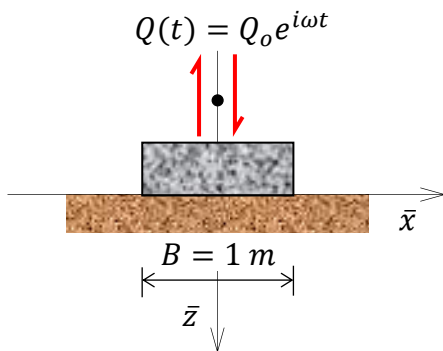


FILIERE : Génie Civil
SPECIALITE : Master Géotechnique (S3)
COURS : Dynamique des ouvrages géotechniques

EPREUVE DE FIN DE SEMESTRE

(Date : 21/01/2025 - Durée : 1 heure 30)

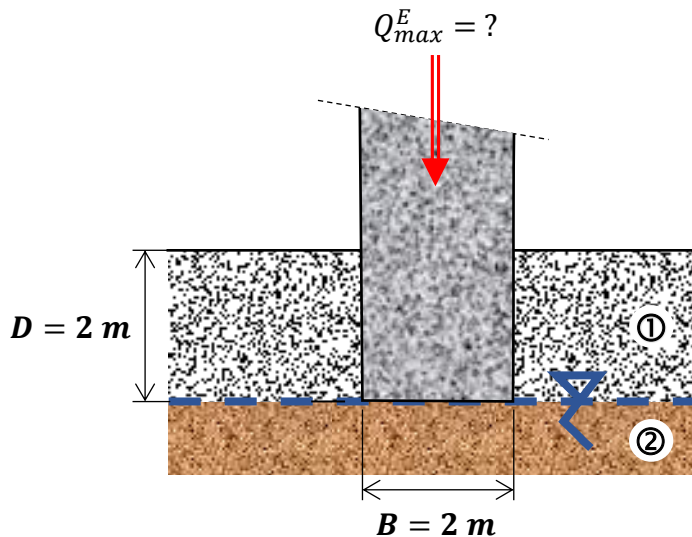
Ex. 1 (8 points) Considérons une semelle rectangulaire de largeur $B = 1 \text{ m}$ et de longueur $L = 2 \text{ m}$ reposant sur un sol homogène en profondeur et soumise à un mouvement de pompage comme l'indique la figure ci-après. On demande de calculer la fréquence naturelle de cette semelle, sa fréquence de vibration à la résonance, son amplitude de vibration à la résonance et son amplitude de vibration à la fréquence appliquée. Commenter ensuite avec justification les résultats trouvés.



Données :

- Poids total (semelle+machine) : $W = 10 \text{ t}$
- Amplitude de la force excitatrice : $Q_0 = 1 \text{ t}$
- Fréquence de vibration de la machine : $f_0 = 2 \text{ Hz}$
- Amplitude de vibration admissible : $\Delta h_{adm} = \pm 1 \text{ mm}$
- Poids volumique du sol : $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$
- Module de cisaillement du sol : $G = 5 \text{ MPa}$
- Coefficient de Poisson du sol : $\nu = 0.3$
- Accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m/s}^2$

Ex. 2 (12 points) Soit une semelle filante de largeur $B = 2 \text{ m}$ ancrée à $D = 2 \text{ m}$ dans un bi-couche sable et argile en présence d'une nappe d'eau comme l'indique la figure ci-après.



① Sable

$$\gamma_d = 15 \text{ kN/m}^3$$

$$\varphi' = 35^\circ$$

② Argile

$$\gamma_{sat} = 20 \text{ kN/m}^3$$

$$c_u = 100 \text{ kPa}$$

$$c' = 10 \text{ kPa}$$

$$\varphi' = 30^\circ$$

$$\delta/\varphi = 1/2 \text{ (Semelle rugueuse)}$$

Calculer les capacités portantes sismiques à court terme et à long terme que peut supporter cette semelle filante sous séisme d'accélération horizontale $a_h = 0.3g$, puis déduire la charge sismique maximale Q_{max}^E correspondante.

N.B. : Seules les notes de cours sont autorisées.

