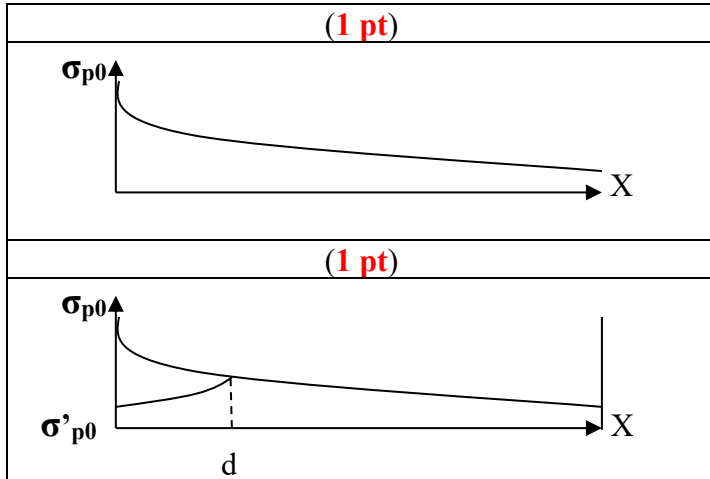


QUESTIONS DE COURS (6 pts):

- La précontrainte par pré tension est plus économique que la précontrainte par poste tension du fait qu'elle n'utilise pas : **les gaines, les dispositifs d'ancrage et le coulis d'injection.** (1 pt).
- Le béton utilisé en béton précontraint doit avoir un (E) élevé **pour supporter de grandes contraintes tout en présentant de petites déformations ce qui est crucial pour l'efficacité de la précontrainte.** (1 pt).
- Nous avons: $r_m = B/U = 12,63$, (B est la surface égale à 4800 cm² et U le périmètre égal à 380 cm).
Pour $t = 10j$: $\epsilon_r(10) = 4 \cdot 10^{-4} \cdot [10 / (10 + 9 (4800/380))]$. Donc : $\epsilon_r(10) = 0,32 \cdot 10^{-4}$ (1 pt).
Pour $t = 10000j$: $\epsilon_r(10000) = 4 \cdot 10^{-4} \cdot [10000 / (10000 + 9 (4800/380))]$. Donc : $\epsilon_r(10000) = 3,95 \cdot 10^{-4}$ (1 pt).
- La variation de la contrainte résiduelle $\sigma_p(x)$ dans le câble :



EXERCICE 1 (4 pts) :

1- Au milieu de la poutre:

$$M = 21 \cdot 20^2 / 8 = 1050 \text{ kN.m}$$

$$V_i = h - V_s = 714 \text{ mm} \quad \text{et} \quad e = 600 \text{ mm}$$

1-1. Pour la fibre supérieure:

$$\begin{aligned} \sigma_s &= M V_s / I + P / A - P e V_s / I \\ &= (1050 \cdot 10^6 \cdot 286) / 36300 \cdot 10^6 + 1222 \cdot 10^3 / 376 \cdot 10^3 - 1222 \cdot 10^3 \cdot 600 \cdot 286 / 36300 \cdot 10^6 \\ &= 8,27 + 3,25 - 5,78. \text{ Donc : } \sigma_s = 5.74 \text{ MPa.} \end{aligned} \quad (1 \text{ pt})$$

1-2. Pour la fibre inférieure:

$$\begin{aligned} \sigma_i &= -M V_i / I + P / A + P e V_i / I \\ &= -(1050 \cdot 10^6 \cdot 714) / 36300 \cdot 10^6 + 1222 \cdot 10^3 / 376 \cdot 10^3 - 1222 \cdot 10^3 \cdot 600 \cdot 714 / 36300 \cdot 10^6 \\ &= -20,65 + 3,25 + 14,42. \text{ Donc : } \sigma_i = -2,98 \text{ MPa.} \end{aligned} \quad (1 \text{ pt})$$

2- Aux extrémités de la poutre: $M = 0$ et $e = 350 \text{ mm}$.

