

Sommaire

Lois de comportement	2
1. Relation entre contraintes et déformations –Lois de comportement	2
1.1. Généralités-Diversité des comportements des matériaux	2
1.2. Modèles rhéologiques	3
1.2.1. Le ressort (modèle de comportement élastique).....	3
1.2.2. Le patin (modèle de comportement plastique)	3
1.2.3. L’amortisseur (modèle de comportement visqueux	4
1.3. Loi de Hooke isotrope en axes principaux.....	5
1.3.1. Etat de contraintes unidimensionnel	5
1.3.2. Etat de contraintes bidimensionnel	6
1.3.3. Etat tridimensionnel	8
1.1. Loi de Hooke isotrope en axes non principaux-cas général	8
1.2. Effet de la température	11
1.3. Energie de déformation.....	12
1.4. Exercices	16

Chapitre 4

Lois de comportement

1. Relation entre contraintes et déformations –Lois de comportement

1.1. Généralités-Diversité des comportements des matériaux

L'expression *loi de comportement* désigne la relation qui existe entre les accroissements des variables statiques (contraintes) et les accroissements des variables cinématiques (déformations). En effet, les lois de comportements décrivent la relation entre la contrainte et la déformation, le taux de déformation, l'histoire de chargement, la température et les propriétés des matériaux. Pour être significative, une loi de comportement doit représenter le mieux possible l'ensemble des aspects de la réponse du solide aux sollicitations imposées.

Dans ce cours, on traite uniquement le cas d'un matériau élastique linéaire, ce qui permet d'exclure les effets de l'histoire de chargement. Malgré, les simplifications causées par cette hypothèse, les lois de comportements de type élastique linéaire permettent de modéliser le comportement des matériaux et de fournir des données très utiles pour l'analyse des structures. Plusieurs matériaux de structures, acier, plastic, céramique, bois, roche et béton, ont un comportement élastique linéaire aux petites déformations.

Les essais de laboratoire sont généralement utilisés pour caractériser le comportement réel des matériaux. Parmi ses techniques expérimentales, on cite l'essai de traction simple. Cet essai consiste à la mise en tension axialement d'une éprouvette spécialement préparée pour l'essai. L'interprétation des résultats consiste à l'analyse de la courbe de comportement (contrainte-déformation). La Figure montre des réponses qualitatifs typiques des trois matériaux (mild steel, aluminium, cast iron).

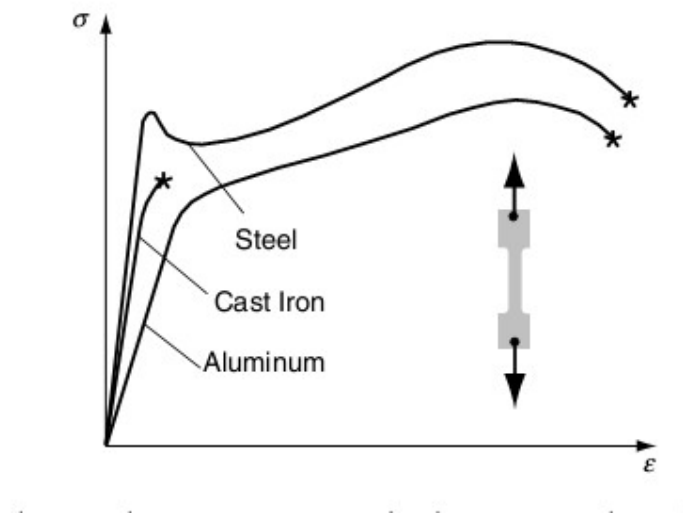


Figure 1. Courbes typiques des comportements de différents matériaux

Les trois matériaux possèdent une initiale réponse approximativement linéaire, pour les petites déformations. Puis on observe le début du comportement non linéaire conduisant à l'apparition de grandes déformations et se termine par la rupture de l'éprouvette.

Pour chaque matériau, la fin du stade élastique linéaire s'appelle limite de proportionnalité. Dans le stade élastique linéaire on ajoute que les déformations sont réversibles, si le chargement est enlevé l'éprouvette reprend sa forme initiale et les déformations disparaissent.

