

DILATATION DES SOLIDES, DES LIQUIDES ET DES GAZ

II.1. La dilatation

La dilatation est l'augmentation de volume d'un corps quand sa température augmente. Cette dilatation s'explique par l'augmentation de l'agitation thermique des particules qui constituent le corps. Si le corps est long, sa dilatation sera surtout visible dans le sens de la longueur : on a une dilatation linéaire.

II.2. Dilatation des solides.

Si V est le volume du solide à la température T °C et V_0 le volume à 0 °C, on a la relation suivante pour la dilatation volumique :

$$V = V_0 (1 + kT)$$

k est le **coefficient de dilatation cubique** et la quantité $1 + kT$ s'appelle le binôme de dilatation cubique. Si on exprime T en °C, k s'exprime alors en °C⁻¹.

De même pour une plaque, la dilatation se fait surtout sentir suivant sa surface. On a :

$$S = S_0 (1 + \sigma T)$$

σ étant le **coefficient de dilatation surfacique** moyen.

Pour une tige, la dilatation linéaire est importante. Elle obéit à la loi :

$$l = l_0 (1 + \lambda T)$$

λ étant le **coefficient de dilatation linéaire** et $1 + \lambda T$ le binôme de dilatation linéaire. n'est qu'une valeur moyenne entre les températures 0 °C et T °C.

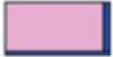
Dilatation linéaire	Dilatation dans une dimension	$l_\theta = l_0 (1 + \lambda \Delta\theta)$ 
Dilatation de surface	Dilatation dans deux dimensions	$S_\theta = S_0 (1 + \sigma \Delta\theta)$ 
Dilatation de volume	Dilatation dans trois dimensions	$V_\theta = V_0 (1 + k \Delta\theta)$ 

Figure II.1 Dilatation linéaire, Surfacique et Volumique sous l'effet de température

Corps	λ ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)	Corps	λ ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)
Plomb	$2,95 \cdot 10^{-5}$	Laiton	$1,85 \cdot 10^{-5}$
Zinc	$2,90 \cdot 10^{-5}$	Invar	$1,00 \cdot 10^{-6}$
Aluminium	$2,33 \cdot 10^{-5}$	Verre	$7,00 \cdot 10^{-6}$
Cuivre	$1,70 \cdot 10^{-5}$	Pyrex	$3,00 \cdot 10^{-6}$
Fer	$1,22 \cdot 10^{-5}$	Quartz	$5,50 \cdot 10^{-7}$

Tableau II.1. Coefficient de dilatation moyen entre les températures $t = 0$ $^{\circ}\text{C}$ et $t = 100$ $^{\circ}\text{C}$ de quelques corps

Laiton : alliage comprenant 65 % de cuivre et 35 % de zinc.

Invar : acier au nickel contenant 35 % de nickel.

Pratiquement, le coefficient de dilatation cubique est égal à trois fois le coefficient de dilatation linéaire ($k = 3\lambda$), le coefficient de dilatation surfacique valant 2λ .

Le λ des métaux est voisin de $2 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Cas des corps creux : ils se dilatent de la même façon que les solides pleins de mêmes dimensions et de même substance. Quand on chauffe un solide, son volume augmente mais sa masse reste constante. Sa masse volumique ρ va donc diminuer quand la température s'élève. A 0 $^{\circ}\text{C}$ et à t $^{\circ}\text{C}$, on a:

- Variation de la masse volumique

Considérons un corps quelconque :

A t_0 : masse m , volume V_0 , masse volumique ρ_0 .

A t : masse m , volume V , masse volumique ρ

$$\rho_0 = \frac{M}{V_0} \quad \text{et} \quad \rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{V_0(1 + k(t - t_0))}$$

D'où

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{V_0}{V} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{\rho_0}{1 + k\Delta t}$$

II.3 Dilatation des liquides

II.3.1 Dilatation absolue d'un liquide

L'augmentation du volume réel d'un liquide entre les températures t_0 et t est proportionnelle au volume initial V_0 et à l'élévation de température $t - t_0$

$$V = V_0(1 + a\Delta t) = V_0(1 + a(t - t_0))$$

Avec :

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + a\Delta t}$$

a s'appelle le coefficient de dilatation absolue du liquide et $1 + aT$ le binôme de dilatation absolue.