2-1. Pour la fibre supérieure:

$$\begin{aligned} \sigma_s &= P / A - P e V_s / I \\ &= 1222 \cdot 10^3 / 376 \cdot 10^3 - 1222 \cdot 10^3 \cdot 350 \cdot 286 / 36300 \cdot 10^6 \\ &= 3,25 - 3,37. \text{ Donc : } \sigma_s = -0.12 \text{ MPa.} \end{aligned} \quad (1 \text{ pt})$$

2-2. Pour la fibre inférieure:

$$\begin{aligned} \sigma_i &= P / A + P e V_i / I = 1222 \cdot 10^3 / 376 \cdot 10^3 + 1222 \cdot 10^3 \cdot 350 \cdot 714 / 36300 \cdot 10^6 \\ &= 3,25 + 8,14. \text{ Donc : } \sigma_i = 11,66 \text{ MPa.} \end{aligned} \quad (1 \text{ pt})$$

EXERCICE 2 (6 pts):

La tension à l'origine :

$$\sigma_{p0} = \min(0,9 f_{peg}, 0,8 f_{prg}) \rightarrow \sigma_{p0} = 1314 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

Les pertes instantanées :

- La perte due au frottement :

$$\Delta\sigma_{frott}(x) = \sigma_{p0} (1 - e^{-(\alpha f + \varphi x)}) \quad \text{Donc : } \Delta\sigma_{frott}(7,5) = 36,28 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

- La perte due au recul d'ancrage :

$$d = \sqrt{\frac{g E_p x}{\Delta\sigma_{frott}(x)}} \rightarrow d = 6,27 \text{ m}, \text{ comme } d < x = 7,5 \text{ m} \text{ donc : } \Delta\sigma_{rec}(7,5) = 0 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

- La perte due au raccourcissement du béton :

$$\Delta\sigma_{racc}(x) = \frac{n-1}{2n} (\sigma_b \frac{E_p}{E_{ij}}) \text{ avec : } E_{ij} = E_{i10} = 32918,07 \text{ MPa.}$$

$$\text{On a : } \sigma_b = \frac{P}{B_n} + \frac{P.e^2}{I_n} + \frac{M.e}{I_n}$$

$$P = (\sigma_{p0} - \Delta\sigma_{frott} - \Delta\sigma_{rec}) A_p \text{ . D'où: } P = 2136603,38 \text{ N.}$$

$$M = Ql^2/8, \text{ avec: } Q = G = (0,35 \cdot 0,72) \cdot 25 = 6,3 \text{ KN/m. } M = 177,19 \text{ KN.m.}$$

$$\text{Donc: } \sigma_b = 19 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

$$\text{D'où: } \Delta\sigma_{rac}(7,5) = 45,69 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

$$\text{- Les pertes instantanées :} \quad \Delta\sigma_{pi}(7,5) = 81,97 \text{ MPa.}$$

$$\text{- La tension initiale :} \quad \sigma_{pi}(7,5) = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{pi} = 1232,03 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

EXERCICE 3 (4 pts)

Sous $M_{\min}$:

$$\sigma_{sup} = 0,22 \text{ MPa} \geq \bar{\sigma}_{ts} = 0$$
$$\sigma_{inf} = 16,78 \text{ MPa} \leq \bar{\sigma}_{ci}$$

(2 pts)

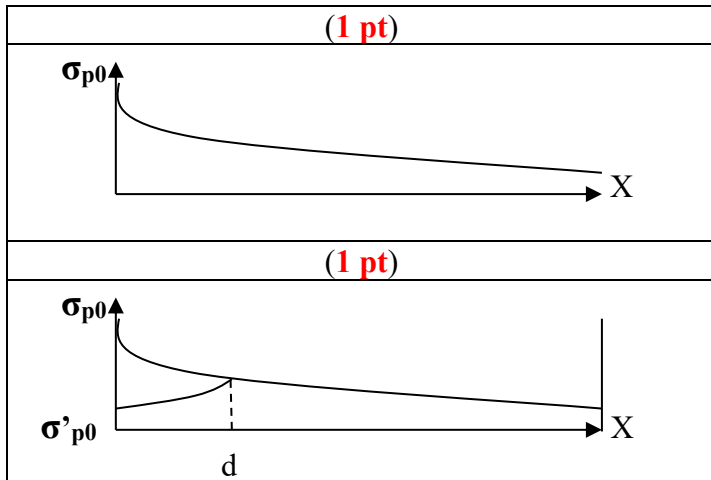
Sous $M_{\max}$:

$$\sigma_{sup} = 16,47 \text{ MPa} \leq \bar{\sigma}_{cs}$$
$$\sigma_{inf} = 0,53 \text{ MPa} \geq \bar{\sigma}_{ti} = 0$$