1.2. Modèles rhéologiques

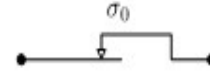
1.2.1. Le ressort (modèle de comportement élastique)

$$\sigma = E\varepsilon$$



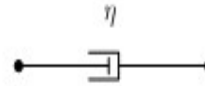
1.2.2. Le patin (modèle de comportement plastique)

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = 0 & \text{si } |\sigma| < \sigma_0 \\ \dot{\varepsilon} > 0 & \text{si } |\sigma| = \sigma_0 \\ \dot{\varepsilon} < 0 & \text{si } |\sigma| = -\sigma_0 \end{cases}$$



1.2.3. L'amortisseur (modèle de comportement visqueux)

$$\sigma = \eta \dot{\varepsilon}$$



Les modèles rhéologiques s'obtiennent par montage ;

- en parallèle, les contraintes s'additionnent, les déformations sont les mêmes
- en série, les déformations s'additionnent, les contraintes sont les mêmes.

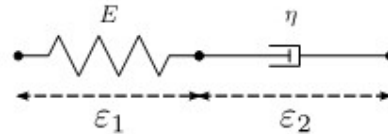
Le comportement viscoélastique peut être représenté par une combinaison de ressorts et d'amortisseurs.

-Par montage en série d'un ressort et d'un amortisseur, on obtient le modèle de Maxwell

$$\begin{cases} \sigma = E \varepsilon_1 = \eta \dot{\varepsilon}_2 \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \end{cases}$$

ou en éliminant ε_1 et ε_2

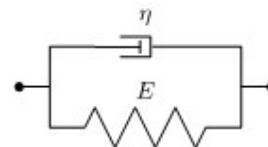
$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta}$$



qui est la loi de comportement sous forme différentielle. Conformément à (4.28), on voit que, connaissant l'histoire de σ (ou de ε), on peut en déduire la valeur à l'instant t de ε (ou de σ par intégration de l'équation différentielle (4.43) ;

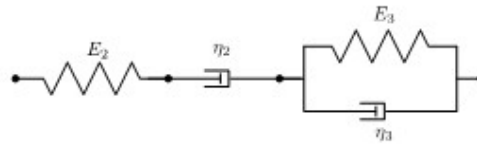
– par montage en parallèle d'un ressort et d'un amortisseur, on obtient le modèle de

Kelvin-Voigt



$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon}$$

-par montage en série d'un modèle de Maxwell et d'un modèle de Kelvin-Voigt, on obtient le modèle de Burgers



$$\begin{cases} \sigma = E\varepsilon_1 = \eta_2\dot{\varepsilon}_2 = E_3\varepsilon_3 + \eta_3\dot{\varepsilon}_3 \\ \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \end{cases}$$

$$\ddot{\varepsilon} + \frac{E_3}{\eta_3}\dot{\varepsilon} = \frac{1}{E_1}\ddot{\sigma} + \left(\frac{E_3}{\eta_3 E_1} + \frac{1}{\eta_2} + \frac{1}{\eta_3} \right) \dot{\sigma} + \frac{E_3}{\eta_2 \eta_3} \sigma$$

Cette équation différentielle représente le fluage de certains matériaux.

Et ainsi de suite, le comportement élastoplastique s'obtient par combinaison de ressorts et de patins. Le comportement viscoplastique par la combinaison de trois éléments de base (modèle de Bingham).

De manière générale, le choix d'un modèle représentant le comportement d'un matériau réel est un problème difficile. Le comportement des matériaux réels est complexe et nous n'en avons présenté qu'une esquisse très incomplète. Même pour des matériaux aussi courants que l'acier, de nombreux aspects du comportement restent mal connus et il est impossible de construire un modèle représentant le comportement d'un matériau donné en toutes circonstances. Dans chaque problème, il convient de choisir le modèle le plus simple conduisant à des résultats satisfaisants pour l'utilisation qu'on veut en faire.

1.3.Loi de Hooke isotrope en axes principaux

1.3.1. Etat de contraintes unidimensionnel

En traction ou compression pure suivant un axe, l'état de contrainte est représenté par un champ unidimensionnel

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le tenseur des déformations correspondant est donné par

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma}{E} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\nu\sigma}{E} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\nu\sigma}{E} \end{bmatrix}$$

1.3.2. Etat de contraintes bidimensionnel

Considérons un élément rectangulaire d'épaisseur mince et uniforme, soumis à un état plan de contrainte σ_1, σ_2 . Sous l'effet de σ_1 , le rectangle s'allonge uniformément dans la direction 1 et se contracte dans le sens perpendiculaire (direction 2). Il reste donc rectangulaire grâce à l'isotropie du matériau. Il en est de même sous l'effet de σ_2 seul, ou sous l'effet de l'action combinée de σ_1 et σ_2 .

