

Chapitre Quatre

Applications pratiques (Structures & Ouvrages géotechniques)

- ❑ **Introduction**
- ❑ **Mécanismes de ruine**
 - ❖ Cas des structures linéaires
 - ❖ Cas des structures planes
- ❑ **Coefficient de rupture**
 - ❖ Définition
 - ❖ Approche par défaut
 - ❖ Approche par excès
 - ❖ Remarques
- ❑ **Exemples d'application**
 - ❖ Outils numériques de calcul
 - ❖ Structures
 - ❖ Ouvrages géotechniques



Barrage Béni Haroun, Wilaya de Mila (*Belloucif cité par Naaman Boutouatou, 2021)

INTRODUCTION

□ Introduction

- **Position du problème de calcul à la rupture**

S'assurer que, dans la géométrie fixée, l'ouvrage tel qu'il est dimensionné supportera les charges qui lui sont imposées compte tenu des capacités de résistance adoptées pour les matériaux constitutifs.

- **Domaines d'application du calcul à la rupture**



Constructions métalliques



Structures en béton armé



Ouvrages géotechniques

□ Introduction

- **Procédure de calcul à la rupture**

Elle est basée sur les trois notions suivantes :

- ✓ Le domaine des chargements potentiellement supportables par l'ouvrage qui constitue l'information la plus précise déduite des seules données : *Géométrie*, *Mode de chargement* et *Capacité de résistance*.
- ✓ Les méthodes de calcul permettant de déterminer ce domaine, de le construire ou de l'approcher par l'intérieur (*Approche statique par les contraintes*) ou par l'extérieur (*Approche cinématique par les vitesses*).
- ✓ Le domaine définissant les **capacités de résistance des matériaux constitutifs**.

Dans le cas d'un **chargement radial**, l'introduction du **coefficient de rupture** est un moyen permettant d'indiquer la position du (ou des) chargement (s) imposé (s) à l'ouvrage par rapport au domaine des chargements potentiellement supportables.

Cependant, certains aspects du calcul à la rupture doivent être pris en considération : optimisation numérique (modèle non régulier, contraintes non linéaires, maillage raffiné), discrétisation du modèle (éléments finis adaptés), critères de résistance adaptés pour les matériaux hétérogènes (béton armé, composites), ...

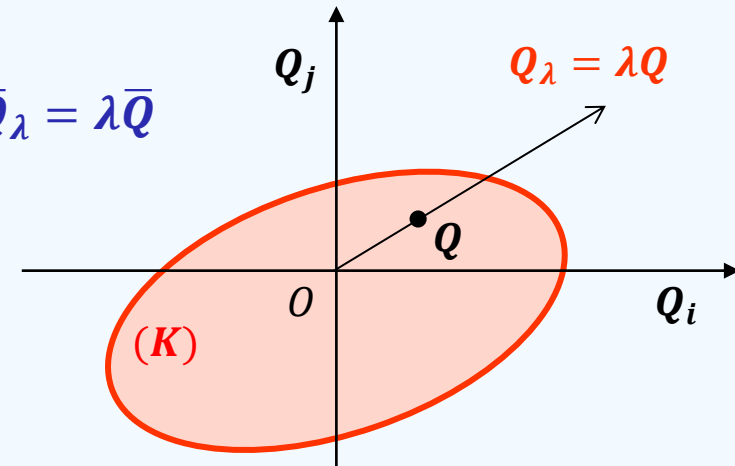
□ Introduction

• **Notion de chargement radial**

Soit : $\bar{Q}_1 \neq 0$ donné

Maximiser $\lambda \geq 0$ | $\exists \bar{\sigma} \in G(\bar{x})$ en équilibre avec $\bar{Q}_\lambda = \lambda \bar{Q}$

K – *Domaine des chargements potentiellement supportables*



Nota :

Cette maximisation peut se faire :

- exactement dans le cas des systèmes réticulés (*Treillis*) et des structures à barres fléchies (*Poutres*) avec chargements simples ;
- de façon approchée dans les autres cas en considérant quelques formes de champs de contraintes. On cherche pour chacune de ces formes à maximiser λ tout en faisant en sorte que $\lambda \bar{\sigma}$ respecte en tout point le critère de résistance du matériau constitutif. La qualité du résultat dépendra évidemment du raffinement des formes de champs étudiés (maillage en éléments finis).

MÉCANISMES DE RUINE

□ Mécanismes de ruine

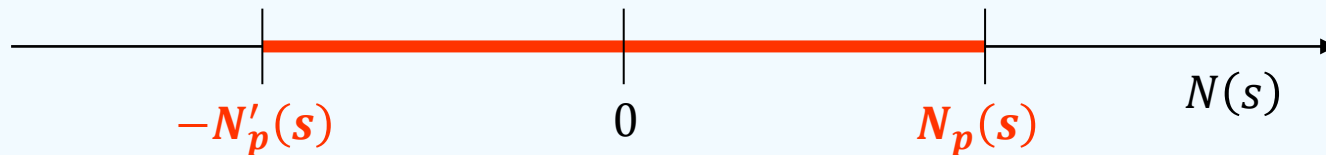
• **Cas des structures linéaires (Barres et Poutres)**

➤ Critères de rupture

- ✓ **Treillis** : Pour les systèmes de barres chargées suivant leurs axes (*Treillis*), seul l'effet de l'effort normal (Traction ou Compression) est pris en compte. Ainsi, le critère de rupture est défini par la relation suivante :

$$-N'_p(s) \leq N(s) \leq N_p(s)$$

où $N_p(s)$ et $N'_p(s)$ désignent les efforts normaux limites respectivement en traction et en compression et s l'abscisse curviligne.



D'où, le domaine de résistance :

$$G(\bar{x}) = f(N) = \text{Sup}\{N - N_p ; -N - N'_p\} \leq 0$$

□ Mécanismes de ruine

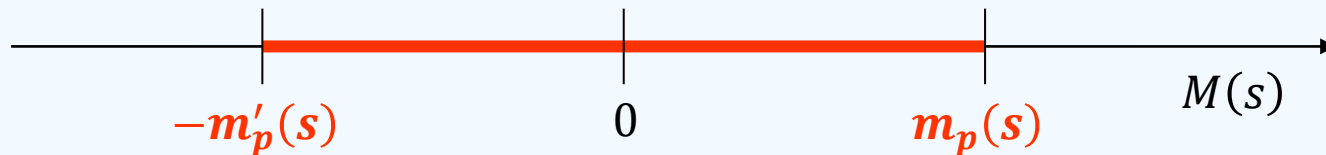
• Cas des structures linéaires (Barres et Poutres)

➤ Critères de rupture

- ✓ **Portiques** : Pour les systèmes de barres chargées dans leur plan (*Poutres*), seul l'effet du moment fléchissant est pris en compte. Ainsi, le critère de rupture est défini par la relation suivante :

$$-m'_p(s) \leq M(s) \leq m_p(s)$$

où $m_p(s)$ et $m'_p(s)$ désignent les moments fléchissants limites respectivement positif et négatif et s l'abscisse curviligne.



D'où, le domaine de résistance :

$$G(\bar{x}) = f(M) = \text{Sup}\{M - m_p ; -M - m'_p\} \leq 0$$

□ Mécanismes de ruine

• **Cas des structures linéaires (Barres et Poutres)**

➤ Nombre de mécanismes de ruine

Il est défini par le paramètre r :

$$r = n - k$$

n – nombre de sections potentiellement critiques

k – nombre d'inconnues hyperstatiques

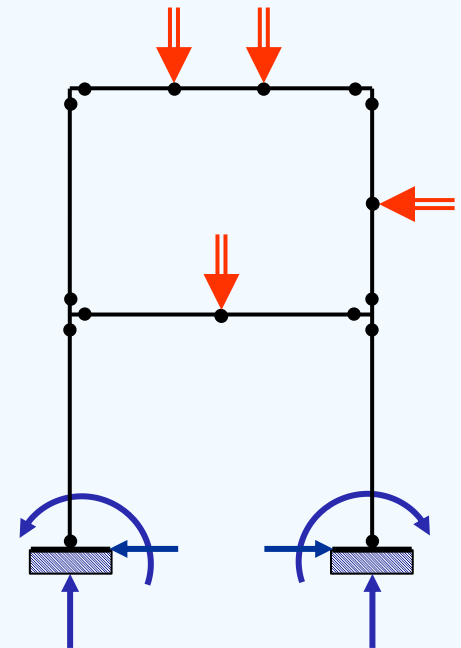
(Degré d'hyperstaticité de la structure)

Exemple :

$$n = 16$$

$$k = 6$$

$$\Rightarrow r = n - k = 16 - 6 = 10$$



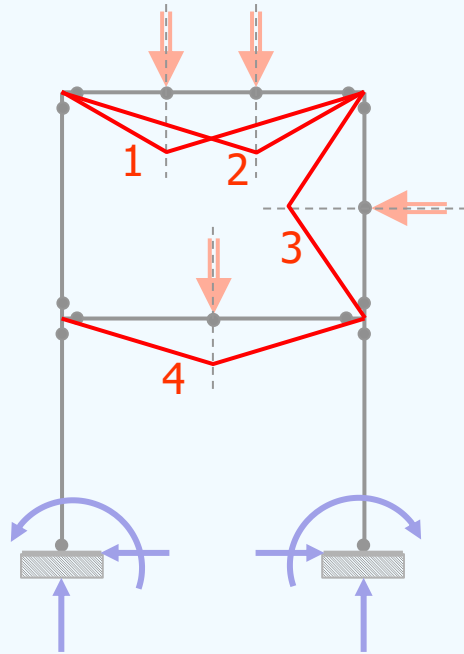
● *Section potentiellement critique (Rotule plastique)*

