

Université : **MOHAMED BOUDIAF M'SILA**
Faculté : **de Technologie**
Département : **Génie Civil**
Option : **structure**

Cours Dynamique des Structures II

Module : Dynamique des Structures II

Option : Structure

Niveau : 1^{ER} Année Master

Présenté par: Dr MENASRI YUCEF

Chapitre 3

Méthode de la poussée progressive (Pushover) Analyse statique -non linéaire "Pushover"

L'analyse statique -non linéaire "Pushover" est basée sur l'hypothèse que la réponse de la structure MDOF (système à plusieurs degrés de liberté) qui peut être assimilée à la réponse d'un système à un seul degré de liberté équivalent SDOF (voir figure 5.3), est fondamentalement contrôlée par un seul mode de vibration et la forme de ce mode demeure constante durant la durée du séisme.

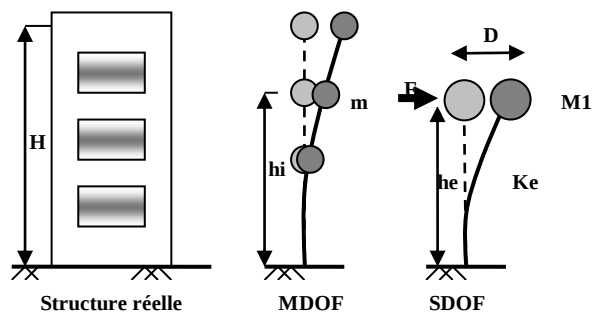


Figure hypothèse de la méthode Pushover

But de l'analyse Pushover

Le but de l'analyse Pushover est de décrire le comportement réel de la structure et d'évaluer les différents paramètres en termes de sollicitations et déplacements dans les éléments de la structure.

L'analyse Pushover est supposée fournir des informations sur plusieurs caractéristiques de la réponse qui ne peuvent être obtenues par une simple analyse élastique, on cite [26] :

- ⇒ L'estimation des déformations dans le cas des éléments qui doivent subir des déformations inélastiques afin de dissiper de l'énergie communiquée à la structure par le mouvement du sol.
- ⇒ La détermination des sollicitations réelles sur les éléments fragiles, telles que les sollicitations sur les assemblages de contreventements, les sollicitations axiales sur les poteaux, les moments sur les jonctions poteau -poutre, les sollicitations de cisaillement.
- ⇒ Les conséquences de la détérioration de la résistance des éléments sur le comportement global de la structure ce qui permet de déterminer les points forts et les points faibles de notre structure.
- ⇒ L'identification des zones critiques dans lesquelles les déformations sont supposées être grandes.
- ⇒ L'identification des discontinuités de résistance en plan et en élévation qui entraînent des variations dans les caractéristiques dynamiques dans le domaine inélastique.
- ⇒ L'estimation des déplacements inter-étage qui tiennent compte des discontinuités de la rigidité et de la résistance qui peuvent être utilisés dans le contrôle de l'endommagement.

Détermination de la courbe de capacité

Pour développer la courbe de capacité selon la méthode Pushover, le chargement latéral statique équivalent dépend directement de la réponse modale de la structure. En effet, le chargement statique équivalent doit reproduire le ou les modes déterminants retenus pour la structure en appliquant des facteurs de charges compatibles avec le mode considéré, dans une analyse multimodale.

Dans ce qui suit on présentera les différentes étapes d'une analyse Pushover telles que :

- 1- établissement de la courbe de capacité (effort tranchant à la base - déplacement au sommet), après l'application des forces latérales en utilisant les formules suivantes :

$$F = \left(\frac{m_i \cdot \phi_i}{\sum_{i=1}^N m_i \cdot \phi_i} \right) \cdot V_b \quad D = \left(\frac{m_i \cdot \phi_i}{\sum_{i=1}^N m_i \cdot \phi_i} \right) \cdot D_i \quad (5.1)$$

Avec :

- m_i : Masse concentrée au niveau i ;
- D_i : Déplacement de la masse m_i ;
- ϕ_i : Vecteur déplacement du mode fondamental;
- V_b : Effort tranchant à la base;
- F : la force latérale appliquée d'un système d'un seul degré de liberté
- D : le déplacement d'un système d'un seul degré de liberté.