Calculons la déformation dans la direction 1, soit ε_1

$$\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 + \varepsilon''_1$$

où

- ε'_1 représente la dilation dans la direction 1 sous l'effet du σ_1 seul
- ε''_1 représente la contraction latérale dans la direction 1 sous l'effet du σ_2 seul

il vient,

$$\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 + \varepsilon''_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E}$$

ou ν est le coefficient de Poisson

Si on fait le même raisonnement avec la direction 2, on obtient une seconde équation

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \nu \frac{\sigma_1}{E}$$

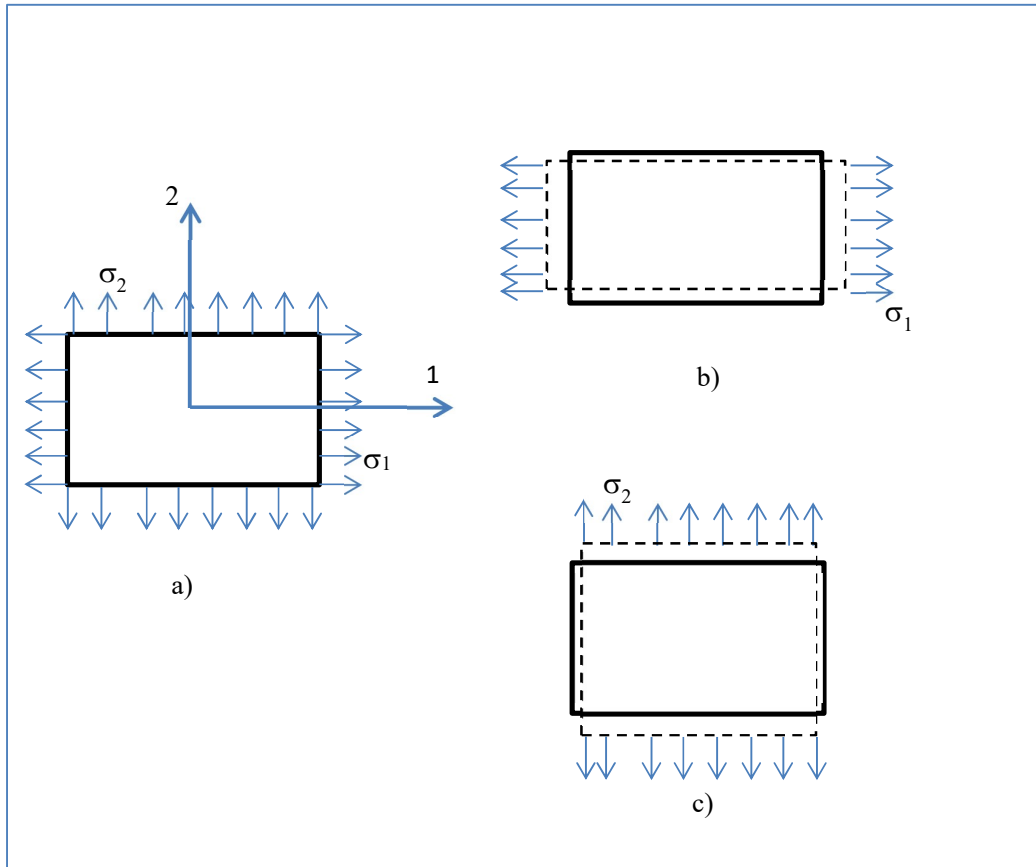


Figure 2. Etat plan de contrainte en axe principaux.

a) action de σ_1, σ_2 ; b) déformée sous σ_1 ; c) déformée sous σ_2

Ces deux équations définissent la loi de Hooke bidimensionnel. En écriture matricielle, on a

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu \\ -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix}$$

Et, inversement

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu \\ \nu & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix}$$

1.3.3. Etat tridimensionnel

Par un raisonnement semblable, on retrouve la loi de Hooke tridimensionnel

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix}$$

Et inversement

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu \\ \nu & 1-\nu & \nu \\ \nu & \nu & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix}$$

1.1.Loi de Hooke isotrope en axes non principaux-cas général

D'une façon générale la loi de Hooke généralisée prend la forme

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

Ou D_{ijkl} est un tenseur de 4^{ème} Ordre (81 composantes). Ses composantes permettent de définir toutes les propriétés des matériaux. En pratique, à cause de la symétrie des tenseurs σ_{ij} et ε_{ij} et utilisant le concept de l'énergie de déformation, établi plus tard dans ce polycopié, le nombre des composantes de D_{ijkl} se réduit à 21 composantes.