Corps	a (à 20 °C)	Corps	a (à 20 °C)
Mercure	$1,82 \cdot 10^{-4}$	Sulfate de C	$11,4 \cdot 10^{-4}$
Glycérine	$5 \cdot 10^{-4}$	Benzène	$11,8 \cdot 10^{-4}$
Alcool	$11 \cdot 10^{-4}$	Chloroforme	$11 \cdot 10^{-4}$
Ether	$16 \cdot 10^{-4}$	Acétone	$14,3 \cdot 10^{-4}$

Tableau II.2. Coefficient de dilatation moyen entre les températures $t = 0^\circ\text{C}$ et $t = 20^\circ\text{C}$

La dilatation des liquides est très supérieure à celle des solides (et inférieure à celle des gaz).

Remarque : Dilatation de l'eau

Pour l'eau, on a une anomalie : son volume n'est pas à 0°C minimum, mais à 4°C minimum où elle présente un maximum de densité. Cela est dû au réarrangement moléculaire.

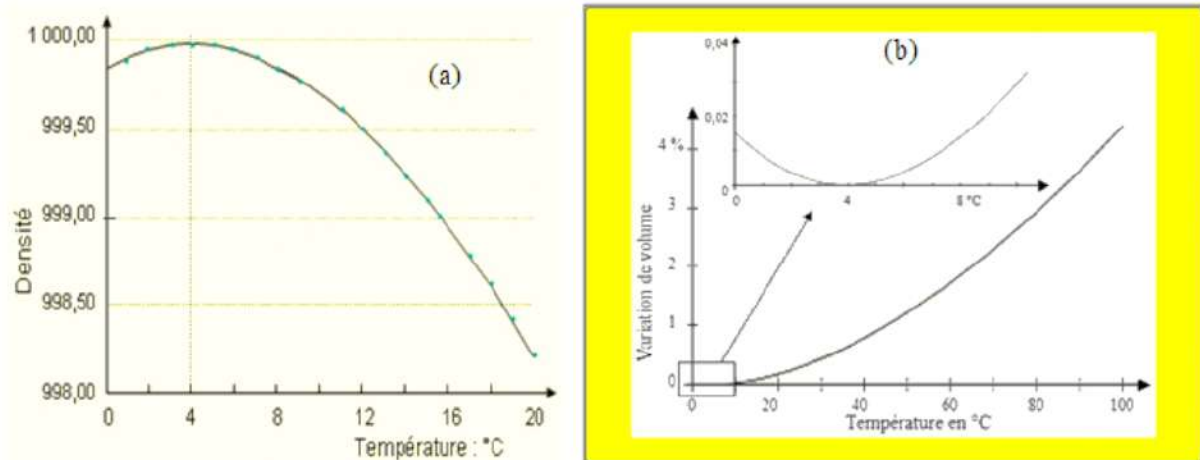


Figure II.2. Variation de la densité (a) et volume d'eau liquide avec la température (b)

II.3.2 Dilatation apparente d'un liquide

Les liquides sont contenus dans des récipients solides la plupart du temps. Lorsque la température augmente, le récipient et le liquide se dilatent simultanément. On observe alors la différence de dilatation entre le liquide et le récipient. Il s'agit d'une expansion importante du liquide (C'est la dilatation apparente du liquide (Figure II.3)).

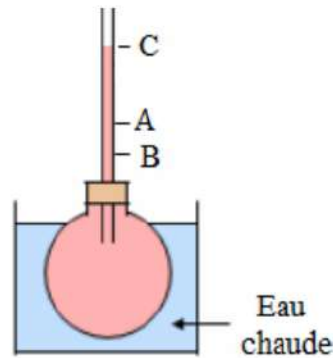


Figure II.3 Observez la dilatation apparente du liquide. Avant de chauffer, le niveau de liquide est à A. Le ballon se dilate en premier : le liquide descend vers B. Le liquide se dilate alors : le niveau de liquide atteint C.

Au cours de l'élévation de température, la variation :

- du volume de récipient est : $\Delta V_{\text{réc}} = V_0 k \Delta t$
- du volume du liquide $\Delta V_{\text{liq (réelle)}} = V_0 a \Delta t$
- apparente du volume du liquide est : $\Delta V_{\text{app liq}} = V_0 a' \Delta t$

Les trois variations sont liées par :

$$\Delta V_{\text{app liq}} = \Delta V_{\text{liq (réelle)}} - \Delta V_{\text{réc}}$$

$$V_0 a' \Delta t = V_0 a \Delta t - V_0 k \Delta t$$

Donc le **coefficient de dilatation apparente** $a' = a - k$

II.4. Dilatation des gaz

Il a été supposé implicitement que la dilatation des solides et des liquides résulte d'une augmentation de température sous pression constante. Pour les gaz, les changements de volume entraînent nécessairement des changements de pression et de température. Pour les gaz, on distingue les variations suivantes :

- A pression constante;
- A volume constant.

