

FILIERE : Génie Civil

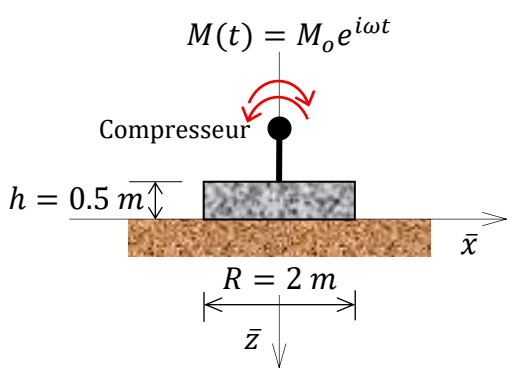
SPECIALITE : Master Géotechnique (S3)

COURS : Dynamique des ouvrages géotechniques

INTERROGATION N° 1

(Date : 12/11/2025 - Durée : 1 heure 30)

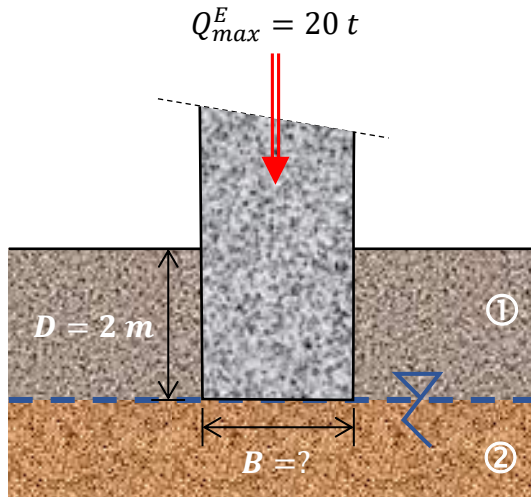
Ex. 1 (10 points) Calculer la fréquence naturelle, la fréquence de vibration à la résonance et l'amplitude de vibration à la résonance d'une semelle circulaire de rayon $R = 2 \text{ m}$ reposant sur un sol homogène en profondeur et soumise à un mouvement de balancement comme l'indique la figure ci-après. Commenter avec justification les résultats trouvés.



Données :

- Moment de balancement de la semelle : $M_{yo} = 100 \text{ kNm}$
- Fréquence de vibration de la machine : $f_o = 10 \text{ Hz}$
- Amplitude de vibration admissible : $\theta_{adm} = \pm 10^{-3} \text{ rad}$
- Moment d'inertie massique du compresseur : $J_m = 1 \text{ kNm}^2$
- Poids volumique du sol : $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$
- Module de cisaillement du sol : $G = 5 \text{ MPa}$
- Coefficient de Poisson du sol : $\nu = 0.3$
- Accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m/s}^2$
- Poids volumique du béton : $\gamma_b = 24 \text{ kN/m}^3$

Ex. 2 (10 points) Soit une semelle filante ancrée comme l'indique la figure ci-après.



① Sable

$$\gamma_d = 15 \text{ kN/m}^3$$

$$\phi' = 35^\circ$$

② Argile

$$\gamma_{sat} = 20 \text{ kN/m}^3$$

$$c_u = 100 \text{ kPa}$$

$$c' = 10 \text{ kPa}$$

$$\phi' = 30^\circ$$

$$\delta/\phi = 0 \text{ (Semelle lisse)}$$

Déterminer la largeur B de la semelle devant supporter la charge sismique maximale $Q_{max}^E = 20 \text{ t}$ sous un séisme d'accélération horizontale $a_h = 0.3g$.

N.B. : Seules les notes de cours sont autorisées.