Bonne chance
Prof. Mohamed Khemissa

Exercice 1 :

- Rayon équivalent de la semelle rectangulaire (R_e) :

$$R = R_e = \sqrt{\frac{BL}{\pi}} = \sqrt{\frac{1 \times 2}{\pi}} = 0.80 \text{ m} \quad \#1$$

- Rapport des masses modifié (B_z) :

$$B_z = \frac{1-\nu}{4} \frac{m}{\rho R^3} = \frac{1-\nu}{4} \frac{W}{\gamma R^3} = \frac{1-0.3}{4} \times \frac{10 \times 10}{20 \times 0.8^3} = 1.71 \quad \#1$$

- Rapport d'amortissement critique (D_z) : $D_z = \frac{0.425}{\sqrt{B_z}} = \frac{0.425}{\sqrt{1.71}} = 0.325$

- Raideur (k_z) : $k_z = \frac{4GR}{1-\nu} = \frac{4 \times 5 \times 10^3 \times 0.8}{1-0.3} = 22857.14 \text{ kN/m}$

- Fréquence naturelle (f_{n-z}) :

$$f_{n-z} = \frac{1}{2\pi R} \sqrt{\frac{G}{\rho B_z}} = \frac{1}{2 \times \pi \times 0.8} \times \sqrt{\frac{5 \times 10^3}{\frac{20}{10} \times 1.71}} = 7.61 \text{ Hz} \quad \#1$$

ou bien : $f_{n-z} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_z}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_z}{\frac{W}{g}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{22857.14}{\frac{10 \times 10}{10}}} = 7.61 \text{ Hz}$

- Fréquence de résonance (f_{res-z}) :

$$f_{res-z} = \frac{1}{2\pi R B_z} \sqrt{\frac{G(B_z - 0.361)}{\rho}} = \frac{1}{2 \times \pi \times 0.8 \times 1.71} \times \sqrt{\frac{5 \times 10^3 \times (1.71 - 0.361)}{\frac{20}{10}}} = 6.76 \text{ Hz} \quad \#1$$

ou bien : $f_{res-z} = f_{n-z} \sqrt{1 - 2D_z^2} = 7.61 \sqrt{1 - 2 \times 0.325^2} = 6.76 \text{ Hz}$

- Amplitude de vibration à la résonance (A_{res-z}) :

$$A_{res-z} = \frac{Q_o(1-\nu)B_z}{3.4GR\sqrt{B_z-0.181}} = \frac{10 \times (1-0.3) \times 1.71}{3.4 \times 5 \times 10^3 \times 0.8 \times \sqrt{1.71-0.181}} = 0.71 \times 10^{-3} \text{ m} \quad \#1$$

ou bien : $A_{res-z} = \frac{Q_o(1-\nu)}{8GRD_z\sqrt{1-D_z^2}} = \frac{10 \times (1-0.3)}{8 \times 5 \times 10^3 \times 0.8 \times 0.325 \times \sqrt{1-0.325^2}} = 0.71 \times 10^{-3} \text{ m}$

- Amplitude de vibration à la fréquence appliquée (A_z) :

$$A_z = \frac{Q_o}{k_z} \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + 4D_z^2\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} = \frac{Q_o(1-\nu)}{4GR\sqrt{\left[1 - \left(\frac{f_o}{f_n}\right)^2\right]^2 + 4D_z^2\left(\frac{f_o}{f_n}\right)^2}} \quad | \quad k_z = \frac{4GR}{1-\nu} \quad \& \quad \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{f_o}{f_n} = \frac{f_o}{f_n}$$

$$\Rightarrow A_z = \frac{10 \times (1-0.3)}{4 \times 5 \times 10^3 \times 0.8 \sqrt{\left[1 - \left(\frac{2}{7.61}\right)^2\right]^2 + 4 \times 0.325^2 \times \left(\frac{2}{7.61}\right)^2}} = 0.46 \times 10^{-3} \text{ m} \quad \#1$$

- Commentaires justifiés :

✓ $f_o = 2 \text{ Hz} < f_{res-z} = 6.76 \text{ Hz}$ (Idem. $\frac{\omega_o}{\omega_n} = \frac{f_o}{f_n} = \frac{f_o}{f_{n-z}} = \frac{2}{7.61} = 0.26 < 0.5$)

⇒ Ok. Pas de risque de résonance de la semelle. #1

✓ $A_z = 0.46 \text{ mm} < A_{res-z} = 0.71 \text{ mm} < |\Delta h_{adm}| = 1 \text{ mm}$