- 2- Conversion de la courbe obtenue (effort tranchant_ déplacement au sommet), au spectre de capacité, forma (Sa- Sd):

La force latérale appliquée (F) est transformée en accélération spectrale S_a , et le déplacement réel au niveau du toit (D) est transformé en déplacement spectral S_d en l'utilisant l'équation:

$$S_a = \frac{F}{M_1} \quad , \quad S_d = \frac{D}{\Gamma_1 \phi_{t,1}}$$

M_1 est la masse effective de la construction, liée à l'amplitude du premier mode de vibration et aux masses m_i des différents niveaux, D est l'amplitude du premier mode de vibration au sommet et Γ_1 est le facteur de participation modale correspondant au premier mode de vibration, équation:

$$M_1 = \frac{\left(\sum_{i=1}^N m_i \phi_{i,1} \right)^2}{\sum_{i=1}^N m_i \phi_{i,1}^2} \quad , \quad \Gamma_1 = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \phi_{i,1}}{\sum_{i=1}^N m_i \phi_{i,1}^2}$$

Nous obtenons, par ces transformations, une courbe de capacité dont les composantes sont le spectre du déplacement (S_d) en abscisse et le spectre d'accélération (S_a) en ordonnée. Enfin Le diagramme résultant est idéalisé en forme bilinéaire, (voir figure).

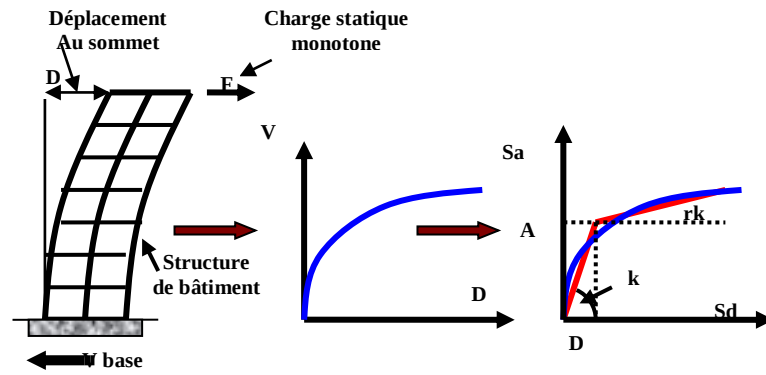


Figure Conversion du diagramme de capacité en format (A-D).

D_y , A_y , déplacement et accélération à l'état limite élastique de la structure, r taux d'écrouissage, K la rigidité élastique initiale ($K = A_y / D_y$), rk est la rigidité plastique avec écrouissage.

Spectre de demande

Les spectres de demande sismiques sont des spectres de réponse élastiques présentés au format spectre d'accélération en fonction de spectre de déplacement (A-D) (voir figure 5.5). Ces spectres de demande sismique élastiques sont obtenus en utilisant la formule (5.4) [22] :

$$S_{de} = \frac{T^2}{4\pi^2} S_{ae}$$

- S_{de} : Pseudo spectres de déplacement élastiques
- S_{ae} : Pseudo spectres d'accélération élastiques
- T : Période propre.

Les spectres de demande inélastiques sont obtenus par le biais des expressions suivantes (figure 5.6) :

$$S_a = \frac{S_{ae}}{R_u}, \quad S_d = \frac{u}{R_u} S_{de} = \frac{u.T^2}{R_u.4\pi^2} S_{ae} = \mu. \frac{T^2}{4\pi^2} S_a$$

- R_μ : Facteur de réduction;
- μ : Facteur de ductilité;
- S_a : Spectre d'accélération inélastique;
- S_d : Spectre de déplacement inélastique;