(2 pts)

QUESTIONS DE COURS (6 pts):

- les gaines, les dispositifs d'ancrage et le coulis d'injection. (1 pt).
- pour supporter de grandes contraintes tout en présentant de petites déformations. (1 pt).
- Pour $t = 10j$: $\epsilon_r(10) = 0,32 \cdot 10^{-4}$ (1 pt).
- Pour $t = 10000j$: $\epsilon_r(10000) = 3,95 \cdot 10^{-4}$ (1 pt).
- La variation de la contrainte résiduelle $\sigma_p(x)$ dans le câble :



EXERCICE 1 (4 pts) :

1- Au milieu de la poutre:

$$M = 21 \cdot 20^2 / 8 = 1050 \text{ kN.m}$$

$$V_i = h - V_s = 714 \text{ mm} \quad \text{et} \quad e = 600 \text{ mm}$$

1-1. Pour la fibre supérieure:

$$\sigma_s = M V_s / I + P / A - P e V_s / I \quad \sigma_s = 5,74 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

1-2. Pour la fibre inférieure:

$$\sigma_i = -M V_i / I + P / A + P e V_i / I \quad \sigma_i = -2,98 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

2- Aux extrémités de la poutre: $M = 0$ et $e = 350 \text{ mm}$.

2-1. Pour la fibre supérieure:

$$\sigma_s = P / A - P e V_s / I \quad \sigma_s = -0,12 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

2-2. Pour la fibre inférieure:

$$\sigma_i = P / A + P e V_i / I \quad \sigma_i = 11,66 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

EXERCICE 2 (6 pts):

$$\text{La tension à l'origine : } \sigma_{p0} = 1314 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

Les pertes instantanées :

$$\text{- La perte due au frottement : } \Delta \sigma_{\text{frott}}(7,5) = 36,28 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

$$\text{- La perte due au recul d'ancrage : } d = \sqrt{\frac{g E_p x}{\Delta \sigma_{\text{frott}}(x)}} = 6,27 \text{ m} < x = 7,5 \text{ m} \text{ donc: } \Delta \sigma_{\text{rec}}(7,5) = 0. \quad (1 \text{ pt})$$

- La perte due au raccourcissement du béton :

$$\text{On a : } \sigma_b = \frac{P}{B_n} + \frac{P.e^2}{I_n} + \frac{M.e}{I_n} \quad P = (\sigma_{p0} - \Delta\sigma_{\text{frott}} - \Delta\sigma_{\text{rec}})A_p . \text{ D'où: } P = 2136603,38 \text{ N.}$$

$$M = Ql^2/8 = 177,19 \text{ KN.m. Donc: } \sigma_b = 19 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

$$\text{D'où: } \Delta\sigma_{\text{rac}}(7,5) = 45,69 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

$$\text{- Les pertes instantanées :} \quad \Delta\sigma_{pi}(7,5) = 81,97 \text{ MPa.}$$

$$\text{- La tension initiale :} \quad \sigma_{pi}(7,5) = \sigma_{p0} - \Delta\sigma_{pi} = 1232,03 \text{ MPa.} \quad (1 \text{ pt})$$

EXERCICE 3 (4 pts)

Sous $M_{\min}$:

$$\sigma_{sup} = 0,22 \text{ MPa} \geq \bar{\sigma}_{ts} = 0$$
$$\sigma_{inf} = 16,78 \text{ MPa} \leq \bar{\sigma}_{ci}$$

(2 pts)

Sous $M_{\max}$:

$$\sigma_{sup} = 16,47 \text{ MPa} \leq \bar{\sigma}_{cs}$$
$$\sigma_{inf} = 0,53 \text{ MPa} \geq \bar{\sigma}_{ti} = 0$$

(2 pts)