La matrice qui rassemble les constantes élastiques (D_{ijkl}) s'appelle matrice d'élasticité ou matrice de Hooke, tandis que sa matrice inverse s'appelle matrice de souplesse.

En écriture matricielle, la loi de Hooke dans un état tridimensionnel s'écrit

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \end{bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix}$$

Et inversement

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \end{bmatrix}$$

En notation indicielle, les six équations qui relient les composantes du tenseur des contraintes avec celles des déformations s'écrivent

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} [(1+\nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ij}]$$

Si $i=j$, on obtient la dilation volumique

$$\varepsilon_v = \varepsilon_{ii} = \frac{1}{E} [(1+\nu)\sigma_{ii} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ii}] = \frac{\sigma_{ii}(1-2\nu)}{E} = \frac{\sigma_m}{K}$$

σ_m est la contrainte moyenne (chapitre2) et K est le module de compressibilité qui caractérise la variation de volume, tel que

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

D'où

$$\sigma_{ii} = \frac{\varepsilon_{ii} E}{(1-2\nu)}$$

En remplaçant dans l'expression de ε_{ij} , il vient

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} \left[(1 + \nu) \sigma_{ij} - \nu \frac{E}{(1 - 2\nu)} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right]$$

En résolvant par rapport aux contraintes on obtient la loi de Hooke inverse

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} [(1 - 2\nu) \varepsilon_{ij} + \nu \varepsilon_{kk} \delta_{ij}]$$

La loi de Hooke peut être écrite également en fonction des Coefficients de Lamé λ et μ , d'où

$$\sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij}$$

avec

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} = G$$

G, module de glissement

TABLE 4-1 Relations Among Elastic Constants

	E	ν	k	μ	λ
E, ν	E	ν	$\frac{E}{3(1-2\nu)}$	$\frac{E}{2(1+\nu)}$	$\frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$
E, k	E	$\frac{3k-E}{6k}$	k	$\frac{3kE}{9k-E}$	$\frac{3k(3k-E)}{9k-E}$
E, μ	E	$\frac{E-2\mu}{2\mu}$	$\frac{\mu E}{3(3\mu-E)}$	μ	$\frac{\mu(E-2\mu)}{3\mu-E}$
E, λ	E	$\frac{2\lambda}{E+\lambda+R}$	$\frac{E+3\lambda+R}{6}$	$\frac{E-3\lambda+R}{4}$	λ
ν, k	$3k(1-2\nu)$	ν	k	$\frac{3k(1-2\nu)}{2(1+\nu)}$	$\frac{3k\nu}{1+\nu}$
ν, μ	$2\mu(1+\nu)$	ν	$\frac{2\mu(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$	μ	$\frac{2\mu\nu}{1-2\nu}$
ν, λ	$\frac{\lambda(1+\nu)(1-2\nu)}{\nu}$	ν	$\frac{\lambda(1+\nu)}{3\nu}$	$\frac{\lambda(1-2\nu)}{2\nu}$	λ
k, μ	$\frac{9k\mu}{6k+\mu}$	$\frac{3k-2\mu}{6k+2\mu}$	k	μ	$k - \frac{2}{3}\mu$
k, λ	$\frac{9k(k-\lambda)}{3k-\lambda}$	$\frac{\lambda}{3k-\lambda}$	k	$\frac{3}{2}(k-\lambda)$	λ
μ, λ	$\frac{\mu(3\lambda+2\mu)}{\lambda+\mu}$	$\frac{\lambda}{2(\lambda+\mu)}$	$\frac{3\lambda+2\mu}{3}$	μ	λ

$$R = \sqrt{E^2 + 9\lambda^2 + 2E\lambda}$$

1.2.Effet de la température

La loi de Hooke généralisée pour un volume élémentaire s'écrit, en présence de l'action de température

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{\sigma} + \varepsilon_{ij}^{Th}$$

d'où

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} [(1+\nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk}\delta_{ij}] + \alpha T\delta_{ij}$$

et inversement

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-2\nu)\varepsilon_{ij} + \nu\varepsilon_{kk}\delta_{ij}] - \frac{E}{1-2\nu} \alpha T\delta_{ij}$$

α est le coefficient de dilatation thermique. Les déformations et les contraintes dues à l'action à l'action de température sont appelées contraintes et déformations thermiques.