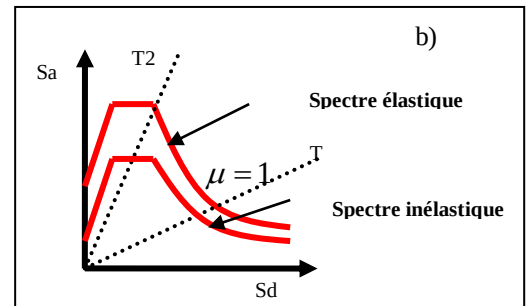
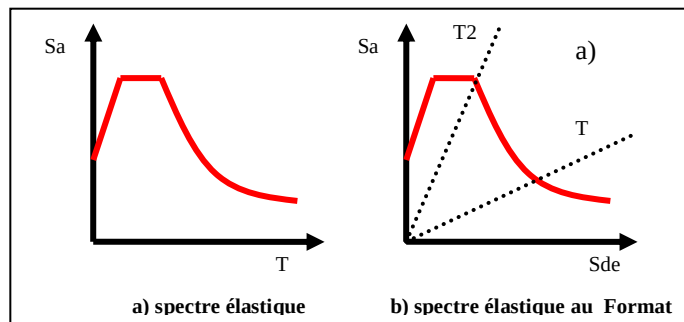


Figure a) conversion de spectre de demande élastique (Sae-T) au format spectre élastique (Sae - Sde), b) spectres de demande inélastiques au format (A-D).

Point de performance.

Une fois dans le plan, la courbe de comportement de la structure ($S_d - S_a$), peut être superposée sur la courbe de demande (Figure 5.7). Si la structure réagit de manière élastique au séisme, les deux courbes se coupent dans la partie linéaire de la courbe de capacité en un point appelé point de performance. Si l'endommagement a commencé, le point de performance est obtenu différemment selon la méthode utilisée (méthode en ductilité ou en amortissement) [17]

Deux approches principales sont proposées, l'une utilisant l'amortissement, comme dans l'ATC 40 (Comartin et al, 2000), l'autre la ductilité, comme dans l'EC8 (Fajfar, 2000) [23]:

L'Eurocode 8 permet de trouver un point de performance sur la base de la règle des déplacements égaux. Les normes américaines, par contre, prévoient des itérations avec plusieurs spectres représentant différents coefficients d'amortissement visqueux.

Dans les deux cas on trouve le point de performance qui permet de faire plusieurs considérations sur le comportement de la structure face au séisme.

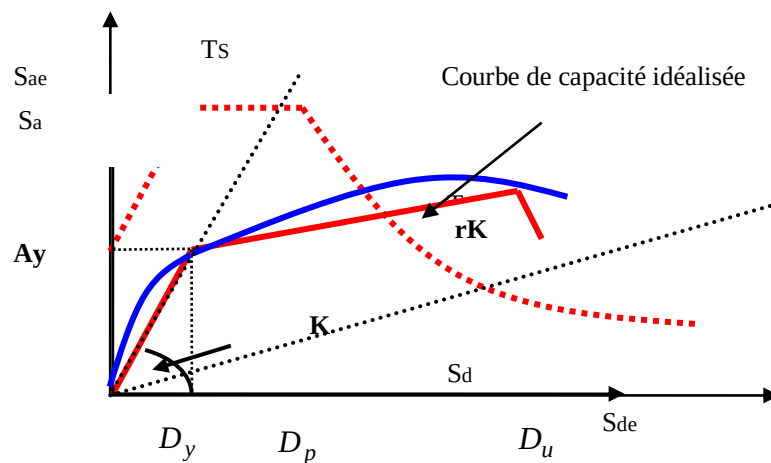
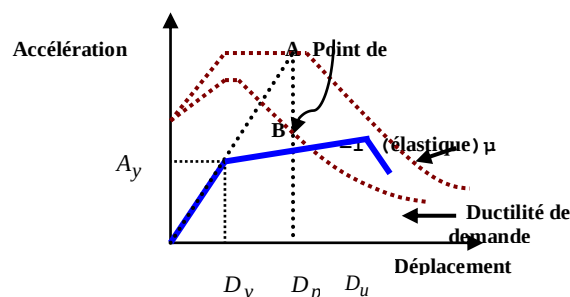


Figure Superposition de la courbe de capacité sur la courbe de demande

Obtention du point de performance selon l'Eurocode 8

Selon les indications de l'Eurocode 8, le déplacement d'une structure équivalente élastique est trouvé par le prolongement de la partie élastique de la courbe de capacité jusqu'au croisement avec le spectre (point A). Le déplacement anélastique de la structure réelle est celui qui lui correspond sur la courbe de capacité au point B (voir figure 5.8). Une description détaillée de la procédure d'obtention du point de performance selon l'Eurocode 8 est donnée en Annexe A.