□ Mécanismes de ruine

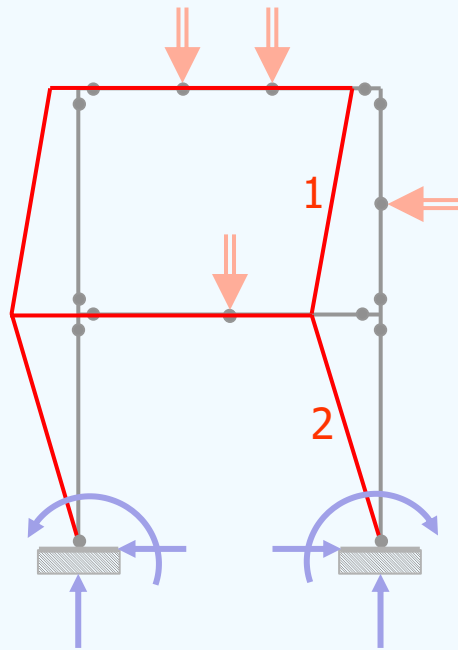
• Cas des structures linéaires (Barres et Poutres)

➤ Types de mécanismes de ruine

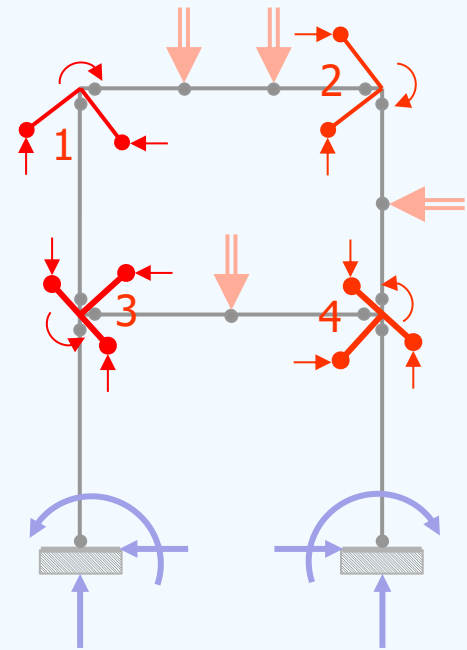
Ils sont au nombre de trois :



Mécanisme de poutres



Mécanisme de panneaux



Mécanisme de nœuds

❑ Mécanismes de ruine

• Cas des structures planes (Plaques et Dalles minces)

➤ Critères de rupture

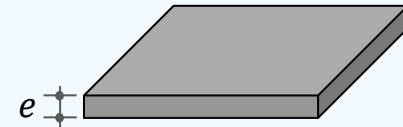
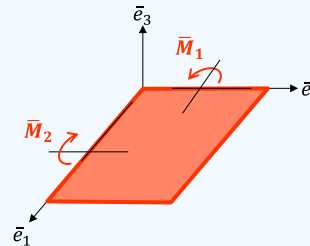
✓ Plaques métalliques

• Critère de Tresca

$$G(\bar{x}) = f(\bar{M}) = \text{Sup}\{|M_1|; |M_2|; |M_1 - M_2|\} - m_p \leq 0 \quad | \quad m_p = \sigma_o \frac{e^2}{4}$$

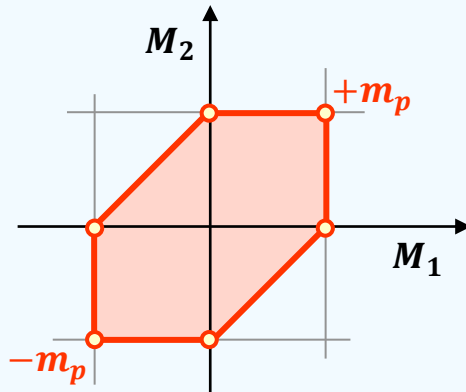
• Critère de von Mises

$$G(\bar{x}) = f(\bar{M}) = M_1^2 + M_2^2 - M_1 M_2 - \frac{3}{4} m_p^2 \leq 0 \quad | \quad m_p = \sigma_o \frac{e^2}{4} = k\sqrt{3} \frac{e^2}{4}$$

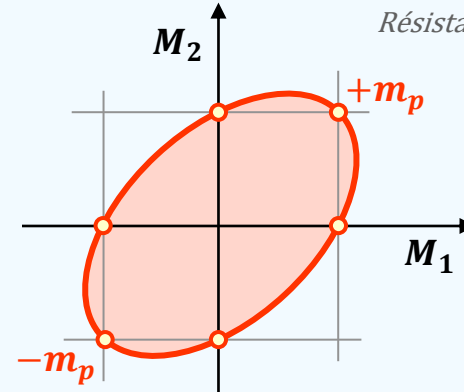


Résistance en traction simple

Résistance en cisaillement simple



Critère de Tresca



Critère de von Mises

❑ Mécanismes de ruine

• **Cas des structures planes (Plaques et Dalles minces)**

➤ Critères de rupture

✓ Dalles minces en béton armé

- **Critère de Johansen** : Ce critère est le mieux adapté pour décrire la résistance des dalles minces en béton armé. Il s'écrit :

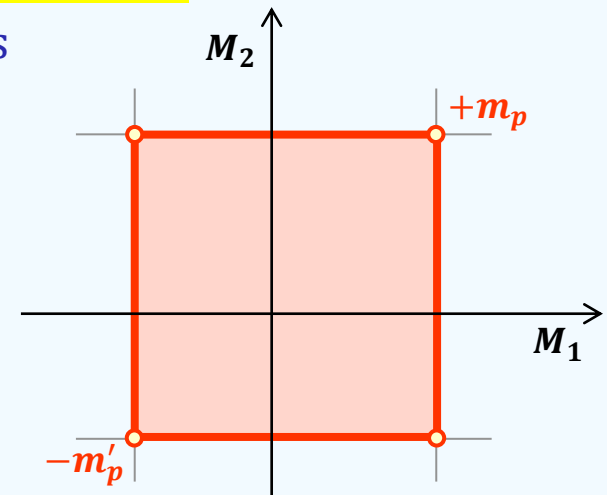
$$G(\bar{x}) = f(\bar{M}) = \sup_{i=1,2} \{M_i - m_p ; -M_i - m'_p\} \leq 0$$

où M_1 et M_2 désignent les valeurs principales du tenseur des moments de flexion

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix}$$

et où m_p et m'_p désignent les moments de flexion maximums positif et négatif.

Le domaine de résistance correspondant est représenté sur la figure ci-contre.



Critère de Johansen

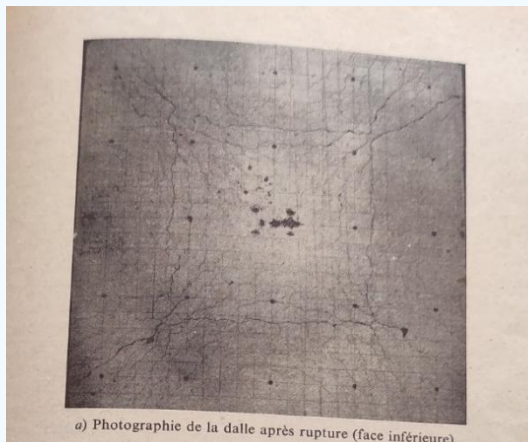
❑ Mécanismes de ruine

• **Cas des structures planes (Plaques et Dalles minces)**

➤ **Mécanisme de ruine (Dalles minces en béton armé)**

- ✓ **Notion de charnière (ligne de rupture)** : La charnière est pour la dalle ce que la rotule plastique est pour la poutre.

Exemple : Dalle carrée en béton armé simplement appuyée aux coins non ancrés et soumise à quatre charges concentrées symétriquement disposées (*Centre d'Essais des structures, Saint-Rémy-les-Chevreuses, France*).



Photographie de la dalle après rupture (face inférieure)

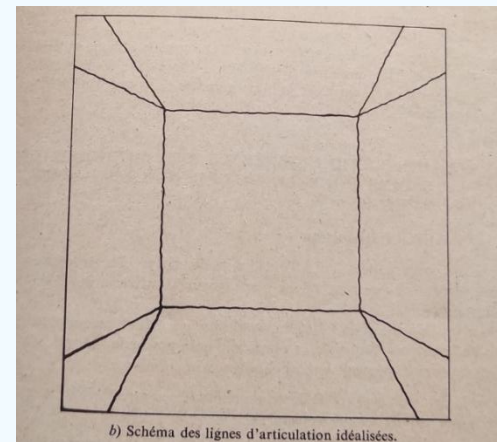


Schéma des lignes d'articulation idéalisées (charnières)

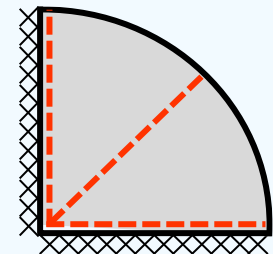
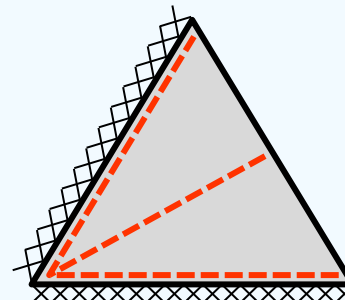
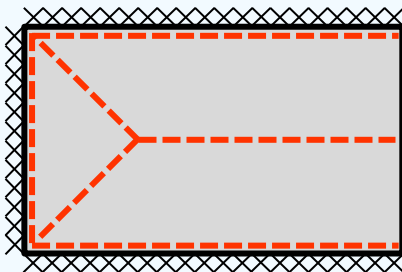
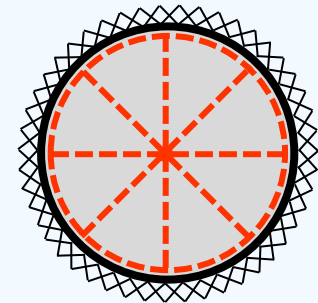
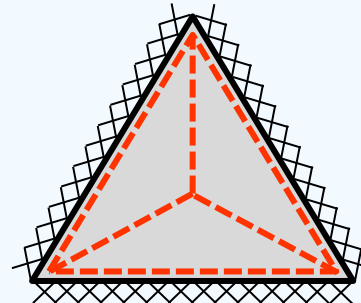
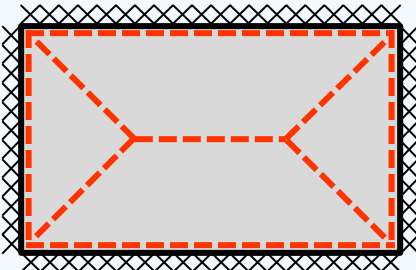


□ Mécanismes de ruine

• **Cas des structures planes (Plaques et Dalles minces)**

➤ Mécanisme de ruine (Dalles minces en béton armé)

- ✓ **Exemples typiques :** La répartition des charnières (lignes de rupture) dépend de la forme géométrique de la dalle considérée et des conditions de ses appuis.