⇒ Ok. Pas de risque de poinçonnement du sol de fondation et la semelle est stable vis-à-vis du soulèvement. #1

Exercice 2 :

- Coefficients sismiques

$$\text{Sachant que : } \begin{cases} a_h = 0.3g \\ a_v = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_h = \frac{a_h}{g} = \frac{0.3g}{g} = 0.3 \\ k_v = \frac{a_v}{g} = 0 \end{cases} \Rightarrow \tan(\theta) = \frac{k_h}{1-k_v} = \frac{0.3}{1-0} = 0.3$$

- Capacité portante sismique à court terme (CT) :

- Termes de surface (N_γ^E), de profondeur (N_q^E) et de cohésion (N_c^E) :

$$\begin{cases} c = c_u = 100 \text{ kPa} \\ \varphi = \varphi_u = 0^\circ \text{ (Argile saturée)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_\gamma^E = N_\gamma^E \{ \varphi = 0^\circ ; \tan(\theta) = 0.3 ; \delta/\varphi = 1/2 \} = 0 \\ N_q^E = N_q^E \{ \varphi = 0^\circ ; \tan(\theta) = 0.3 ; \delta/\varphi = 1/2 \} = 1 \\ N_c^E = N_c^E \{ \varphi = 0^\circ ; \tan(\theta) = 0.3 ; \delta/\varphi = 1/2 \} = 3.36 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(Tableaux)} \\ \#1 \\ \#1 \\ \#1 \end{matrix}$$

- Contrainte admissible (q_a^E) :

$$q_a^E = \gamma_1 D + \frac{\frac{1}{2} \gamma_2 B N_\gamma^E + \gamma_1 D (N_q^E - 1) + c N_c^E}{F} = \gamma_d D + \frac{3.36 c_u}{3}$$
$$\Rightarrow q_a^E = 15 \times 2 + \frac{3.36 \times 100}{3} = 142 \text{ kPa} \quad \#1$$

- Charge admissible ($[Q_a^E]_{CT}$) :

$$[Q_a^E]_{CT} = q_a^E \times A = q_a^E \times B \times 1 = 142 \times 2 \times 1 = 284 \text{ kN} \quad (= 28.4 \text{ t}) \quad \#1$$

- Capacité portante sismique à long terme (LT) :

- Termes de surface (N_γ^E), de profondeur (N_q^E) et de cohésion (N_c^E) :

$$\begin{cases} c = c' = 10 \text{ kPa} \\ \varphi = \varphi' = 30^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_\gamma^E = N_\gamma^E \{ \varphi = 30^\circ ; \tan(\theta) = 0.3 ; \delta/\varphi = 1/2 \} = 3.19 \\ N_q^E = N_q^E \{ \varphi = 30^\circ ; \tan(\theta) = 0.3 ; \delta/\varphi = 1/2 \} = 6.52 \\ N_c^E = N_c^E \{ \varphi = 30^\circ ; \tan(\theta) = 0.3 ; \delta/\varphi = 1/2 \} = 9.57 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(Tableaux)} \\ \#1 \\ \#1 \\ \#1 \end{matrix}$$

- Contrainte admissible (q_a^E) :

$$q_a^E = \gamma_1 D + \frac{\frac{1}{2} \gamma_2 B N_\gamma^E + \gamma_1 D (N_q^E - 1) + c N_c^E}{F} \quad | \quad \gamma_1 = \gamma_d \quad \& \quad \gamma_2 = \gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$$
$$\Rightarrow q_a^E = 15 \times 2 + \frac{\frac{1}{2} \times (20 - 10) \times 2 \times 3.19 + 15 \times 2 \times (6.52 - 1) + 10 \times 9.57}{3} = 127.7 \text{ kPa} \quad \#1$$

- Charge admissible ($[Q_a^E]_{LT}$) :

$$[Q_a^E]_{LT} = q_a^E \times A = q_a^E \times B \times 1 = 127.7 \times 2 \times 1 = 255 \text{ kN} \quad (= 25.5 \text{ t}) \quad \#1$$

- Charge maximale sous séisme :

- $Q_{max}^E = \min([Q_a^E]_{CT} = 284 \text{ kN} ; [Q_a^E]_{LT} = 255 \text{ kN}) = 255 \text{ kN} \quad (= 25.5 \text{ t}) \quad \#2$