Obtention du point de performance selon l'ATC 40

Les normes Américaines, ATC 40 et FEMA prévoient de croiser la courbe de capacité avec plusieurs spectres. Le comportement inélastique est approché par l'accroissement du coefficient d'amortissement visqueux. L'itération consiste en principe à trouver le point d'équilibre entre ductilité demandée et amortissement requis.

Le point de croisement de la courbe avec le spectre de demande permet de définir la ductilité nécessaire (ductilité de demande) à la structure (figure)

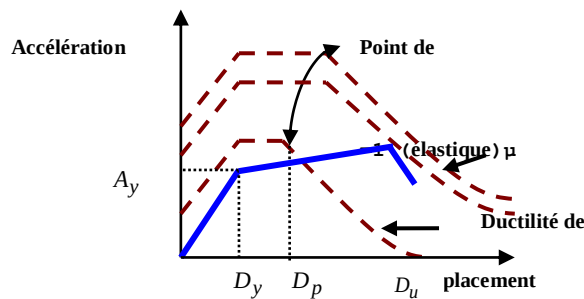


Figure Point de performance en amortissement selon l'ATC 40

Il est nécessaire pour de définir le niveau de performance de la structure lors de sa sollicitation par un séisme. La notion de niveau de performance est ainsi venue se substituer à la notion des états limites (de service et ultime) habituellement utilisée. En effet, des niveaux de performance plus détaillés sont définis par les différentes méthodes utilisant ce concept.

FEMA 356" (figure). définit 4 niveaux de performance et des états de dommage limites correspondants [28] :

- **Opérationnel O** : les fonctions du bâtiment restent opérationnelles, les dommages sont insignifiants.
- **Immediate Occupancy IO** (Occupation immédiate) : le bâtiment est sûr et habitable, les réparations sont mineures.
- **Life Safety LS** (Sécurité des personnes) : la structure reste stable avec une marge de sécurité confortable: les dommages sont non structuraux et restent localisés.
- **Collapse Prévention CP** (prévention à l'effondrement) : les dommages ne sont pas limités.

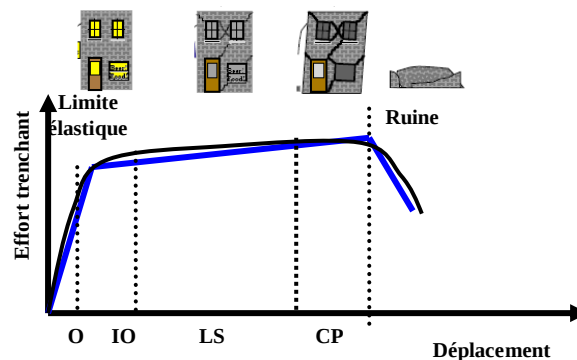


Figure Niveaux de performance selon le FEMA 356.

Critères de ruine

Le calcul de l'indice d'endommagement soulève quelque difficulté : la détermination de la déformation ultime D_u ou la rotation totale θ_u (chord rotation en anglais).

Plusieurs approches sont proposées, et seront appliquées pour estimer la rotation de ruine des éléments poutres ou poteaux. La rotation est calculée entre l'extrémité de l'élément (poutre ou poteau) et le point d'inflexion

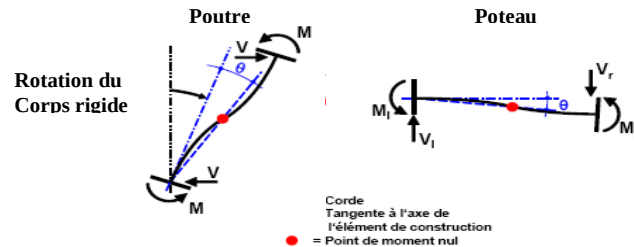


Figure la rotation de la corde pour éléments (poteau et poutre)

Grandeur des rotations de l'ATC 40 et FEMA 356

L'ATC 40 et FEMA 356 fournissent un ordre de grandeur des rotations de ruine pour les poutres et les poteaux qui ne prennent en compte que très peu de paramètres. Dans ces guides américains, la loi moment - rotation comporte une phase élastique puis un plateau plastique de longueur a , la ruine étant atteinte pour une rotation plastique b . Une fois la rotation de ruine atteinte, la capacité portante de l'élément disparaît, voir figure.