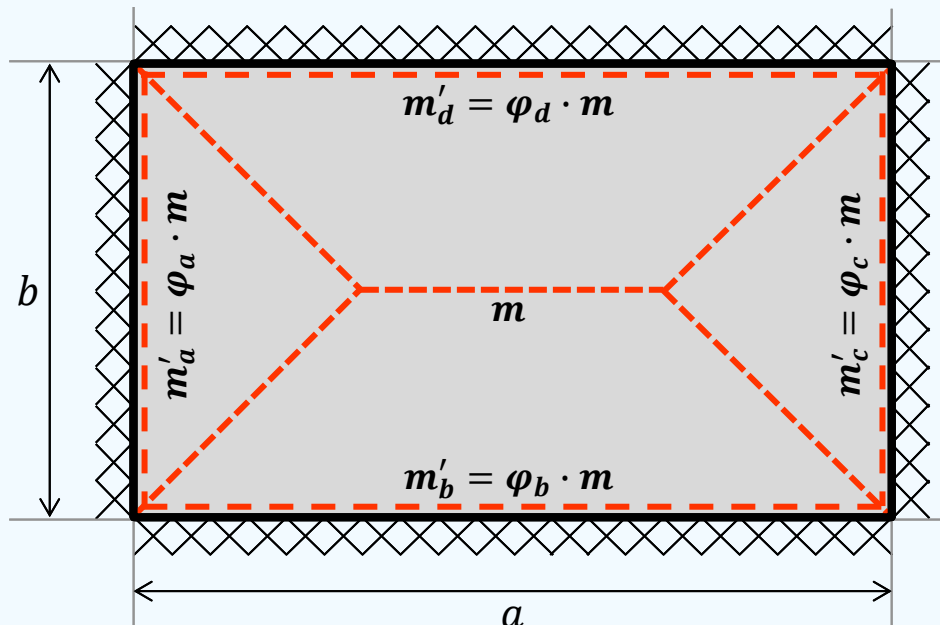


❑ Mécanismes de ruine

• Cas des structures planes (Plaques et Dalles minces)

➤ Mécanisme de ruine (Dalles minces en béton armé)

✓ Solutions de Johansen (1962) : Dalles rectangulaires



$$a_r = \frac{2a}{\sqrt{1+\varphi_a} + \sqrt{1+\varphi_c}}$$

$$b_r = \frac{2b}{\sqrt{1+\varphi_b} + \sqrt{1+\varphi_d}}$$

1. Cas général : $\varphi_a \neq \varphi_b \neq \varphi_c \neq \varphi_d$

$$m = \frac{q \cdot a_r \cdot b_r}{8 \left(1 + \frac{a_r}{b_r} + \frac{b_r}{a_r} \right)}$$

2. Cas particulier : $\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi_d = \varphi$

$$m = \frac{q \cdot a \cdot b}{8(1+\varphi) \left(1 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right)}$$

3. Dalle carrée : $a = b$

$$m = \frac{q \cdot a^2}{24(1+\varphi)}$$

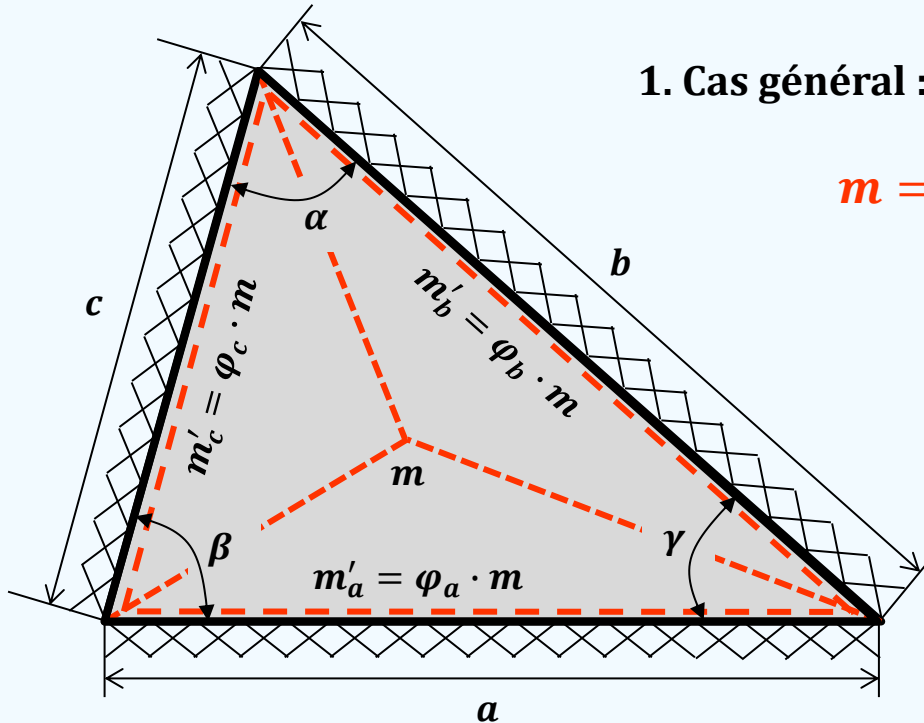
Remarque : Les relations ci-dessus ont été établies pour un rapport $a/b=3$. Si a/b est compris entre 1 et 3, on interpole entre cette valeur et celle correspondant à 1 (dalle carrée).

❑ Mécanismes de ruine

• Cas des structures planes (Plaques et Dalles minces)

➤ Mécanisme de ruine (Dalles minces en béton armé)

✓ Solutions de Johansen (1962) : Dalles triangulaires



1. Cas général : $\varphi_a \neq \varphi_b \neq \varphi_c \neq \varphi_d$

$$m = \frac{Q \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma}{3(\sqrt{1+\varphi_a \cdot \sin \alpha} + \sqrt{1+\varphi_b \cdot \sin \beta} + \sqrt{1+\varphi_c \cdot \sin \gamma})^2}$$

2. Cas particulier : $\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi_d = \varphi$

$$m = \frac{Q}{31.2(1+\varphi)}$$

$$Q = q \cdot \text{Aire}(\text{triangle})$$

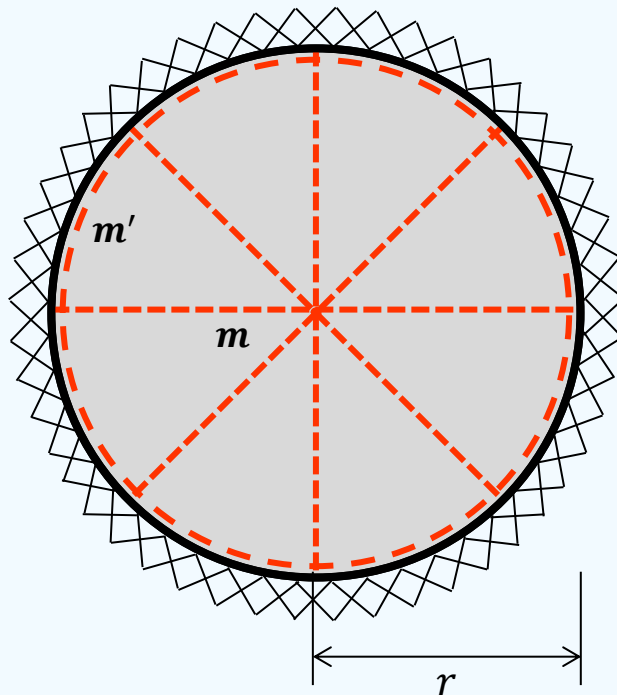
$$\text{Aire}(\text{triangle}) = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad | \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

□ Mécanismes de ruine

• Cas des structures planes (Plaques et Dalles minces)

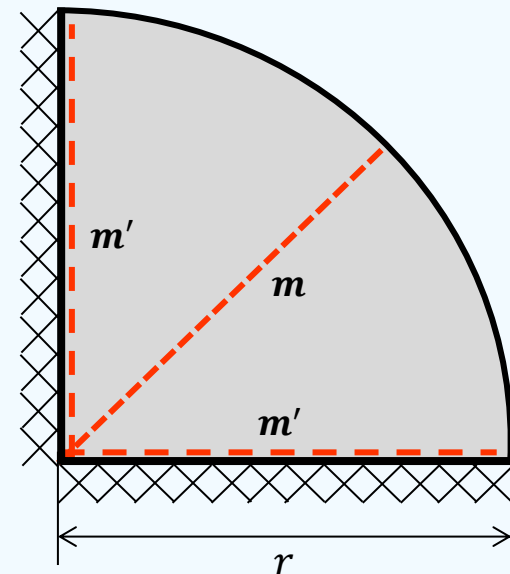
➤ Mécanisme de ruine (Dalles minces en béton armé)

