

FILIERE : Génie Civil

SPECIALITE : Master Géotechnique (S3)

COURS : Calcul à la rupture et analyse limite

EPREUVE DE FIN DE SEMESTRE

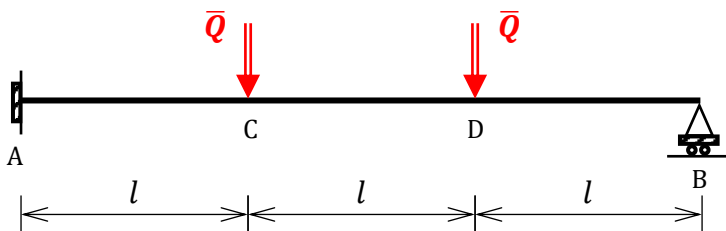
(Date : 15/01/2025 - Durée : 1 heure 30)

Ex. 1 (8 points) Soit, en un point M d'un solide, le tenseur des contraintes $\bar{\sigma}$ défini dans le repère orthonormé $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3)$:

$$\bar{\sigma} = [\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} 1 & k\sqrt{3} & 0 \\ k\sqrt{3} & 1 + 2k & 0 \\ 0 & 0 & 1 + k \end{bmatrix}, \quad \text{où } k \geq 0 \text{ désigne le paramètre de chargement.}$$

Déterminer les domaines de résistance $G(\bar{x})$ du matériau obéissant aux critères de rupture de von Mises et de Tresca. Commenter avec justification les résultats trouvés.

Ex. 2 (12 points) Soit une poutre encastrée sur un côté (point A) et simplement appuyée sur l'autre (point B) chargée comme l'indique la figure ci-après, où Q désigne la charge appliquée. On demande de déterminer les bornes inférieure Q_{min} et supérieure Q_{max} du chargement potentiellement supportable de cette poutre. Commenter ensuite les résultats trouvés, puis déduire la charge ultime Q_{ult} correspondante.



Critère de rupture : $|M| \leq m_p$

m_p – moment limite (limite de résistance du matériau en flexion)

N.B. : Seules les notes de cours sont autorisées.

Bonne chance
Prof. Mohamed Khemissa

Rép. 1 :

▷ Contraintes principales :

- $\sigma_1 = 1 + 3k$ #1
- $\sigma_2 = 1 + k$ #1
- $\sigma_3 = 1 - k$ #1

▷ Domaine de résistance du matériau :

- Critère de von Mises : $0 \leq k \leq \sigma_o/2\sqrt{3}$ #1

$\Rightarrow G(\bar{x}) :$  #1

- Critère de Tresca : $0 \leq k \leq \sigma_o/4$ #1

$\Rightarrow G(\bar{x}) :$  #1

- Commentaire :

Le critère de Tresca est plus restrictif que celui de von Mises. #1

Rép. 2 :

▷ Borne inférieure (Q_{min}) :

- Approche de calcul : Approche statique par l'intérieur #1
- $\sum F = 0 \Rightarrow Q = \frac{1}{2}(R_A + R_B)$ #1
- $\sum M_{/A} = 0 \Rightarrow Q = \frac{1}{3l}M_A + \frac{1}{l}M_D$ #1
- $\Rightarrow$ Borne inférieure : $Q_{min} = 4m_p/3l$ #1

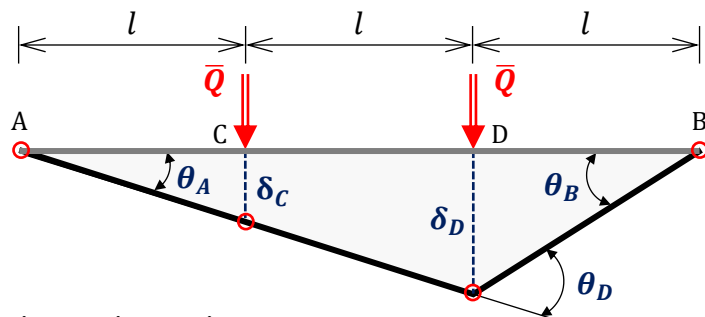
▷ Borne supérieure (Q_{max}) :

- Approche de calcul : Approche cinématique par l'extérieur #1
- Mécanisme de ruine : Mécanisme de poutres (Flexion) #1

○ Rotule plastique

$$\theta_A \approx \frac{\delta_C}{l} = \frac{\delta_D}{2l} \quad \& \quad \theta_B \approx \frac{\delta_D}{l}$$

$$\Rightarrow \theta_D = \theta_A + \theta_B = 3\theta_A$$



- Compatibilité cinématique : $\dot{\delta}_D = 2\dot{\delta}_C = 2\dot{\theta}_A \times l$ #1
- $\mathcal{P}_{ext} = 3Q \times \dot{\theta}_A \times l$ #1
- $\mathcal{P}_{int} = (M_A + 3M_D) \times \dot{\theta}_A$ #1
- $\Rightarrow$ Borne supérieure : $Q_{max} = 4m_p/3l$ #1

▷ Commentaire : Les deux bornes coïncident avec la solution exacte #1

$\Rightarrow$ Charge ultime : $Q_{ult} = Q_{min} = Q_{max} = 4m_p/3l$ #1