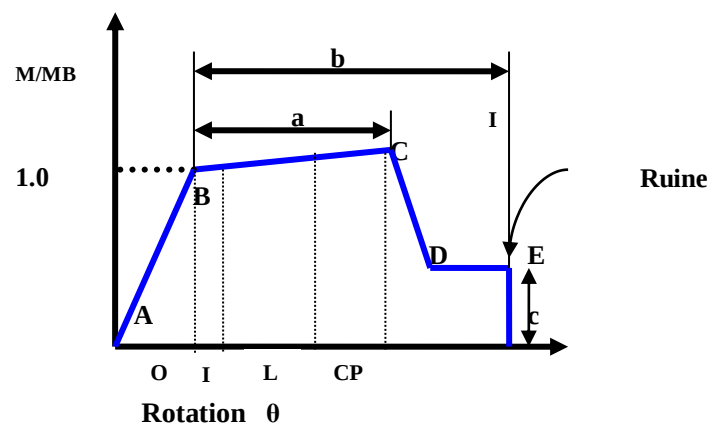


Figure loi simplifiée des guides ATC 40, FEMA 356

Formulation de l'analyse Pushover:

La forme de la déformation du système à plusieurs degrés de liberté peut être représentée par un vecteur propre $\{F\}$ qui reste constant durant toute l'analyse indépendamment du niveau de déformation.

Le vecteur du déplacement relatif $X = \{F\}x_i$ (x_i = déplacement au sommet), d'un système à plusieurs degrés de liberté.

L'équation différentielle du système à plusieurs degrés de liberté peut être écrite sous la forme:

$$[M]\{\ddot{\Phi}\} + C\{\dot{\Phi}\} + Q = -M\{I\}\ddot{u}_g$$

où M et C sont les matrices masse et amortissent, Q le vecteur des forces dans les niveaux et x_g est l'action sismique.

Si nous définissons le déplacement de référence du système à un seul degré de liberté x^* par :

$$x^* = \frac{\{\Phi\}^T M \{\Phi\}}{\{\Phi\}^T M \{I\}} x_i$$

$[M]$: matrice de masse.

$[C]$: matrice d'amortissement.

$\{f\}$: vecteur des forces dans les niveaux de la structure.

$\ddot{u}$: L'accélération du sol.

u^* sera noté comme étant le déplacement du système à un seul degré de liberté équivalent, donné par l'expression suivante :

$$u^* = \frac{\{\Psi\}^T M \{\Psi\}}{\{\Psi\}^T M \{I\}} x_i \dots\dots\dots(4)$$

En multipliant l'éq.(2) par $\{\Psi\}$, et en utilisant l'éq.(4), on obtient l'équation différentielle du système équivalent : $\{\Psi_n = 1, n : \}$ niveau du toit

$$M^* \ddot{u}^* + C^* \dot{u}^* + f^* = -M^* \ddot{u}_g \dots\dots\dots(5)$$

M^* ; C^* ; f^* . Désignent les propriétés du système équivalent et elles sont données par les formules suivantes avec :

$$M^* = \{\Psi\}^T [M] \{\Psi\}$$

$$f^* = \{\Psi\}^T \{f\}$$

$$C^* = \{\Psi\}^T [C] \{\Psi\} + \frac{\{\Psi\}^T [M] \{I\}}{\{\Psi\}^T [M] \{\Psi\}}$$

La forme du vecteur $\{\Psi\}$ est connue et est supposée représenter la déformé du

système à plusieurs degrés de liberté durant sa réponse au séisme dans le premier mode.

En déduire que la courbe bilinéaire reliant ces deux paramètres, qui peuvent être calculés pour calculer les paramètres du système à un seul degré de liberté et qui sont données par les expressions ci après :

$$x_y^* = \frac{\{\Psi\}^T M \{\Psi\}}{\{\Psi\}^T M \{1\}} x_{i,e}$$

$$f_y^* = \{\Psi\}^T \{f_y\}$$

$\{f_y\}$: vecteur des forces dans chaque étage à la limite élastique ($V_y = \{1\}^T \{f_y\}$).

Ayant calculé ces caractéristiques, on peut déterminer la période élastique du système équivalent comme suit [11]

$$T_{eq} = 2\pi \sqrt{\frac{x_y^* M^*}{f_y^*}}$$