✓ Solutions de Johansen (1962) : Dalles circulaires



$$m = \frac{q \cdot r^2}{6(1+\varphi)}$$

$$m' = \varphi \cdot m$$



$$m = \frac{q \cdot r^2}{7.24(1+\varphi\sqrt{2})}$$

COEFFICIENT DE RUPTURE

□ Coefficient de rupture

• Définition

Le coefficient de rupture est défini comme suit :

$$F(\bar{Q}) = \frac{\overline{OQ_f}}{\overline{OQ}}$$

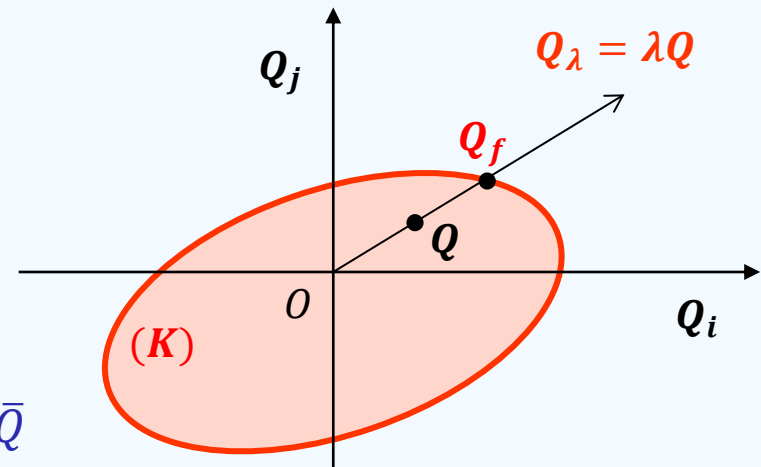
tels que :

$\bar{Q}$ - *Chargement donné*

$\bar{Q}_f$ - *Chargement extrême proportionnel à $\bar{Q}$*

D'où :

$$F(\bar{Q}) \begin{cases} < 1 \Rightarrow \bar{Q} > \bar{Q}_f & \text{(Chargement à l'extérieur de } K) \\ = 1 \Rightarrow \bar{Q} = \bar{Q}_f & \text{(Chargement extrême sur la frontière de } K) \\ > 1 \Rightarrow \bar{Q} < \bar{Q}_f & \text{(Chargement à l'intérieur de } K) \end{cases}$$



Nota : Il est clair que l'information que contient F est moins complète que celle fournie par la localisation géométrique de $\bar{Q}$ et de (K) , mais il est plus commode d'emploi que cette dernière.

□ Coefficient de rupture

- **Approche par défaut : Borne inférieure (Lower Bound, LB)**

Le calcul par défaut du coefficient de rupture s'obtient par l'approche statique par l'intérieur (*Approche par les contraintes*) :

$$F(\bar{Q}) \geq F^- = \sup \left\{ \lambda \mid \bar{Q}_\lambda = \lambda \bar{Q} \in G(\bar{x}) \right\} \quad (\text{Voir Chapitre 2})$$

- **Approche par excès : Borne supérieure (Upper Bound, UB)**

Le calcul par excès du coefficient de rupture s'obtient par l'approche cinématique par l'extérieur (*Approche par les vitesses*) :

$$F(\bar{Q}) \leq F^+ = \inf \left\{ \frac{\wp_{rm}(\bar{v})}{\bar{Q}_f \cdot \dot{\bar{q}}(\bar{v})} \mid \forall \bar{v} \text{ C.A.} \mid \bar{Q}_f \cdot \dot{\bar{q}}(\bar{v}) > 0 \right\} \quad (\text{Voir Chapitre 3})$$

où $\bar{Q}_f$ désigne le chargement extrême sur le trajet de charge radial proportionnel à $\bar{Q}$ et $\wp_{rm}(\bar{v}) = \int_V \pi[\bar{x}, \bar{d}(\bar{x})] dV + \int_\Sigma \pi[\bar{x}, \bar{n}(\bar{x}), \llbracket \bar{v}(\bar{x}) \rrbracket] d\Sigma$ la puissance résistante maximale.

□ Coefficient de rupture

- **Remarques** : *Applicabilité des résultats du calcul à la rupture*

- Dans le cas des structures soumises à diverses combinaisons de charges, il pourra être utile de faire la distinction entre les charges permanentes et les charges non permanentes et d'évaluer le coefficient de rupture attaché au chargement par rapport à une seule catégorie de charges.
- Lorsque $F(\bar{Q}) < 1 \Rightarrow$ L'instabilité de l'ouvrage est certaine
- Lorsque $F(\bar{Q}) \geq 1 \Rightarrow$ Il y a présomption de stabilité
- Il n'est pas possible d'obtenir par le calcul à la rupture une certitude de stabilité de l'ouvrage, ce qui permettrait d'effectuer des dimensionnements. Il faut donc une loi de comportement (Plasticité parfaite).

$\Rightarrow$ **Calcul à la rupture + Loi de plasticité parfaite = Analyse limite**

- On considère l'ouvrage comme stable lorsque son coefficient de rupture sera supérieur à 1 ou encore à travailler sur un coefficient pondéré construit à partir du coefficient de rupture de l'ouvrage : c'est *le coefficient de sécurité*.

EXEMPLES D'APPLICATION

□ Exemples d'application

- **Outils numériques de calcul**

Les exemples présentés ci-après sont traités à l'aide des logiciels OPTUM G2 & G3, LimitState:GEO et LimitState:SLAB. Certains des résultats de calculs numériques correspondants sont comparés aux résultats des calculs analytiques obtenus dans les chapitres 2 et 3.

- **Structures**

- Consoles
- Poutres
- Treillis
- Portiques
- Plaques et dalles minces

- **Ouvrages géotechniques**

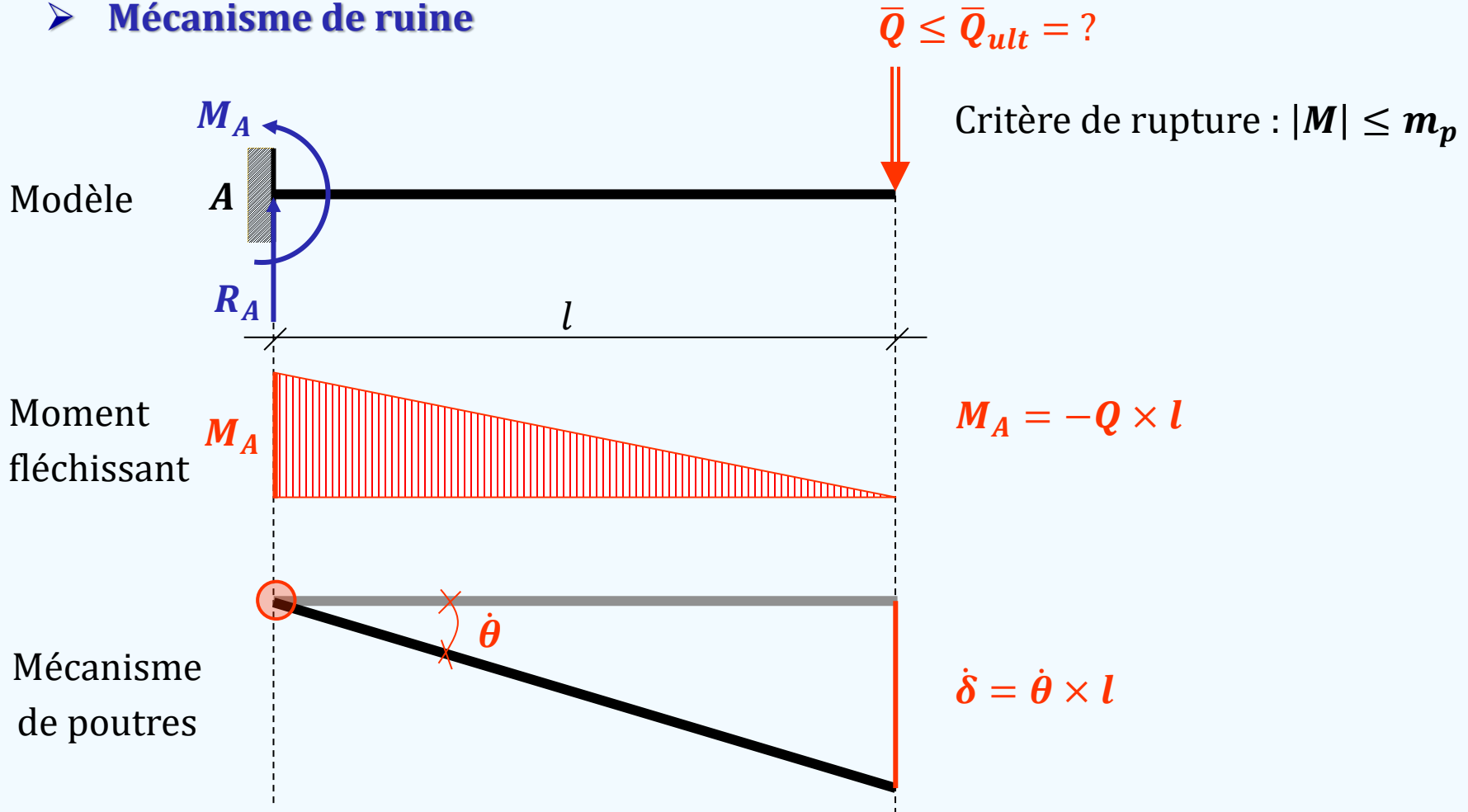
- Excavations
- Fondations
- Soutènements



