

FILIERE : Génie Civil

SPECIALITE : Master Géotechnique (S3)

COURS : Calcul à la rupture et analyse limite

EPREUVE DE FIN DE SEMESTRE

(Date : 15/01/2024 - Durée : 1 heure 30)

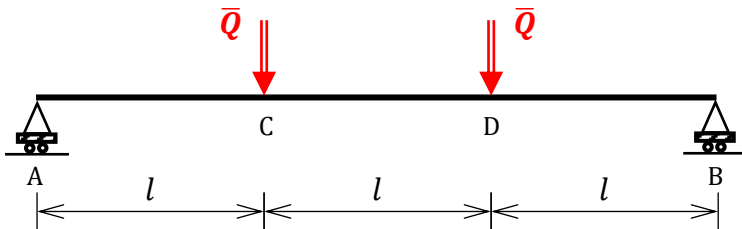
Ex. 1 (8 points) Soit, en un point M d'un solide, le tenseur des contraintes $\bar{\sigma}$ défini dans le repère orthonormé $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3)$:

$$\bar{\sigma} = [\sigma_{ij}] = \bar{\sigma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & k \\ 0 & 1 & 0 \\ k & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

où $k \geq 0$ désigne le paramètre de chargement.

Déterminer les domaines de résistance $G(\bar{x})$ du matériau obéissant aux critères de rupture de von Mises et de Tresca. Commenter avec justification les résultats trouvés.

Ex. 2 (12 points) Soit une poutre simplement appuyée chargée comme l'indique la figure ci-après, où Q désigne la charge appliquée. On demande de déterminer les bornes inférieure Q_{min} et supérieure Q_{max} du chargement potentiellement supportable de cette poutre. Commenter ensuite les résultats trouvés, puis déduire la charge ultime Q_{ult} correspondante.



Critère de rupture : $|M| \leq m_p$

m_p – moment limite (limite de résistance du matériau en flexion)

N.B. : Seules les notes de cours sont autorisées.

Bonne chance

Prof. Mohamed Khemissa

Rép. 1 :

▷ Contraintes principales :

- $\sigma_1 = 1 + k$
- $\sigma_2 = 1$
- $\sigma_3 = 1 - k$

#1
#1
#1

▷ Domaine de résistance du matériau :

- Critère de von Mises : $0 \leq k \leq \sigma_o/\sqrt{3}$

#1

$\Rightarrow G(\bar{x}) :$

$0 \qquad \qquad \qquad + 1/\sqrt{3}$

#1

- Critère de Tresca : $0 \leq k \leq \sigma_o/2$

#1

$\Rightarrow G(\bar{x}) :$

$0 \qquad \qquad \qquad + 1/2$

#1

- Commentaire :

Le critère de Tresca est plus restrictif que celui de von Mises.

#1

Rép. 2 :

▷ Borne inférieure (Q_{min}) :

- Approche de calcul : Approche statique par l'intérieur
- $\sum F = 0 \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{1}{2}(R_A + R_B)$
- $\sum M_{/A} = 0 \quad \Rightarrow \quad Q = R_B \quad \Rightarrow \quad M_{max} = Q \times l$
- $\Rightarrow$ Borne inférieure : $Q_{min} = m_p/l$

#1
#1
#1
#1

▷ Borne supérieure (Q_{max}) :

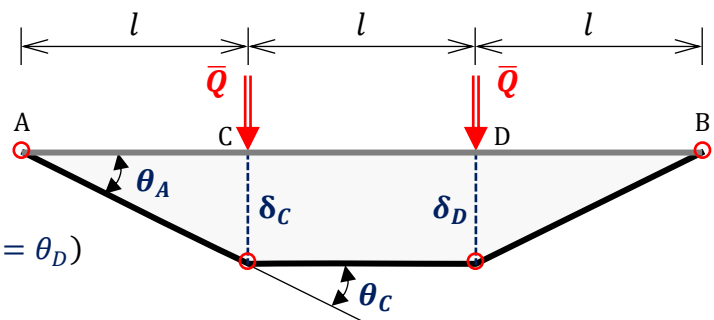
- Approche de calcul : Approche cinématique par l'extérieur
- Mécanisme de ruine : Mécanisme de poutre (Flexion)

#1
#1

○ Rotule plastique

$$\theta_A = \theta_C \approx \frac{\delta_C}{l} = \frac{\delta_D}{l}$$

(Symétrie : $\theta_A = \theta_B$ & $\theta_C = \theta_D$)



- Compatibilité cinématique : $\dot{\delta}_C = \dot{\delta}_D = \dot{\theta}_A \times l$
- $\mathcal{P}_{ext} = 2Q \times \dot{\theta}_A \times l$
- $\mathcal{P}_{int} = 2M_C \times \dot{\theta}_A$
- $\Rightarrow$ Borne supérieure : $Q_{max} = m_p/l$

#1
#1
#1
#1

▷ Commentaire : Les deux bornes coïncident avec la solution exacte

#1

$\Rightarrow$ Charge ultime : $Q_{ult} = Q_{min} = Q_{max} = m_p/l$

#1