Un solide de volume élémentaire de matière, soumis uniquement à une variation de température T ; il se produit la déformation

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \alpha T \quad ; \quad \gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0$$

soit

$$\varepsilon_{ij} = \alpha T \delta_{ij}$$

et

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1 - 2\nu} \alpha T \delta_{ij}$$

1.3.Énergie de déformation

Dans un solide déformable, la multiplication des contraintes par l'aire de la facette représente des forces et la multiplication des déformations par des longueurs donne des déplacements. Le produit de ces deux quantités est un travail, créé à l'intérieur de la matière pendant la déformation et sous l'effet des actions extérieures. Ce travail est restitué lorsque le solide est déchargé ce dernier reprend sa forme initiale.

Cette aptitude interne de la matière à fournir un travail s'appelle énergie potentiel de déformation ou densité d'énergie de déformation (U_0)

Considérons le cas d'un élément cubique de dimension dx, dy, dz , soumis uniquement à l'action d'une contrainte normale σ_x (Figure)

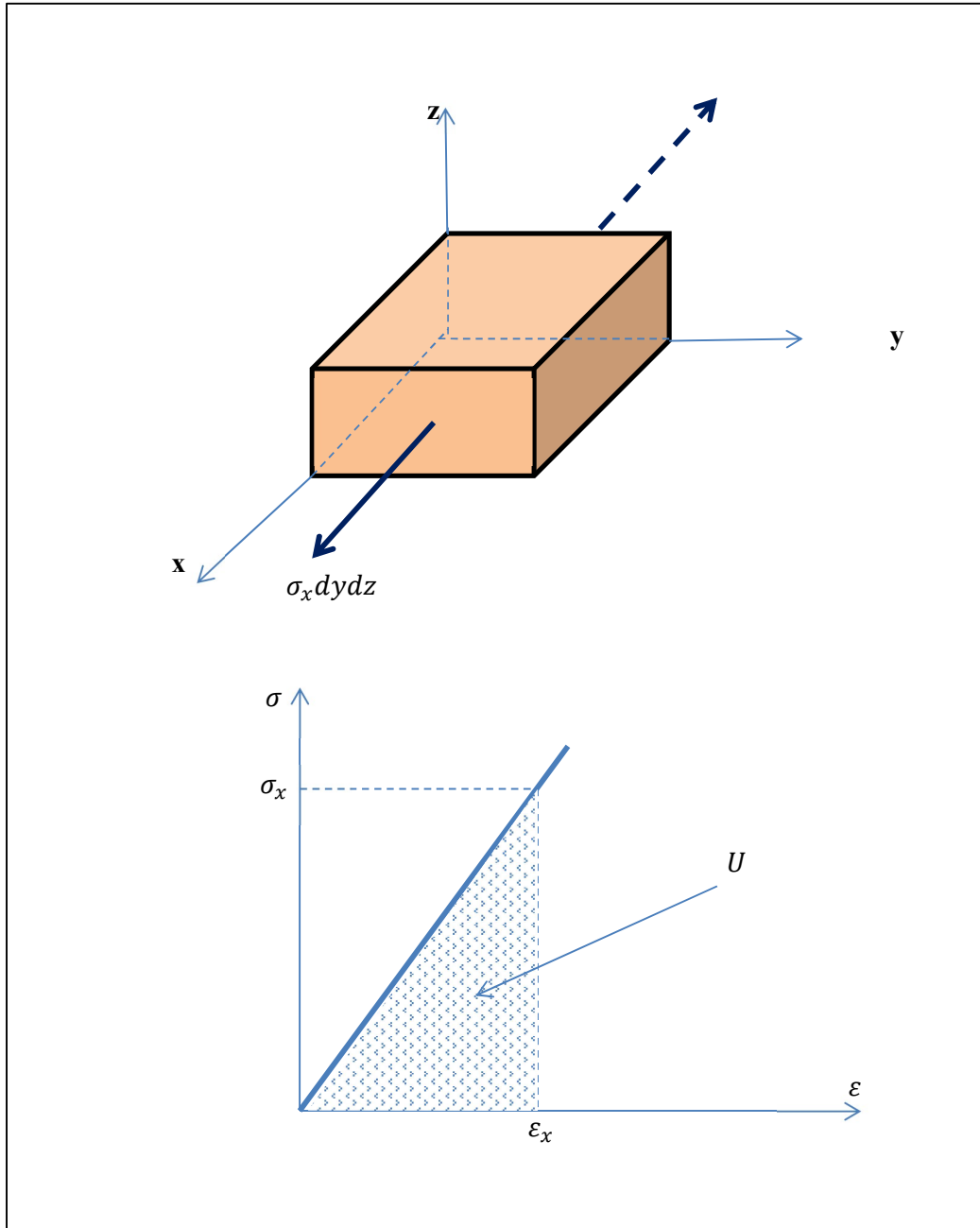


Figure 3. Energie de déformation en traction simple

La variation de l'énergie emmagasiné, est égale à

$$dU = \frac{1}{2} F_x \epsilon_x dx = \frac{1}{2} \sigma_x dydz \epsilon_x dx$$

L'énergie de déformation, par unité de volume, ou densité de l'énergie de déformation est

$$dU = \frac{dU}{dV} = \frac{1}{2} \sigma_x \varepsilon_x$$

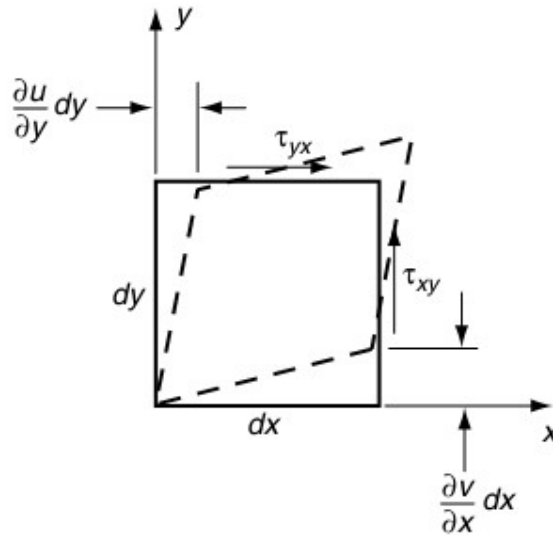
On peut interpréter le résultat trouvé à partir de la courbe contrainte-déformation. Dans le cadre de l'élasticité linéaire, l'énergie de déformation est simplement la surface pointillée sous la courbe.

Calculons maintenant l'énergie de déformation causée par l'action d'un cisaillement pur dans le plan xy comme le montre le schéma ci-après. L'énergie de déformation résultante est