Exemples d'application

• Console (Charge concentrée) : Données

➤ Mécanisme de ruine



□ Exemples d'application

• **Console (Charge concentrée) : Calculs analytiques**

➤ Borne inférieure (Approche statique)

$$\triangleright \sum F = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A = Q \quad (\text{Equilibre des forces})$$

$$\triangleright \sum M_A = 0 \quad \Rightarrow \quad M_A = -Q \times l \quad (\text{Equilibre des moments})$$

$$\triangleright |M_A| \leq m_p \quad \Rightarrow \quad |-Q \times l| \leq m_p \quad \Rightarrow \quad Q \leq \frac{m_p}{l} \quad \Rightarrow \quad Q^- = \frac{m_p}{l}$$

➤ Borne supérieure (Approche cinématique)

$$\triangleright \wp_{ext} = Q \times \delta = Q \times \dot{\theta} \times l \quad (\text{Puissance des efforts extérieurs})$$

$$\triangleright \wp_{rm} = m_p \times \dot{\theta} \quad (\text{Puissance résistante maximale})$$

$$\triangleright \wp_{ext} \leq \wp_{rm} \quad \Rightarrow \quad Q \times \dot{\theta} \times l \leq m_p \times \dot{\theta} \quad \Rightarrow \quad Q \leq \frac{m_p}{l} \quad \Rightarrow \quad Q^+ = \frac{m_p}{l}$$

➤ Synthèse

$$Q^- = Q^+ = Q_{ult} = \frac{m_p}{l}$$

Exemples d'application

• Console (Charge concentrée) : Validation numérique

➤ Données des calculs

dog_poutre.g2x - OPTUM G2 2021

FILE GEOMETRY MATERIALS FEATURES RESULTS

New Material Material Library Edit

MC Basic Tresca Basic DP Basic AUS Clay HB Rock GSK Sand Bolton Sand HMC Sand MC Sand MC Clay MCC Clay Linear Elastic Rigid Water P1000 Rigid Plate C300 GG45 Hinge PR50 NR20

ACADEMIC LICENSE - NOT FOR COMMERCIAL USE

Critère de rupture : $m_p = 1000 \text{ kNm}$

$l = 10 \text{ m}$

0.5 m

Optum^{G2}

Properties

Material

Name P1000

Material Model Plate

Color [click to change](#)

Reducible Strength Yes

Stiffness

Parameter Set A

Normal Stiffness, EA (k 4E+06

Bending Stiffness, EI (k 1E+05

Strength

Yield Envelope Square

Yield Force, n_p (kN/m) 5000

Yield Moment, m_p (kN) 1000

Unit weights

Weight, w (kg/m/m) 0

Advanced Settings

Console_concentrée Console_uniforme AppuisSimples_concentrée AppuisSimples_uniforme SemiEncastrée_concentrée SemiEncastrée_uniforme PQ_LB PQ_UB

Absolute: 7.18, 3.98

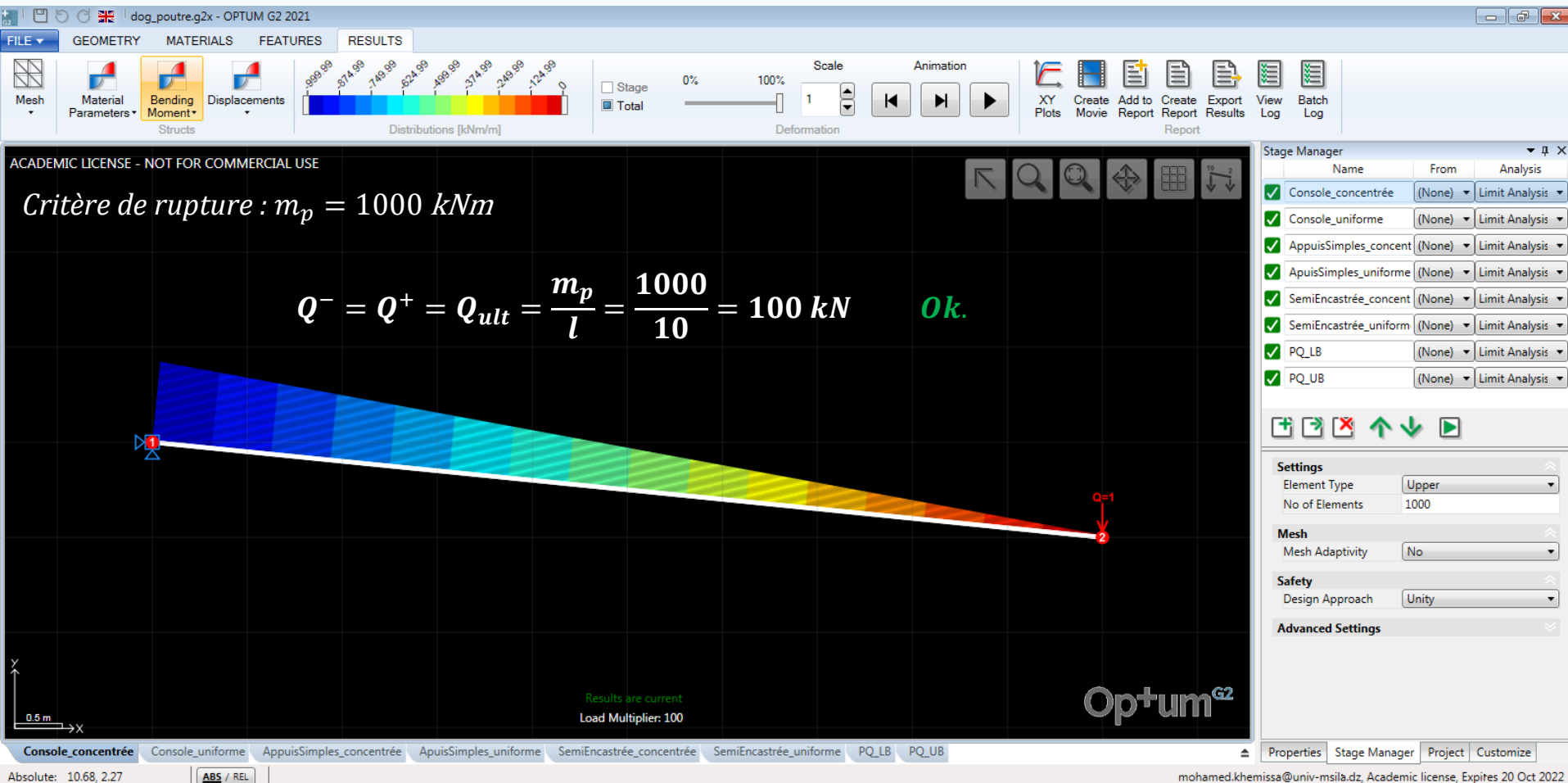
Properties Stage Manager Project Customize

