République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mohamed BOUDIAF-M'sila

Faculté de Technologie
Département de Génie Electrique

Cours

Spécialité : Master

Maintenance des équipements industriels

Intitulé :

Vibrations des Machines Tournantes

Préparé par :

Dr. Brahim LADGHEM CHIKOUCHE

M'sila 2024

Chapitre VI : Instabilité

Les termes ‘oil whirl’, et ‘vibrations auto-excitées’ définissent tous l’instabilité. Selon Muszynska, une machine tournante est stable si son rotor effectue un mouvement de rotation pur autour d'un axe à une vitesse de rotation et ce mouvement n'est pas accompagnée par d'autres modes de vibrations du rotor, de ses éléments ou d'autres parties fixes de la machine, leurs amplitudes de vibration ne dépassent pas des valeurs acceptables admis. La machine stable en rotation est à l'abri de forces perturbatrices externes. C'est-à-dire, toute perturbation aléatoire ne peut pas changer radicalement son comportement. Selon Roland : un ensemble rotor-liaisons, soumis à une action qui crée une perturbation peut, après sa suppression, revenir ou non à son état initial ; il peut y revenir avec ou sans oscillation : on dit alors qu’il est stable ; il peut s’écarter de son état initial en oscillant ou sans osciller : on dit qu’il est instable. Ces définitions de l’instabilité sont générales. Lalanne et Ferraris, donnent une définition plus précise : Lorsque le rotor n’est pas soumis à des forces extérieures et est en mouvement libre sous l’action de conditions initiales, son mouvement peut croître indéfiniment avec le temps : le rotor est instable.

Il existe plusieurs critères de stabilité à savoir, le critère de **Nyquist**, le critère de **Lyapunov** et le critère de **Routh-Hurwitz**. Ce dernier est très bien adapté aux systèmes à faible nombre de degrés de liberté. Il s’applique au Polynôme caractéristique à coefficients réels ou complexes. Les fréquences du système sont les racines de l’équation caractéristique à coefficients réels ($m = 2n$) :

$$P_m(s) = a_0 s^m + a_1 s^{m-1} + \cdots + a_{m-1} s + a_m = 0 \qquad a_i \in \mathbb{R} \tag{6.1}$$

La matrice [H] suivante est construite :

$$[H]=\begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & a_{2m-1} \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & a_{2m-2} \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & a_{2m-3} \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots & a_{2m-4} \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & \dots & a_{2m-5} \\ . & & & & & \\ . & . & . & . & \dots & a_m \end{bmatrix} \qquad (6.2)$$

Où les sous déterminants suivants sont définis :

$$h_1 = a_1 \qquad h_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}, \qquad h_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} \qquad \cdots \qquad h_m = |H|$$

La condition nécessaire et suffisante pour que le système soit stable est que tous les coefficients $a_0, \ldots, a_m$ doivent être positifs et aussi tous les sous déterminants $h_1, \ldots, h_m$ doivent être positifs. Le critère de Routh-Hurwitz peut également être appliqué à un polynôme caractéristique à coefficients complexes :

$$P_m(s) = (a_0 + ib_0)s^m + (a_1 + ib_1)s^{m-1} + \cdots + (a_{m-1} + ib_{m-1})s + (a_m + ib_m) = 0 \qquad a_i \in R \qquad (6.3)$$

La solution devient stable lorsque la toutes les racines s ont des coefficients positifs de leurs parties imaginaires. La condition nécessaire et suffisante est :

$$m = 1 \qquad (-1)^1 \Delta_2 = -\begin{vmatrix} a_0 & a_1 \\ b_0 & b_1 \end{vmatrix} \succ 0 \qquad ; \qquad m = 2 \qquad (-1)^2 \Delta_4 = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & 0 \\ b_0 & b_1 & b_2 & 0 \\ 0 & a_0 & a_1 & a_2 \\ 0 & b_0 & b_1 & b_2 \end{vmatrix} \succ 0$$

$$\vdots$$

$$m = m \qquad (-1)^m \Delta_{2m} = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & \cdots & a_m & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ b_0 & b_1 & \cdots & b_m & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & a_0 & \cdots & a_{m-1} & a_m & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_0 & \cdots & b_{m-1} & b_m & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & a_0 & \cdots & a_{m-1} & a_m \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & b_0 & \cdots & b_{m-1} & b_m \end{vmatrix} \succ 0$$