$$dU = \frac{1}{2} \tau_{xy} dy dz \left(\frac{\partial v}{\partial x} dx \right) + \frac{1}{2} \tau_{yx} dx dz \left(\frac{\partial u}{\partial y} dy \right) = \frac{1}{2} \tau_{xy} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dx dy dz$$

d'où l'énergie de déformation, par unité de volume devient

$$U = \frac{1}{2} \tau_{xy} \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}^2}{2\mu} = \frac{\mu \gamma_{xy}^2}{2}$$



On peut facilement généraliser ce principe au cas où le corps soumis à un état de contraintes général. Dans ce cas, il suffit de superposer les effets et l'énergie de déformation sera donc

$$U = \frac{1}{2} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{xz} \gamma_{xz}) = \frac{1}{2} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$$

Cette relation peut être formulée en termes des déformations (des contraintes) en utilisant la loi de Hooke pour éliminer les termes des contraintes (des déformations), il vient

$$\begin{aligned}
 U(\varepsilon) &= \frac{1}{2} \lambda \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kk} + \mu \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij} \\
 &= \frac{1}{2} \lambda (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)^2 + \mu \left(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 + \frac{1}{2} \gamma_{xy}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{yz}^2 + \frac{1}{2} \gamma_{zx}^2 \right)
 \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
 U(\sigma) &= \frac{1+\nu}{2E} \sigma_{ij} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{2E} \sigma_{ij} \sigma_{kk} \\
 &= \frac{1+\nu}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + 2\tau_{xy}^2 + 2\tau_{yz}^2 + 2\tau_{zx}^2) - \frac{\nu}{2E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)^2
 \end{aligned}$$