mohamed.khemissa@univ-msila.dz, Academic license, Expires 20 Oct 2022

Exemples d'application

Console (Charge concentrée) : Validation numérique

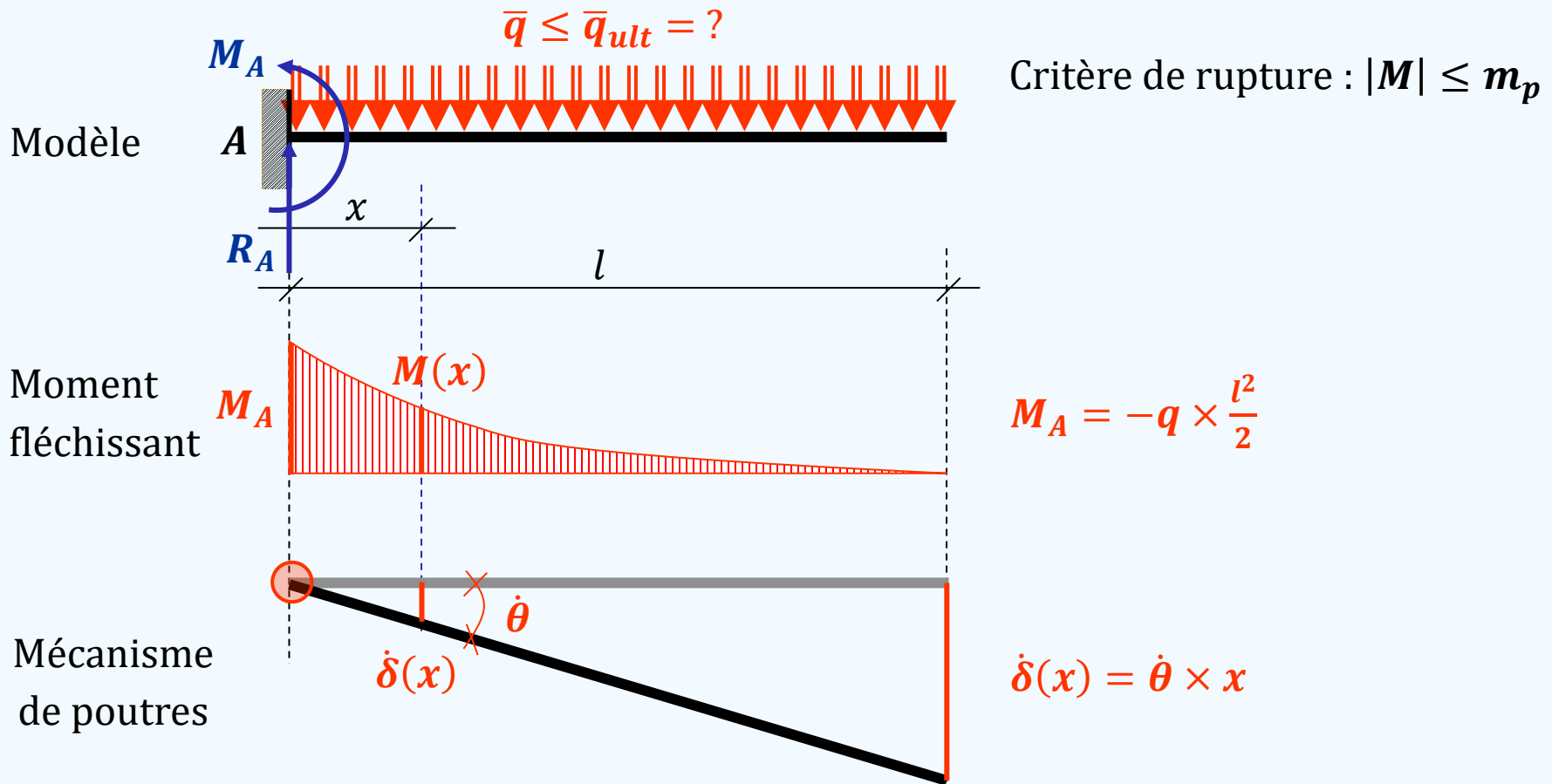
➤ Résultats des calculs



Exemples d'application

• Console (Charge uniforme) : Données

➤ Mécanisme de ruine



□ Exemples d'application

• **Console (Charge uniforme) : Calculs analytiques**

➤ **Borne inférieure (Approche statique)**

$$\triangleright \sum F = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A = q \times l \quad (\text{Equilibre des forces})$$

$$\triangleright \sum M_{/A} = 0 \quad \Rightarrow \quad M_A = -q \times \frac{l^2}{2} \quad (\text{Equilibre des moments})$$

$$\triangleright |M_A| \leq m_p \quad \Rightarrow \quad \left| -q \times \frac{l^2}{2} \right| \leq m_p \quad \Rightarrow \quad q \leq \frac{2m_p}{l^2} \quad \Rightarrow \quad q^- = \frac{2m_p}{l^2}$$

➤ **Borne supérieure (Approche cinématique)**

$$\triangleright \wp_{ext} = \int_0^l q(x) \times \delta(x) \times dx = q \times \dot{\theta} \times \frac{l^2}{2} \quad (\text{Puissance des efforts extérieurs})$$

$$\triangleright \wp_{rm} = m_p \times \dot{\theta} \quad (\text{Puissance résistante maximale})$$

$$\triangleright \wp_{ext} \leq \wp_{rm} \quad \Rightarrow \quad q \times \dot{\theta} \times \frac{l^2}{2} \leq m_p \times \dot{\theta} \quad \Rightarrow \quad q \leq \frac{2m_p}{l^2} \quad \Rightarrow \quad q^+ = \frac{2m_p}{l^2}$$