Bonne chance
Prof. Mohamed Khemissa

Corrigé

Exercice 1

- Moment d'inertie massique du système (J_y) :

$$J_y = J_{Fondation} + J_{Machine} = m \left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{3} \right) + J_m \quad | \quad m = \frac{W}{g} = \frac{\gamma_b \pi R^2 h}{g}$$

$$J_y = \frac{\gamma_b \pi R^2 h}{g} \left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{3} \right) + J_m = \frac{24 \times \pi \times 2^2 \times 0.5}{10} \times \left(\frac{2^2}{4} + \frac{0.5^2}{3} \right) + 1$$

$$J_y = 17.336 \text{ kNm}^2 \quad \#1$$

- Rapport des masses modifié (B_θ) :

$$B_\theta = \frac{3(1-\nu)}{8} \frac{J_y}{\rho R^5} = \frac{3 \times (1-0.3)}{8} \frac{17.336}{2 \times 2^5} = 0.071 \quad \#1$$

- Rapport d'amortissement critique (D_θ) :

$$D_\theta = \frac{0.15}{(1+B_\theta)\sqrt{B_\theta}} = \frac{0.15}{(1+0.071)\sqrt{0.071}} = 0.526 \quad \#1$$

- Fréquence naturelle de la semelle ($f_{n/\theta}$) :

$$f_{n/\theta} = \frac{1}{2\pi R} \sqrt{\frac{G}{\rho B_\theta}} = \frac{1}{2 \times \pi \times 2} \sqrt{\frac{5 \times 10^3}{2 \times 0.071}} = 14.93 \text{ Hz} \quad \#1$$

- Fréquence de résonance de la semelle ($f_{res/\theta}$) :

$$f_{res/\theta} = \frac{f_{n/\theta}}{\sqrt{1-2D_\theta^2}} = \frac{14.93}{\sqrt{1-2 \times 0.526^2}} = 22.34 \text{ Hz} \quad \#2$$

- Amplitude de vibration de la semelle à la résonance (θ_{res}) :

$$\theta_{res} = \frac{3(1-\nu)M_o}{16GR^3D_\theta\sqrt{1-D_\theta^2}} = \frac{3 \times (1-0.3) \times 100}{16 \times 5 \times 10^3 \times 2^3 \times 0.526 \sqrt{1-0.526^2}} = 7.335 \times 10^{-4} \text{ rad} \quad \#2$$

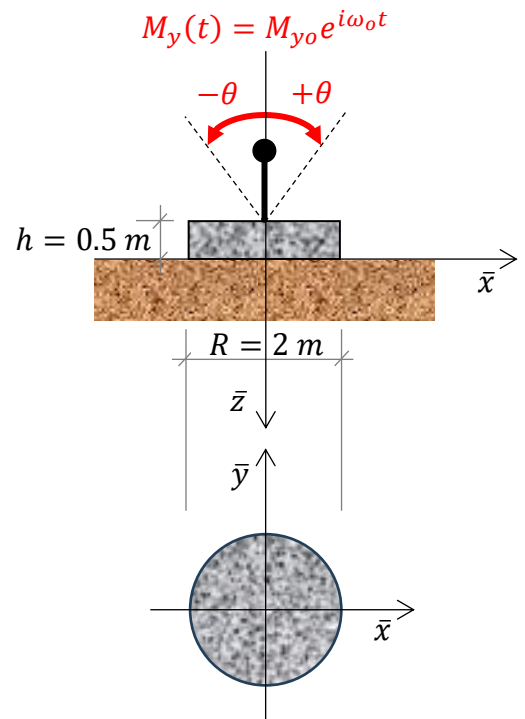
- Commentaires justifiés

$$\Rightarrow f_o = 10 \text{ Hz} < f_{res/\theta} = 22.34 \text{ Hz}$$

$\Rightarrow$ Ok. Pas de risque de résonance de la semelle. #1

$$\Rightarrow \theta_{res} = 7.335 \times 10^{-4} \text{ rad} < |\theta_{adm}| = 10^{-3} \text{ rad}$$

$\Rightarrow$ Ok. Pas de risque de roulis ou de tangage de la semelle, le sol de fondation est donc stable vis-à-vis du tassement/soulèvement. #1


Exercice 2

- Dimensionnement à court terme (CT) :**

- Termes de surface (N_γ^E), de profondeur (N_q^E) et de cohésion (N_c^E) :

