

FILIERE : Génie Civil

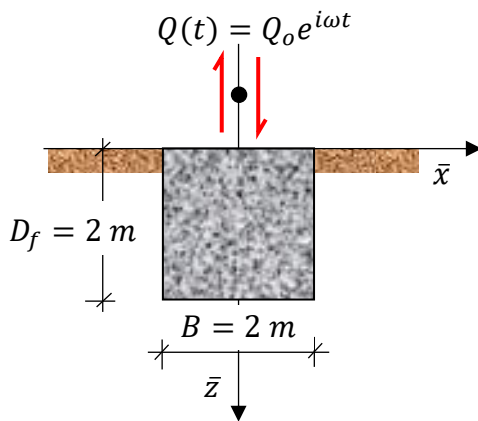
SPECIALITE : Master Géotechnique (S3)

COURS : Dynamique des ouvrages géotechniques

EPREUVE DE FIN DE SEMESTRE

(Date : 19/01/2026 - Durée : 2 heures)

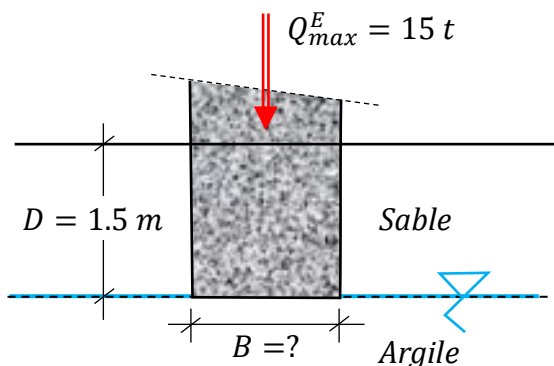
Ex. 1 (10 points) Considérons une semelle carrée de côté $B = 2 \text{ m}$ ancrée à $D_f = 2 \text{ m}$ dans un sol homogène en profondeur et soumise à un mouvement de pompage comme l'indique la figure ci-après. On demande de calculer la fréquence naturelle de cette semelle, sa fréquence de vibration à la résonance, son amplitude de vibration à la résonance et son amplitude de vibration à la fréquence appliquée. Commenter ensuite avec justification les résultats trouvés.



Données :

- Poids total (semelle+machine) : $W = 20 \text{ t}$
- Amplitude de la force excitatrice : $Q_o = 1 \text{ t}$
- Fréquence de vibration de la machine : $f_o = 2 \text{ Hz}$
- Amplitude de vibration admissible : $\Delta h_{adm} = \pm 1 \text{ mm}$
- Poids volumique du sol : $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$
- Module de cisaillement du sol : $G = 5 \text{ MPa}$
- Coefficient de Poisson du sol : $\nu = 0.3$
- Accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m/s}^2$

Ex. 2 (10 points) Soit une semelle filante ancrée dans un massif bicouche en présence d'une nappe d'eau comme l'indique la figure ci-après.



Sable

$$\gamma_d = 16 \text{ kN/m}^3$$

$$\varphi' = 35^\circ$$

Argile

$$\gamma_{sat} = 21 \text{ kN/m}^3$$

$$c_u = 120 \text{ kPa}$$

$$c' = 15 \text{ kPa}$$

$$\varphi' = 25^\circ$$

$$\delta/\varphi = 2/3 \text{ (Semelle très rugueuse)}$$

Déterminer la largeur B de la semelle devant supporter la charge sismique maximale $Q_{max}^E = 15 \text{ t}$ sous un séisme d'accélération horizontale $a_h = 0.3g$.

N.B. : Seules les notes de cours sont autorisées.