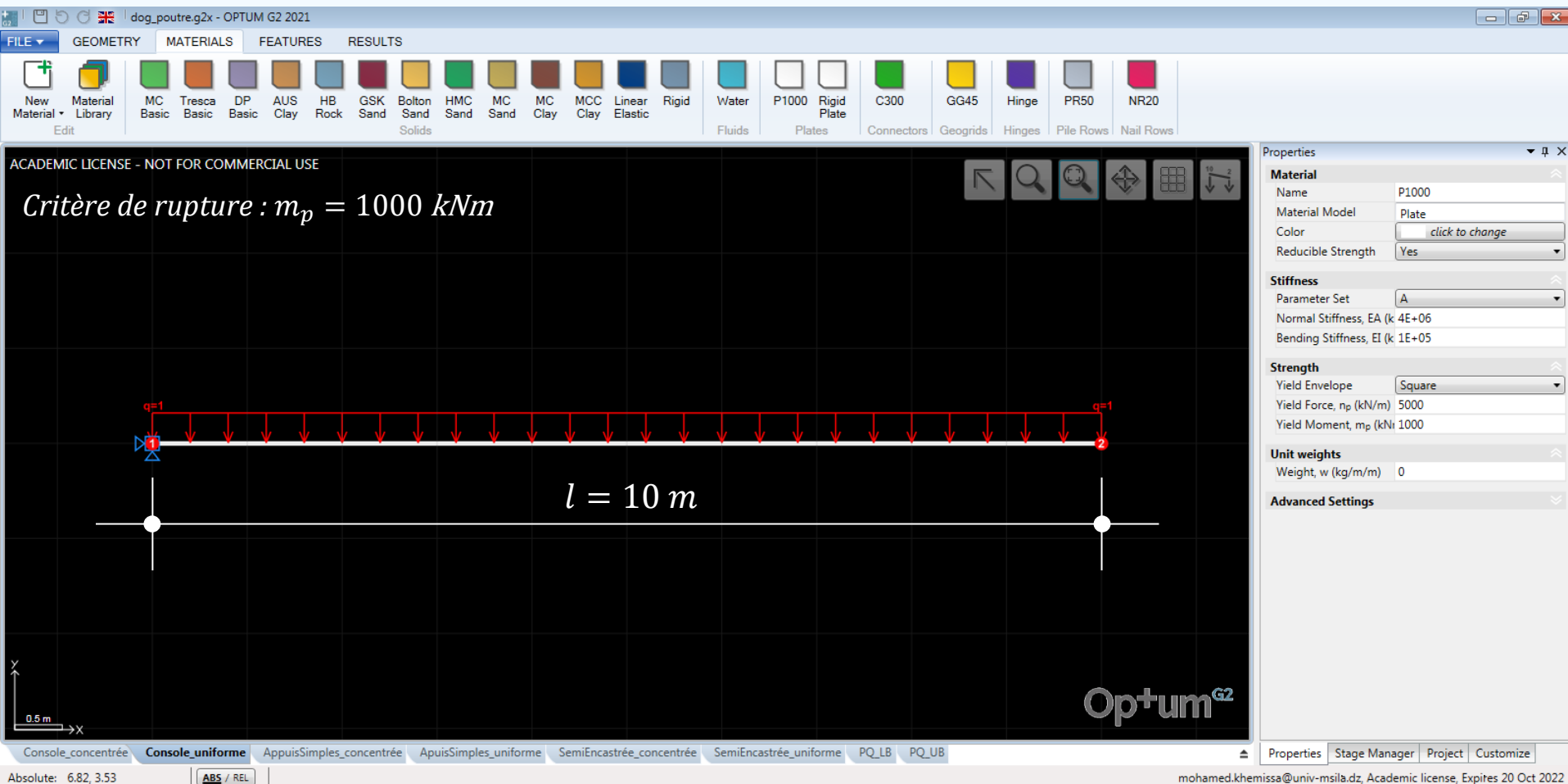
➤ **Synthèse**

$$q^- = q^+ = q_{ult} = \frac{2m_p}{l^2}$$

Exemples d'application

• Console (Charge uniforme) : Validation numérique

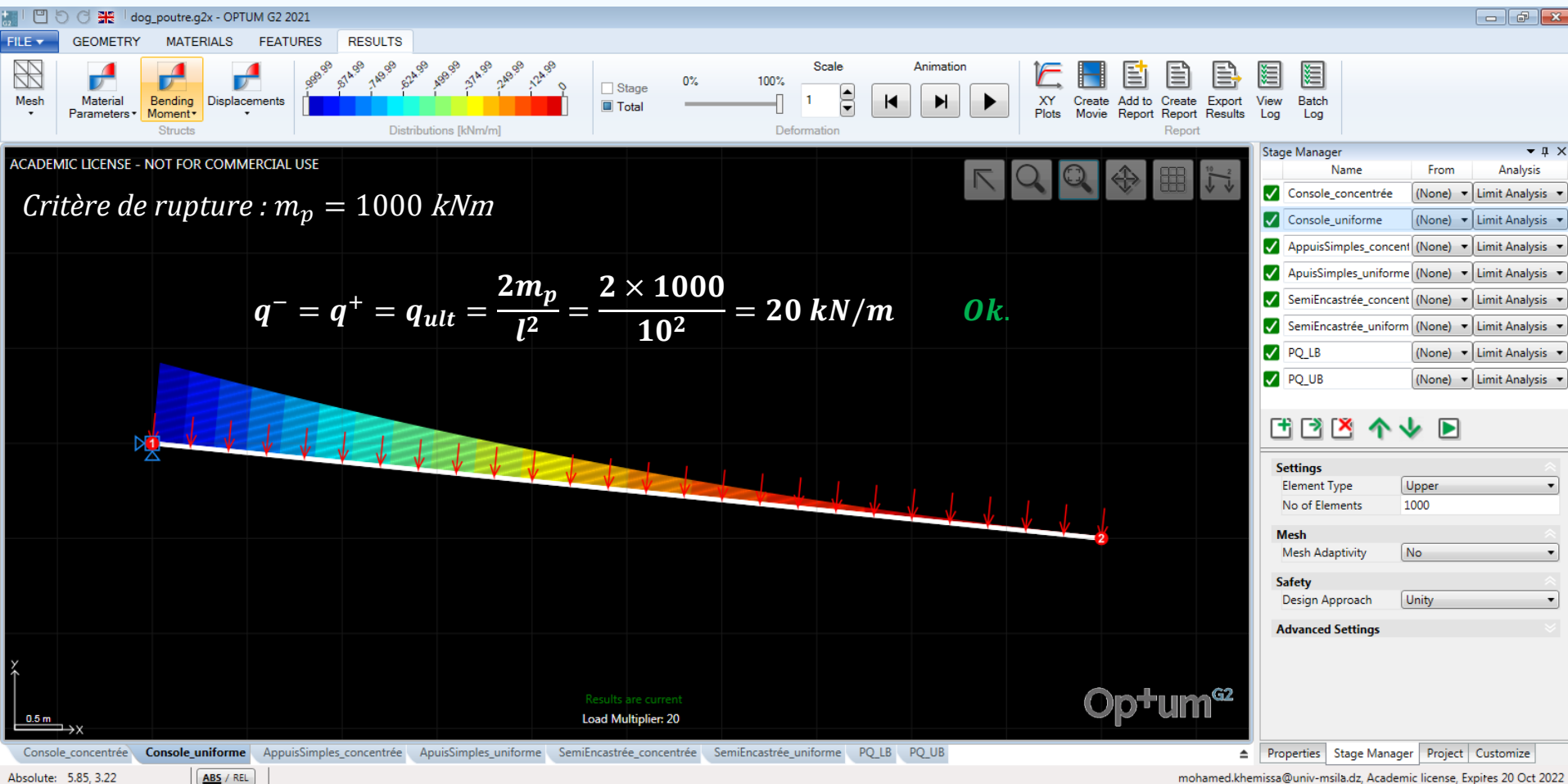
➤ Données des calculs



Exemples d'application

• Console (Charge uniforme) : Validation numérique

➤ Résultats des calculs



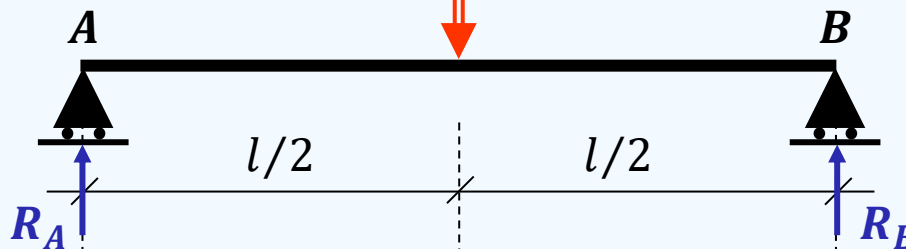
Exemples d'application

- Poutre simplement appuyée (Charge concentrée) : Données**
 - Mécanisme de ruine

$$\bar{Q} \leq \bar{Q}_{ult} = ?$$

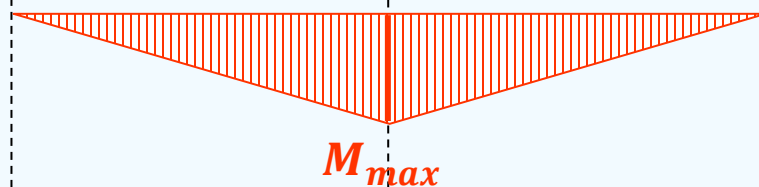
Critère de rupture : $|M| \leq m_p$

Modèle



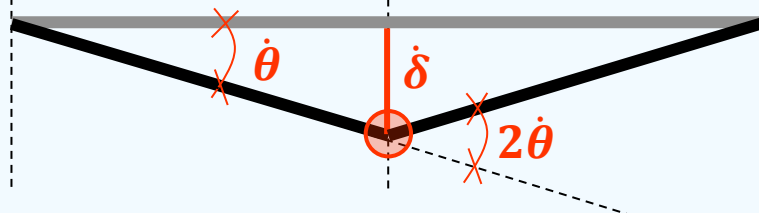
$$R_A = R_B = \frac{Q}{2}$$

Moment
fléchissant



$$M_{max} = Q \times \frac{l}{4}$$

Mécanisme
de poutres



$$\delta = \theta \times \frac{l}{2}$$

□ Exemples d'application

• **Poutre simplement appuyée (Charge concentrée) : Calculs analytiques**

➤ **Borne inférieure (Approche statique)**

$$\triangleright \sum F = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A + R_B = Q \quad (\text{Equilibre des forces})$$

$$\triangleright \sum M_{/A} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_B = \frac{Q}{2} \quad (\text{Equilibre des moments})$$

$$\triangleright M_{max} = Q \times \frac{l}{4} \quad (\text{Moment maximum})$$

$$\triangleright |M_{max}| \leq m_p \quad \Rightarrow \quad Q \times \frac{l}{4} \leq m_p \quad \Rightarrow \quad Q \leq \frac{4m_p}{l} \quad \Rightarrow \quad Q^- = \frac{4m_p}{l}$$

➤ **Borne supérieure (Approche cinématique)**

$$\triangleright \mathcal{P}_{ext} = Q \times \dot{\delta} = Q \times \dot{\theta} \times \frac{l}{2} \quad (\text{Puissance des efforts extérieurs})$$

$$\triangleright \mathcal{P}_{rm} = m_p \times 2\dot{\theta} \quad (\text{Puissance résistante maximale})$$

$$\triangleright \mathcal{P}_{ext} \leq \mathcal{P}_{rm} \quad \Rightarrow \quad Q \times \dot{\theta} \times \frac{l}{2} \leq m_p \times 2\dot{\theta} \quad \Rightarrow \quad Q \leq \frac{4m_p}{l} \quad \Rightarrow \quad Q^+ = \frac{4m_p}{l}$$

