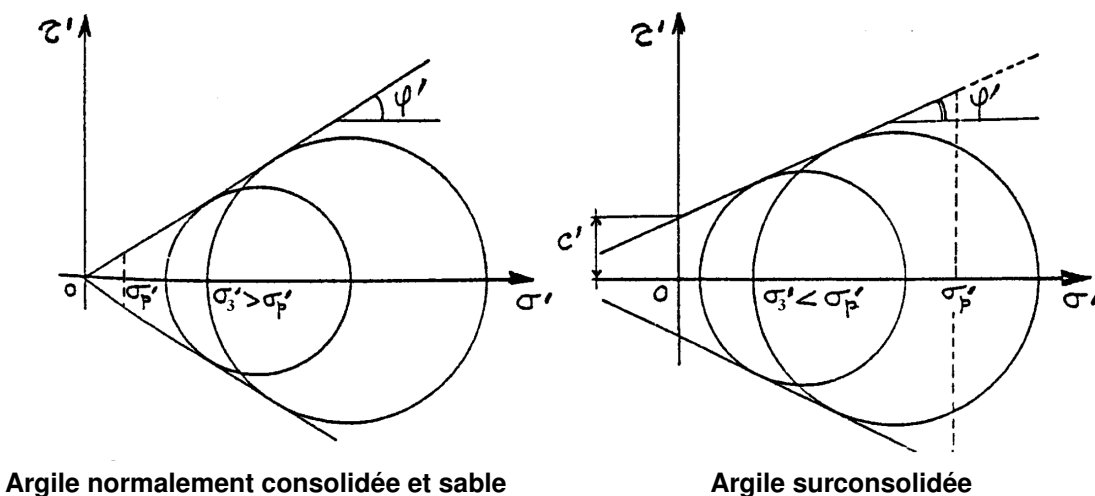


FIGURE 1.14 – Critère de Mohr-Coulomb obtenu après des essais consolidés-drainés.

Remarque

Le comportement à long terme peut également être étudié à partir d'un autre type d'essai triaxial : l'**essai consolidé-non drainé**, noté CU (drainage ouvert pendant la consolidation isotrope et fermé pendant l'application du déviateur).

Pendant le cisaillement de l'éprouvette, des surpressions interstitielles sont générées ($u \neq 0$) puisque le drainage est fermé. Il est possible de déterminer les contraintes effectives ($\sigma'_1 = \sigma_1 - u$ et $\sigma'_3 = \sigma_3 - u$) subies par le sol en mesurant la valeur de u . En traçant les cercles de Mohr à partir des contraintes effectives ainsi calculées à la rupture on en déduit l'**angle de frottement effectif** φ' et la **cohésion effective** c' .

1.4.3 Essai non consolidé-non drainé (UU)

L'essai non consolidé et non drainé permet d'étudier le **comportement à court terme** du sol en place.

La résistance au cisaillement est indépendante de la valeur de la contrainte de confinement σ_3 . Par conséquent, le diamètre des cercles de Mohr reste constant quelle que soit la valeur de σ_3 .

L'enveloppe des cercles de Mohr est une **droite parallèle à l'axe des abscisses** dont l'ordonnée à l'origine est appelée **cohésion non drainée**, notée c_u (φ_u est en général égal à 0). Le critère de rupture s'écrit en contraintes totales :

$$\tau = \sigma \tan \varphi_u + c_u.$$

en général, on réalise ce type d'essai uniquement sur des argiles (et non des sables).

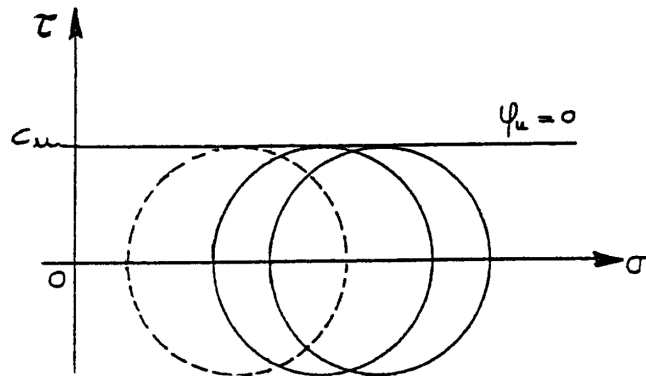


FIGURE 1.15 – Enveloppe des cercles de Mohr obtenus par des essais non consolidés-non drainés.

Cas particulier : essai de compression simple

Dans cet essai, **la contrainte σ_3 est nulle**, ce qui simplifie beaucoup le dispositif expérimental. La cohésion non drainée des argiles s'en déduit immédiatement, φ_u étant nul (Fig 1.16) :

$$C_u = \frac{R_c}{2},$$

où R_c correspond à σ_1 à la rupture, σ_1 étant directement déduit de la force F appliquée par le piston.

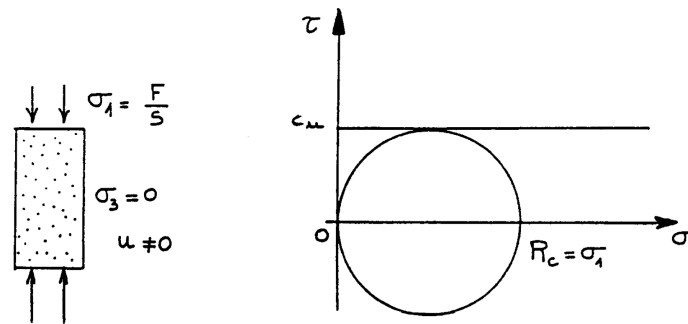


FIGURE 1.16 – Essai de compression simple.

1.4.4 Tableau de synthèse sur les propriétés mécaniques des sols

	Court Terme		Long Terme	
	c_u	φ_u	c'	φ'
Sable	raisonnement uniquement à long terme		0	moins de 30 à 40°
Argile normalement consolidée	10 à 100 kPa	0°	0	de 10 à plus de 20°
Argile surconsolidée	10 à 100 kPa	0°	plusieurs dizaines de kPa	de 10 à plus de 20°