Bonne chance

Prof. Mohamed KHEMISSA

Exercice 1 :

- Rayon équivalent de la semelle ($R = R_e$) :

$$R = R_e = \frac{B}{\sqrt{\pi}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} = 1.13 \text{ m} \quad \#1$$

- Paramètre correcteur de la raideur (η_z) :

$$\eta_z = 1 + 0.6(1 - \nu) \frac{D_f}{R} = 1 + 0.6 \times (1 - 0.3) \times \frac{2}{1.13} = 1.74 \quad \#1$$

- Rapport des masses modifié ($\bar{B}_z$) :

$$\bar{B}_z = \left(\frac{1-\nu}{4} \frac{W}{\gamma R^3} \right) \frac{1}{\eta_z} = \frac{1-0.3}{4} \times \frac{200}{20 \times 1.13^3} \times \frac{1}{1.74} = 0.70 \quad \#1$$

- Rapport d'amortissement critique ($\bar{D}_z$) :

$$\bar{D}_z = \frac{0.425}{\sqrt{\bar{B}_z}} = \frac{0.425}{\sqrt{0.70}} = 0.51 \quad \#1$$

- Fréquence naturelle ($\bar{f}_{n-z}$) :

$$\bar{f}_{n-z} = \frac{1}{2\pi R} \sqrt{\frac{G}{\rho \bar{B}_z}} = \frac{1}{2 \times \pi \times 1.13} \sqrt{\frac{5 \times 10^3}{\frac{20}{10} \times 0.70}} = 8.42 \text{ Hz} \quad \#1$$

- Fréquence de résonance ($\bar{f}_{res-z}$) :

$$\bar{f}_{res-z} = \frac{1}{2\pi R \bar{B}_z} \sqrt{\frac{G(\bar{B}_z - 0.361)}{\rho}} = \frac{1}{2 \times \pi \times 1.13 \times 0.70} \sqrt{\frac{5 \times 10^3 (0.70 - 0.361)}{\frac{20}{10}}} = 5.86 \text{ Hz} \quad \#1$$

ou bien :

$$\bar{f}_{res-z} = \bar{f}_{n-z} \sqrt{1 - 2\bar{D}_z^2} = 8.42 \times \sqrt{1 - 2 \times 0.51^2} = 5.83 \text{ Hz}$$

- Amplitude de vibration à la résonance ($\bar{A}_{res-z}$) :

$$\bar{A}_{res-z} = \frac{P_o(1-\nu)\bar{B}_z}{3.4GR\sqrt{\bar{B}_z - 0.181}} = \frac{10 \times (1-0.3) \times 0.70}{3.4 \times 5 \times 10^3 \times 1.13 \times \sqrt{0.70 - 0.181}} = 0.35 \times 10^{-3} \text{ m} \quad \#1$$

ou bien :

$$\bar{A}_{res-z} = \frac{P_o(1-\nu)}{8GR\bar{D}_z\sqrt{1-\bar{D}_z^2}} = \frac{10 \times (1-0.3)}{8 \times 5 \times 10^3 \times 1.13 \times 0.51 \times \sqrt{1-0.51^2}} = 0.35 \times 10^{-3} \text{ m}$$

- Amplitude de vibration à la fréquence appliquée ($\bar{A}_z$) :

$$\bar{A}_z = \frac{(1-\nu)Q_o}{4GR} \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + 4\bar{D}_z^2\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} = \frac{(1-0.3) \times 10}{4 \times 5 \times 10^3 \times 1.13 \sqrt{\left[1 - \left(\frac{2}{8.42}\right)^2\right]^2 + 4 \times 0.51^2 \times \left(\frac{2}{8.42}\right)^2}} = 0.31 \times 10^{-3} \text{ m} \quad \#1$$

- Commentaires justifiés :

✓ $\bar{f}_{n-z} = 8.42 \text{ Hz} > \bar{f}_{res-z} = 5.86 \text{ Hz} > f_o = 2 \text{ Hz} \quad \#1/2$
 $\Rightarrow$ Ok. Il n'y a aucun risque de résonance de la semelle. #1/2

✓ $A_z = 0.31 \text{ mm} < \bar{A}_{res-z} = 0.35 \text{ mm} < |\Delta l_{adm}| = 1 \text{ mm} \quad \#1/2$
 $\Rightarrow$ Ok. Il n'y a aucun risque de poinçonnement du sol, ni de soulèvement de la semelle. #1/2

Exercice 2 :

▷ Dimensionnement à court terme (CT) :