Si on prend le cas de l'élément cubique en traction simple, on peut vérifier facilement que

$$\frac{\partial U(\varepsilon)}{\partial \varepsilon_x} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon_x} \left(\frac{E \varepsilon_x^2}{2} \right) = E \varepsilon_x = \sigma_x$$

et inversement

$$\frac{\partial U(\sigma)}{\partial \sigma_x} = \frac{\partial}{\partial \sigma_x} \left(\frac{\sigma_x^2}{2E} \right) = \frac{\sigma_x}{E} = \varepsilon_x$$

1.4.Exercices

Exercice 01 : Calculer la matrice associée aux tenseurs des déformations suivants :

$$a/ \sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 0,7\alpha & 3,6\alpha & 0 \\ 3,6\alpha & 2,8\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 7,6 \end{bmatrix} \quad b/ \sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 7 & 0 & -3\sqrt{3} \\ 0 & 25 & 0 \\ -3\sqrt{3} & 0 & 13 \end{bmatrix} \quad c/ \sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & \beta & \beta \\ \beta & 0 & \beta \\ \beta & \beta & 0 \end{bmatrix}$$

β nombre réel

Exercice 02 : Considérons trois états des contraintes ;

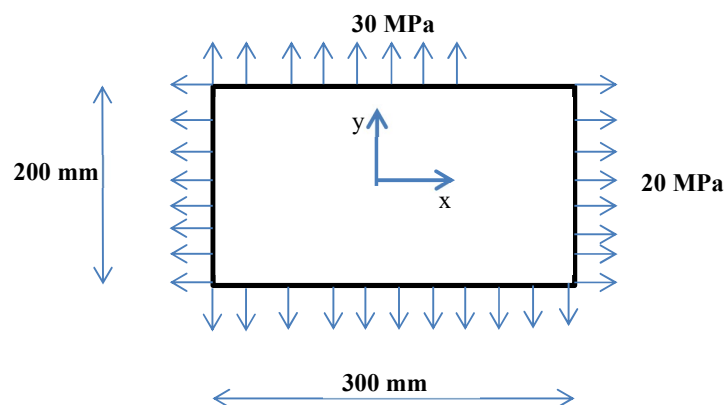
- Traction simple avec $\sigma = 150$ MPa
- Cisaillement pur $\tau = 75$ MPa
- Compression hydrostatique $P = 500$ MPa

Pour chaque cas, calculer les déformations résultantes. Prendre $E = 68,9$ GPa, $\nu = 0,34$

Exercice 03

Une plaque rectangulaire, de 4 mm d'épaisseur, est soumise à un état des contraintes bidimensionnel. Déterminer les changements de dimension sous l'effet de cet état de chargement.

-On donne $E = 207$ GPa, $\nu = 0.29$



Exercice :

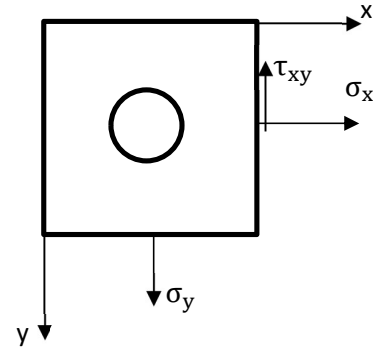
On grave, dans une plaque rectangulaire en acier doux, un cercle de diamètre 300 mm.

La plaque est ensuite soumise à un état de contraintes planes uniforme tel que :

$$\sigma_x = 160 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_y = 20 \text{ N/mm}^2 \quad \tau_{xy} = -100 \text{ N/mm}^2$$

Le matériau est supposé élastique linéaire isotrope, avec les caractéristiques suivantes : $E = 21.10^4 \text{ N/mm}^2$ $\nu = 0.28$

-Déterminer la déformation du cercle (forme finale après chargement).



Références

1. **F. Frey.** Analyse des Structures et Milieux Continus, Mécanique des Solides. Volume3. Ecole Nationale Polytechnique de Lausanne.
2. **J.-P. Henry, F. Parsy.** Cours d'élasticité. Dunod Université. 1982.
3. **G. Caignaert, J.-P Henry.** Exercices d'élasticité. Dunod Université. 1988.
4. **M. H. Sadd.** Elasticity. Theory, Applications and Numerics. 2009. Elsevier
5. **J. Salençon.** Mécanique des Milieux Continus. Tomme 1. Concepts Généraux.
6. **Y. Debard** Elasticité. Institut Universitaire de Technologie du Mans. Département Génie Mécanique et Productique.
7. **F. Sidoroff.** Mécanique des milieux continus. Engineering school Ecole Centrale de Lyon, 1980, pp.166.<cel-00530377>