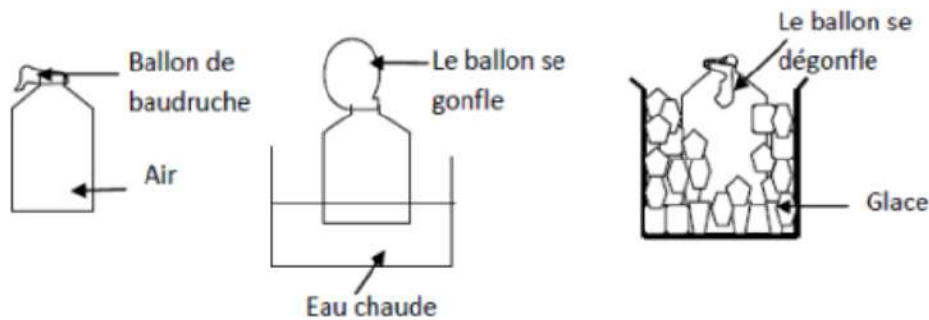


Figure II.4 Expérience de dilatation d'un gaz (sous l'effet de l'augmentation de température)

Un gaz chauffé augmente de volume : le gaz se dilate. En se refroidissant il diminue de volume : il se contracte.

A. Dilatation des gaz à pression constante

La définition de la dilatation d'un gaz à pression constante est similaire à la définition de la dilatation cubique d'un solide. Si l'on considère la quantité de gaz qui reste constante à pression constante P_0 , l'augmentation du volume de gaz $v-v_0$ de la température t_0 (volume V_0) à la température t (volume v) augmente proportionnellement au volume initial V_0 et à la température $\Delta t = t - t_0$:

$$V = V_0(1 + \beta\Delta t) = V_0(1 + \beta(t - t_0))$$

$$\beta = \frac{1}{V_0} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

β le coefficient de dilatation du gaz à pression constante en $^{\circ}\text{C}^{-1}$.

B. Dilatation des gaz à volume constant

Si l'on considère un gaz invariant maintenu à un volume constant v_0 , l'augmentation de la pression de gaz $P-P_0$ de la température t_0 (pression P_0) à la température t (pression P) est proportionnelle à la pression initiale P_0 et à l'augmentation de température $\Delta t = t - t_0$:

$$P = P_0(1 + \gamma\Delta t) = P_0(1 + \gamma(t - t_0))$$

$$\gamma = \frac{1}{P_0} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

γ est le coefficient de dilatation du gaz à volume constant en $^{\circ}\text{C}^{-1}$.

C. Dilatation des gaz parfait

Tous les gaz à faible pression (pression atmosphérique) vérifient la loi des gaz parfaits $pV = nRT$

p : pression du gaz en pascals (Pa) ;

V : volume occupé par le gaz en mètres cubes (m^3) ;

n : nombre de moles de gaz en moles, considéré constant (mol) ;

$R = 8,31$: constante des gaz parfaits en joules par mole et par degré ($\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \text{K}^{-1}$) ;

T : température du gaz en kelvins (K).

Si p est constant (pression atmosphérique), on a : $V = \frac{nR}{p} T$ (1) donc $\Delta V = \frac{nR}{p} \Delta T$ (2)

Si on divise (2) par (1) on obtient : $\frac{\Delta V}{V} = \frac{\left(\frac{nR}{p}\right) \Delta T}{\left(\frac{nR}{p}\right) T} = \frac{\Delta T}{T} = \beta \Delta T$ soit $\beta = \frac{1}{T}$

Avec T , la température du gaz en kelvins (K).

Par exemple, à 27°C , $T = 273 + 27 = 300 \text{ K}$ et $\beta = \frac{1}{T} = \frac{1}{300} = 3,33 \cdot 10^{-3}$

➤ Loi de Gay-Lussac

Les coefficients de dilatation thermique à volume constant et à pression constante : $t_0 = 0^\circ\text{C}$ et si le gaz est un gaz parfait alors

$$\beta = \gamma = \frac{1}{273,15} = 3,661 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Cette loi est d'autant plus vraie que la pression est faible.