- Termes de surface (N_γ^E), de profondeur (N_q^E) et de cohésion (N_c^E) :

$$\text{Sachant que : } \begin{cases} a_h = 0.3g \\ a_v = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_h = \frac{a_h}{g} = \frac{0.3g}{g} = 0.3 \\ k_v = \frac{a_v}{g} = 0 \end{cases} \Rightarrow \tan(\theta) = \frac{k_h}{1-k_v} = \frac{0.3}{1-0} = 0.3$$

$$\begin{cases} c = c_u = 120 \text{ kPa} \\ \varphi = \varphi_u = 0^\circ \text{ (Argile saturée)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_\gamma^E = N_\gamma^E\{\varphi = 0^\circ; \tan(\theta) = 0.3; \delta/\varphi = 2/3\} = 0 \\ N_q^E = N_q^E\{\varphi = 0^\circ; \tan(\theta) = 0.3; \delta/\varphi = 2/3\} = 1 \\ N_c^E = N_c^E\{\varphi = 0^\circ; \tan(\theta) = 0.3; \delta/\varphi = 2/3\} = 3.36 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(Tableaux)} \\ \text{\#1} \\ \text{\#1} \\ \text{\#1} \end{matrix}$$

- Contrainte admissible (q_a^E) :

$$q_a^E = \gamma_1 D + \frac{\frac{1}{2}\gamma_2 B N_\gamma^E + \gamma_1 D(N_q^E - 1) + c N_c^E}{F} \quad | \quad F = 3 \text{ (Coefficient de sécurité)}$$

$$\Rightarrow q_a^E = \gamma_1 D + \frac{3.36c_u}{3} = 16 \times 1.5 + \frac{3.36 \times 120}{3} = 158.4 \text{ kPa} \quad \text{\#1}$$

- Largeur de la semelle (B) :

$$q_{max}^E = \frac{Q_{max}^E}{A} = \frac{Q_{max}^E}{B \times 1} = \frac{Q_{max}^E}{B} \leq q_a^E$$

$$\Rightarrow B \geq \frac{Q_{max}^E}{q_a^E} = \frac{15 \times 10}{158.4} = 0.95 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad B \# 1.00 \text{ m} \quad \text{\#1}$$

▷ Justification à long terme (LT) :

- Termes de surface (N_γ^E), de profondeur (N_q^E) et de cohésion (N_c^E) :

$$\begin{cases} c = c' = 15 \text{ kPa} \\ \varphi = \varphi' = 25^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_\gamma^E = N_\gamma^E\{\varphi = 25^\circ; \tan(\theta) = 0.3; \delta/\varphi = 2/3\} = 1.45 \\ N_q^E = N_q^E\{\varphi = 25^\circ; \tan(\theta) = 0.3; \delta/\varphi = 2/3\} = 4.10 \\ N_c^E = N_c^E\{\varphi = 25^\circ; \tan(\theta) = 0.3; \delta/\varphi = 2/3\} = 6.66 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(Tableaux)} \\ \text{\#1} \\ \text{\#1} \\ \text{\#1} \end{matrix}$$

- Contrainte admissible (q_a^E) :

$$q_a^E = \gamma_1 D + \frac{\frac{1}{2}\gamma_2 B N_\gamma^E + \gamma_1 D(N_q^E - 1) + c N_c^E}{F} \quad | \quad F = 3 \text{ (Coefficient de sécurité)}$$

$$\Rightarrow q_a^E = 16 \times 1.5 + \frac{\frac{1}{2} \times (21 - 10) \times 1.00 \times 1.45 + 16 \times 1.5 \times (4.10 - 1) + 15 \times 6.66}{3} = 84.758 \text{ kPa} \quad \text{\#1}$$

- Vérification :

$$q = \frac{Q_{max}^E}{A} = \frac{Q_{max}^E}{B \times 1} = \frac{15 \times 10}{1 \times 1} = 150 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow q = 150 \text{ kPa} > q_a^E = 84.758 \text{ kPa} \quad \text{Non vérifié.} \quad \text{\#1/2}$$

- Redimensionnement de la semelle :

$$q = \frac{Q_{max}^E}{A} = \frac{Q_{max}^E}{B \times 1} \leq q_a^E$$

$$\Rightarrow B \geq \frac{Q_{max}^E}{q_a^E} = \frac{15 \times 10}{84.758} = 1.77 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad B \# 1.8 \text{ m} \quad \text{\#1/2}$$