

FILIERE : Génie Civil

SPECIALITE : Master Géotechnique (S3)

COURS : Calcul à la rupture et analyse limite



EPREUVE DE FIN DE SEMESTRE

(Date : 10/01/2023 - Durée : 1 heure 30)

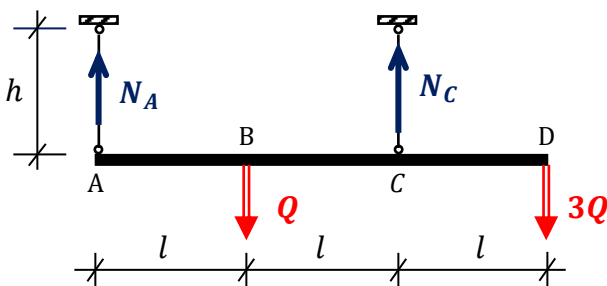
Ex. 1 (8 points) Soit, en un point M d'un matériau, le tenseur des contraintes $\bar{\sigma}$ défini dans le repère orthonormé $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3)$:

$$\bar{\sigma} = [\sigma_{ij}] = \bar{\sigma} = \begin{pmatrix} +3k & 0 & 0 \\ 0 & +2k & -k \\ 0 & -k & +2k \end{pmatrix},$$

où $k \geq 0$ désigne le paramètre de chargement.

Déterminer le domaine de résistance $G(\bar{x})$ du matériau obéissant aux critères de rupture de von Mises et de Tresca. Commenter ensuite les résultats trouvés (justifier la réponse donnée).

Ex. 2 (12 points) Déterminer les bornes inférieure Q_{min} et supérieure Q_{max} du chargement potentiellement supportable de la barre indéformable ci-dessous, où Q désigne la charge appliquée. Commenter ensuite les résultats trouvés, puis déduire la charge ultime Q_{ult} correspondante.



Critère de rupture : $|N_A| \leq L$ et $|N_C| \leq 3L$

L – chargement limite

N.B. : Seules les notes de cours sont autorisées.

Bonne chance
Prof. Mohamed Khemissa

Rép. 1 :

▷ Contraintes principales :

- $\sigma_1 = +3k$ #1
- $\sigma_2 = +3k$ #1
- $\sigma_3 = +k$ #1

▷ Domaine de résistance du matériau :

- Critère de von Mises : $0 \leq k \leq \sigma_o/2$ #1

$\Rightarrow G(\bar{x}) :$  #1

- Critère de Tresca : $0 \leq k \leq \sigma_o/2$ #1

$\Rightarrow G(\bar{x}) :$  #1

- Commentaire :

Le chargement étant cylindrique ($\sigma_1 = \sigma_2 \neq \sigma_3$), les deux critères coïncident. #1

Rép. 2 :

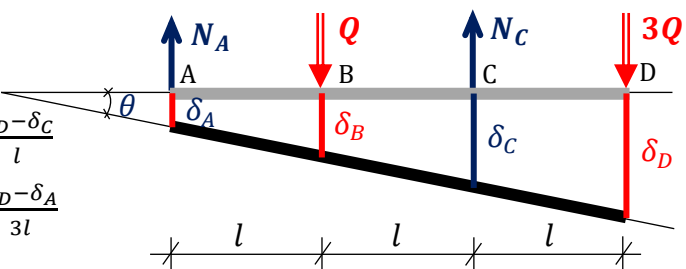
▷ Borne inférieure (Q_{min}) :

- Approche de calcul : Approche statique par l'intérieur #1
- $\sum F = 0 \Rightarrow Q = \frac{1}{4}(N_A + N_C)$ #1
- $\sum M_{/O} = 0 \Rightarrow Q = \frac{1}{5}N_C$ #1
- $\Rightarrow$ Borne inférieure : $Q_{min} = 3L/5$ #1

▷ Borne supérieure (Q_{max}) :

- Approche de calcul : Approche cinématique par l'extérieur #1
- Mécanisme de ruine : Mécanisme de rotation #1

$$\theta \approx \tan(\theta) = \frac{\delta_B - \delta_A}{l} = \frac{\delta_C - \delta_B}{l} = \frac{\delta_D - \delta_C}{l}$$

$$= \frac{\delta_C - \delta_A}{2l} = \frac{\delta_D - \delta_B}{2l} = \frac{\delta_D - \delta_A}{3l}$$


- Compatibilité cinématique : Posons : $\delta_A = 0$ (PPV) $\Rightarrow \delta_B = \frac{\delta_C}{2}$ & $\delta_D = \frac{3\delta_C}{2}$ #1
- $\mathcal{P}_{ext} = 5Q \times \delta_C$ #1
- $\mathcal{P}_{int} = N_C \times \delta_C$ #1
- $\Rightarrow$ Borne supérieure : $Q_{max} = 3L/5$ #1

▷ Commentaire : Les deux bornes coïncident avec la solution exacte #1

$\Rightarrow$ Charge ultime : $Q_{ult} = Q_{min} = Q_{max} = 3L/5$ #1