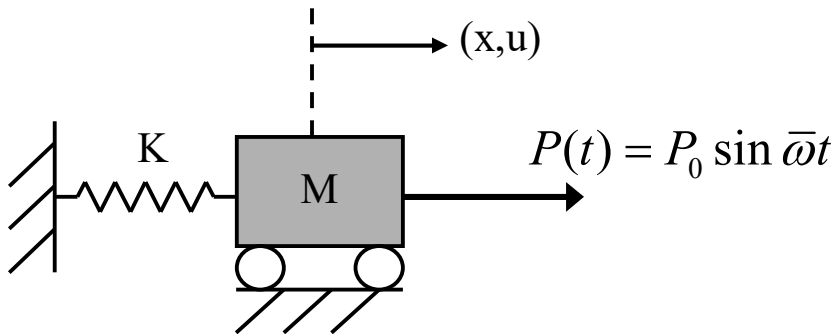


Vibrations non amorties sous charges harmoniques



Équation du mouvement :

$$M \ddot{u} + K u = P_0 \sin \bar{\omega} t$$

a/ Solution statique (effets d'inertie négligés): $u(t) = \frac{P_0}{K} \sin \bar{\omega} t$

b/ Solution dynamique – solution générale de l'équation homogène:

$$u_g(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

$$\text{avec } \omega = \sqrt{K/M}$$

Vibrations non amorties sous charges harmoniques

c/ Solution dynamique – solution particulière de l'équation complète:

$$u_p(t) = C \sin \bar{\omega} t \quad (*) \quad \text{avec } C \text{ à déterminer}$$

(*) dans l'équation du mouvement

$$\longrightarrow -M \bar{\omega}^2 C \sin \bar{\omega} t + K C \sin \bar{\omega} t = P_0 \sin \bar{\omega} t$$

$$\rightarrow C = \frac{P_0}{K - M \bar{\omega}^2} = \frac{P_0}{K \left[1 - \left(\frac{\bar{\omega}}{\omega} \right)^2 \right]}$$

$$\rightarrow u(t) = \boxed{A \cos \omega t + B \sin \omega t} + \boxed{\frac{P_0}{K} \frac{1}{1 - \beta^2} \sin \bar{\omega} t} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega}$$

Composante **TRANSITOIRE**,
dépendant des conditions initiales

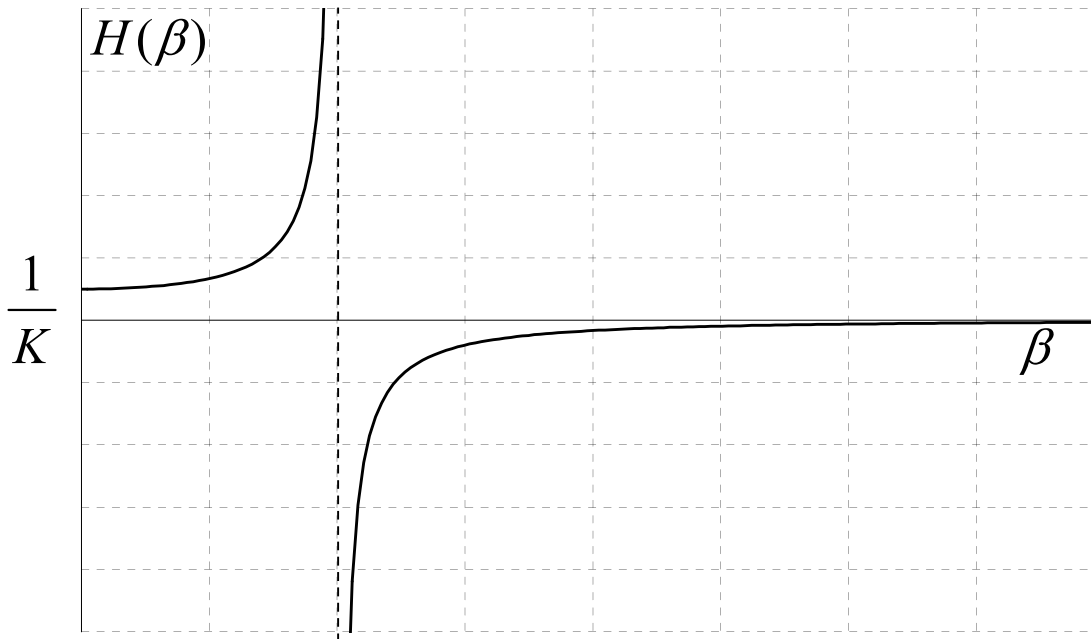
Composante **STATIONNAIRE**,
dépendant du chargement appliqué

Vibrations non amorties sous charges harmoniques

Caractérisation de la solution stationnaire :

$$P(t) \xrightarrow[H(\beta)]{\text{fonction de transfert}} u(t)$$

$$H(\beta) = \frac{u(t)}{P(t)} = \frac{1}{K} \frac{1}{1 - \beta^2} = \textit{Fonction de transfert}$$



$$\beta = 0 (\bar{\omega} = 0) \Rightarrow H(\beta) = 1/K$$

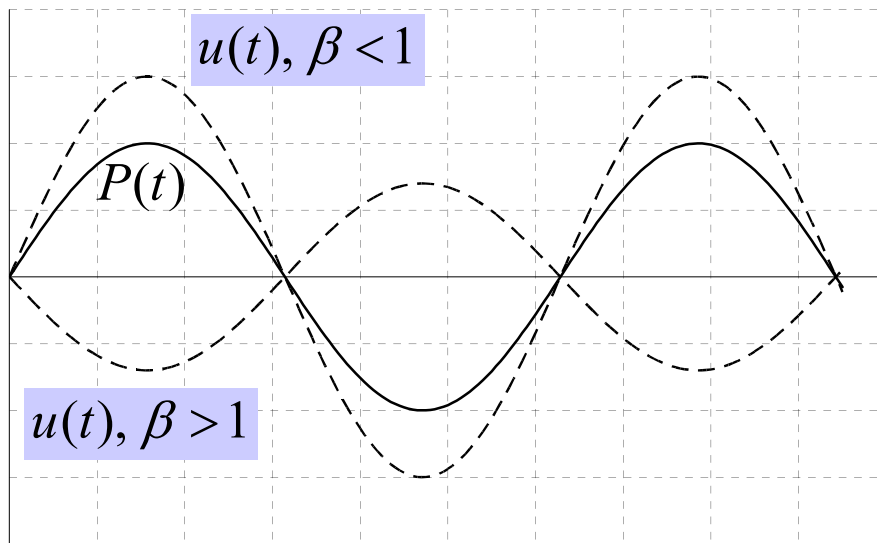
$$\beta \rightarrow 1 (\bar{\omega} \rightarrow \omega) \Rightarrow |H(\beta)| \rightarrow \infty$$

RESONANCE

$$\beta \rightarrow \infty (\bar{\omega} \gg \omega) \Rightarrow |H(\beta)| \rightarrow 0$$

Vibrations non amorties sous charges harmoniques

Caractérisation de la solution stationnaire :



$$\beta < 1: H(\beta) > 0$$

Déplacement et sollicitation
en phase

$$\beta > 1: H(\beta) < 0$$

Déplacement et sollicitation
en opposition de phase

Amplification dynamique:

$$D = \frac{|u_{\max}|}{|u_{\max}^{stat}|} = \frac{\left| \frac{P_0}{K} \frac{1}{1 - \beta^2} \right|}{\frac{P_0}{K}} = \left| \frac{1}{1 - \beta^2} \right|$$