Sachant que : $a_h = 0.3g$

$$a_v = 0$$

$$\Rightarrow k_h = \frac{a_h}{g} = \frac{0.3g}{g} = 0.3$$

$$k_v = \frac{a_v}{g} = 0$$

$$\Rightarrow \tan(\theta) = \frac{k_h}{1-k_v} = \frac{0.3}{1-0} = 0.3$$

$$\begin{cases} c = c_u = 100 \text{ kPa} \\ \varphi = \varphi_u = 0^\circ \text{ (Argile saturée)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_\gamma^E = N_\gamma^E \{ \varphi = 0^\circ ; \tan(\theta) = 0.3 ; \delta/\varphi = 0 \} = 0 \\ N_q^E = N_q^E \{ \varphi = 0^\circ ; \tan(\theta) = 0.3 ; \delta/\varphi = 0 \} = 1 \\ N_c^E = N_c^E \{ \varphi = 0^\circ ; \tan(\theta) = 0.3 ; \delta/\varphi = 0 \} = 3.36 \end{cases} \quad \text{(Tableaux)} \quad \begin{matrix} \#1 \\ \#1 \\ \#1 \end{matrix}$$

- Contrainte admissible (q_a^E) :

$$q_a^E = \gamma_1 D + \frac{\frac{1}{2} \gamma_2 B N_\gamma^E + \gamma_1 D (N_q^E - 1) + c N_c^E}{F} \quad | \quad F = 3 \text{ (Coefficient de sécurité)}$$

$$\Rightarrow q_a^E = \gamma_1 D + \frac{3.36 c_u}{3} = 15 \times 2 + \frac{3.36 \times 100}{3} = 142 \text{ kPa} \quad \#1$$

- Largeur de la semelle (B) :

$$q_{max}^E = \frac{Q_{max}^E}{A} = \frac{Q_{max}^E}{B \times 1} = \frac{Q_{max}^E}{B} \leq q_a^E$$

$$\Rightarrow B \geq \frac{Q_{max}^E}{q_a^E} = \frac{20 \times 10}{142} = 1.41 \text{ m}$$

$$\Rightarrow B \# 1.50 \text{ m} \quad \#1$$

- Justification à long terme (LT) :

- Termes de surface (N_γ^E), de profondeur (N_q^E) et de cohésion (N_c^E) :

$$\begin{cases} c = c' = 10 \text{ kPa} \\ \varphi = \varphi' = 30^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_\gamma^E = N_\gamma^E \{ \varphi = 30^\circ ; \tan(\theta) = 0.3 ; \delta/\varphi = 0 \} = 1.87 \\ N_q^E = N_q^E \{ \varphi = 30^\circ ; \tan(\theta) = 0.3 ; \delta/\varphi = 0 \} = 4.25 \\ N_c^E = N_c^E \{ \varphi = 30^\circ ; \tan(\theta) = 0.3 ; \delta/\varphi = 0 \} = 5.62 \end{cases} \quad \text{(Tableaux)} \quad \begin{matrix} \#1 \\ \#1 \\ \#1 \end{matrix}$$

- Contrainte admissible (q_a^E) :

$$q_a^E = \gamma_1 D + \frac{\frac{1}{2} \gamma_2 B N_\gamma^E + \gamma_1 D (N_q^E - 1) + c N_c^E}{F} \quad | \quad F = 3 \text{ (Coefficient de sécurité)}$$

$$\Rightarrow q_a^E = 15 \times 2 + \frac{\frac{1}{2} \times (20 - 10) \times 1.50 \times 1.87 + 15 \times 2 \times (4.25 - 1) + 10 \times 5.62}{3} = 85.91 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow q = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{B \times 1} = \frac{20 \times 10}{1.50 \times 1} = 133.33 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow q = 133.33 \text{ kPa} > q_a^E = 85.91 \text{ kPa} \quad \text{Non vérifié.} \quad \#1$$

- Redimensionnement de la semelle

$$q = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{B \times 1} = \frac{Q}{B} \leq q_a^E$$

$$\Rightarrow B \geq \frac{Q}{q_a^E} = \frac{20 \times 10}{85.91} = 2.33 \text{ m}$$

$$\Rightarrow B \# 2.4 \text{ m} \quad \#1$$