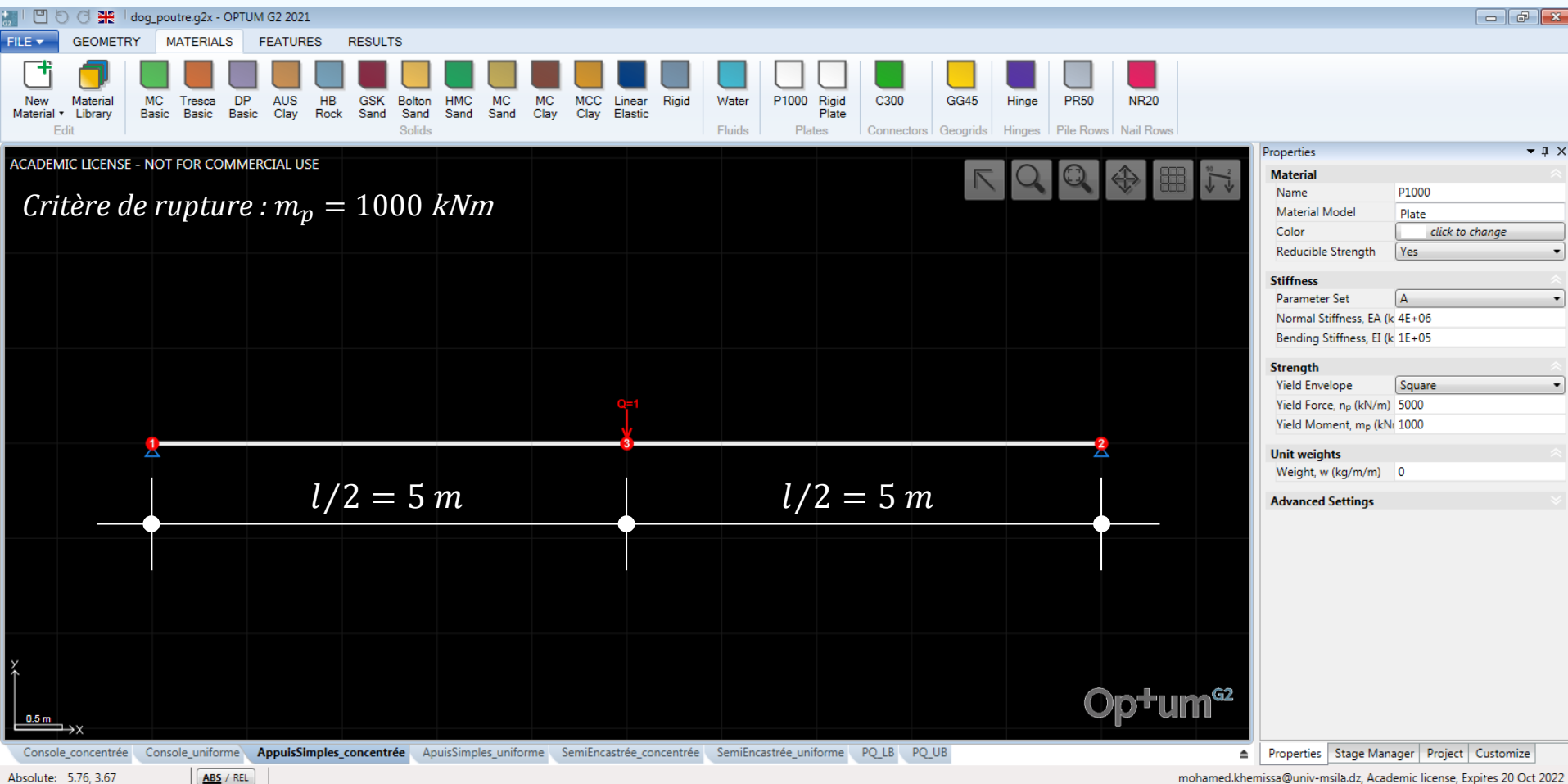
➤ **Synthèse**

$$Q^- = Q^+ = Q_{ult} = \frac{4m_p}{l}$$

Exemples d'application

• Poutre simplement appuyée (Charge concentrée) : Validation numérique

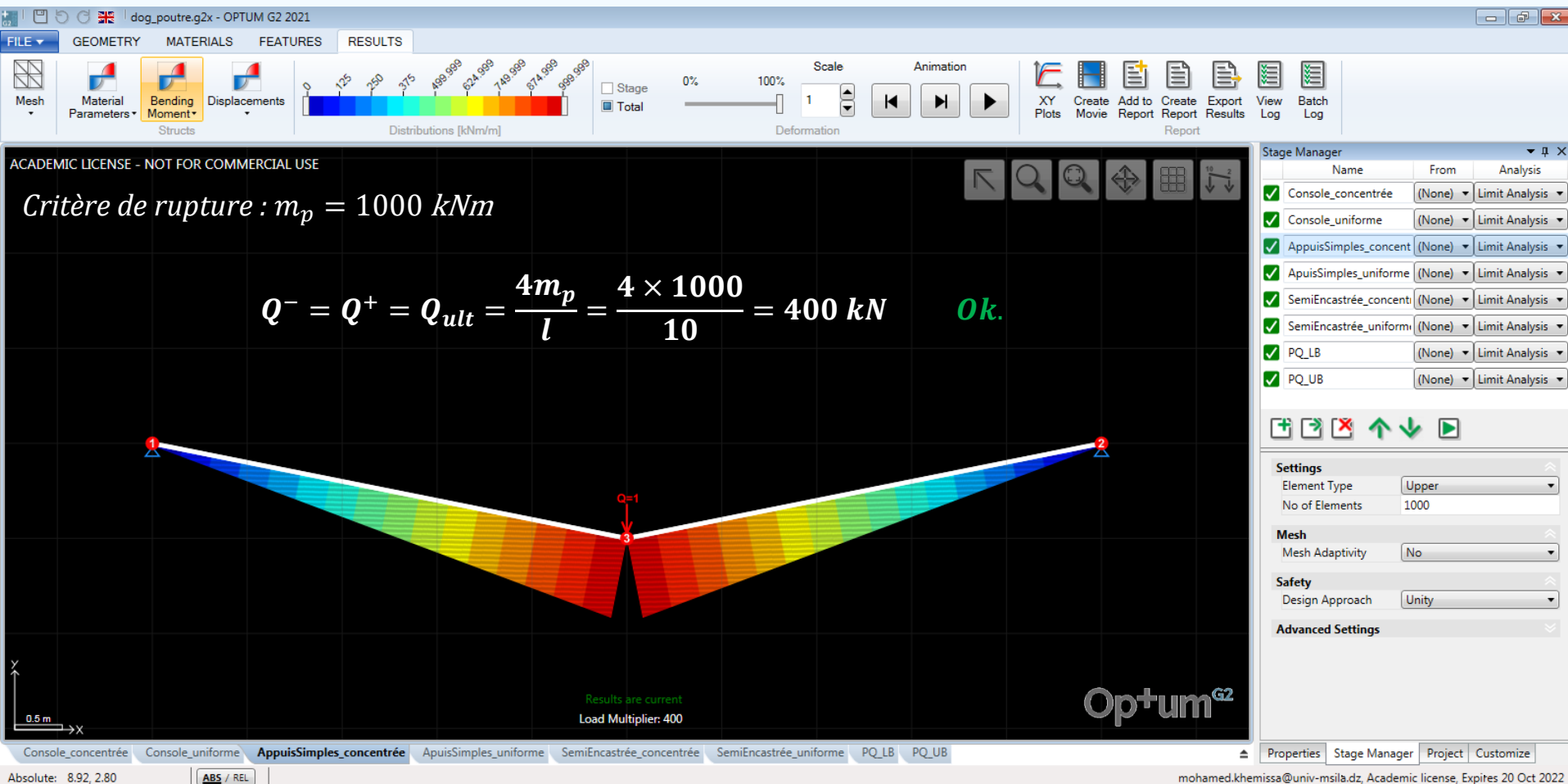
➤ Données des calculs



Exemples d'application

Poutre simplement appuyée (Charge concentrée) : Validation numérique

➤ Résultats des calculs



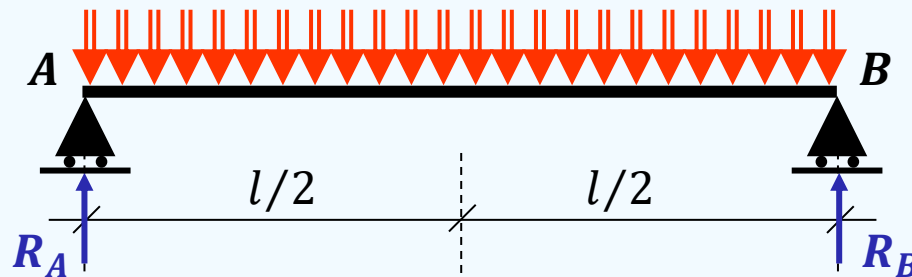
Exemples d'application

- **Poutre simplement appuyée (Charge uniforme) : Données**
 - **Mécanisme de ruine**

$$\bar{q} \leq \bar{q}_{ult} = ?$$

Critère de rupture : $|M| \leq m_p$

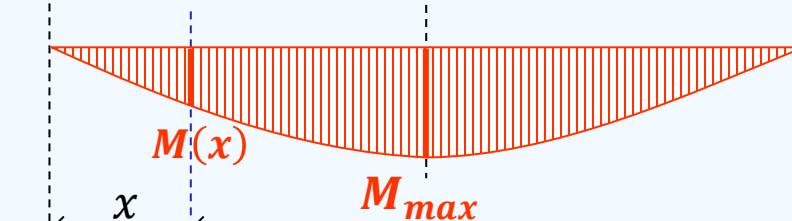
Modèle



$$R_A = R_B = q \times \frac{l}{2}$$

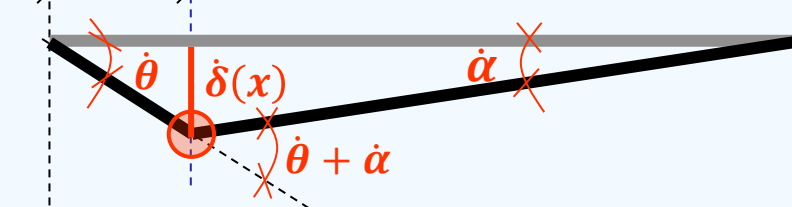
$$M(x) = \frac{1}{2} q \times x \times (l - x)$$

Moment
fléchissant



$$M_{max} = M\left(x_0 = \frac{l}{2}\right) = q \times \frac{l^2}{8}$$

Mécanisme
de poutres



$$\dot{\theta} = \frac{\delta(x)}{x}$$

$$\dot{\alpha} = \frac{\delta(x)}{l-x}$$

□ Exemples d'application

• **Poutre simplement appuyée (Charge uniforme) : Calculs analytiques**

➤ **Borne inférieure (Approche statique)**

$$\triangleright \sum F = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A + R_B = q \times l \quad (\text{Equilibre des forces})$$

$$\triangleright \sum M_{/A} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_B = q \times \frac{l}{2} \quad (\text{Equilibre des moments})$$

$$\triangleright |M_{max}| \leq m_p \quad \Rightarrow \quad \left| \frac{q \times l^2}{8} \right| \leq m_p \quad \Rightarrow \quad q \leq \frac{8m_p}{l^2} \quad \Rightarrow \quad q^- = \frac{8m_p}{l^2}$$

➤ **Borne supérieure (Approche cinématique)**

$$\triangleright \mathcal{P}_{ext} = \int_0^{l/2} q(x) \times \delta(x) \times dx = q \frac{\delta \times l}{2} \quad (\text{Puissance des efforts extérieurs})$$

$$\triangleright \mathcal{P}_{rm} = m_p \times (\dot{\theta} + \dot{\alpha}) = m_p \frac{\delta \times l}{x_o \times (l - x_o)} \mid x_o = \frac{l}{2} \quad (\text{Puissance résistante maximale})$$

$$\triangleright \mathcal{P}_{ext} \leq \mathcal{P}_{rm} \quad \Rightarrow \quad q \frac{\delta \times l}{2} \leq m_p \frac{4\delta}{l} \quad \Rightarrow \quad q \leq \frac{8m_p}{l^2} \quad \Rightarrow \quad q^+ = \frac{8m_p}{l^2}$$

➤ **Synthèse**

$$q^- = q^+ = q_{ult} = \frac{8m_p}{l^2}$$

Exemples d'application

• Poutre simplement appuyée (Charge uniforme) : Validation numérique

➤ Données des calculs

dog_poutre.g2x - OPTUM G2 2021

FILE GEOMETRY MATERIALS FEATURES RESULTS

New Material Material Library Edit

MC Basic Tresca Basic DP Basic AUS Clay HB Rock GSK Sand Bolton Sand HMC Sand MC Sand MC Clay MCC Clay Linear Elastic Rigid Water P1000 Rigid Plate C300 GG45 Hinge PR50 NR20

ACADEMIC LICENSE - NOT FOR COMMERCIAL USE

Critère de rupture : $m_p = 1000 \text{ kNm}$

$q=1$

$l = 10 \text{ m}$

0.5 m

Op+um^{G2}

Console_concentrée Console_uniforme AppuisSimples_concentrée **AppuisSimples_uniforme** SemiEncastrée_concentrée SemiEncastrée_uniforme PQ_LB PQ_UB

Absolute: 6.86, 3.54 | ABS / REL

Properties

Material

Name P1000

Material Model Plate

Color [click to change](#)

Reducible Strength Yes

Stiffness

Parameter Set A

Normal Stiffness, EA (k 4E+06

Bending Stiffness, EI (k 1E+05

Strength

Yield Envelope Square

Yield Force, n_p (kN/m) 5000

Yield Moment, m_p (kN) 1000

Unit weights

Weight, w (kg/m/m) 0

Advanced Settings

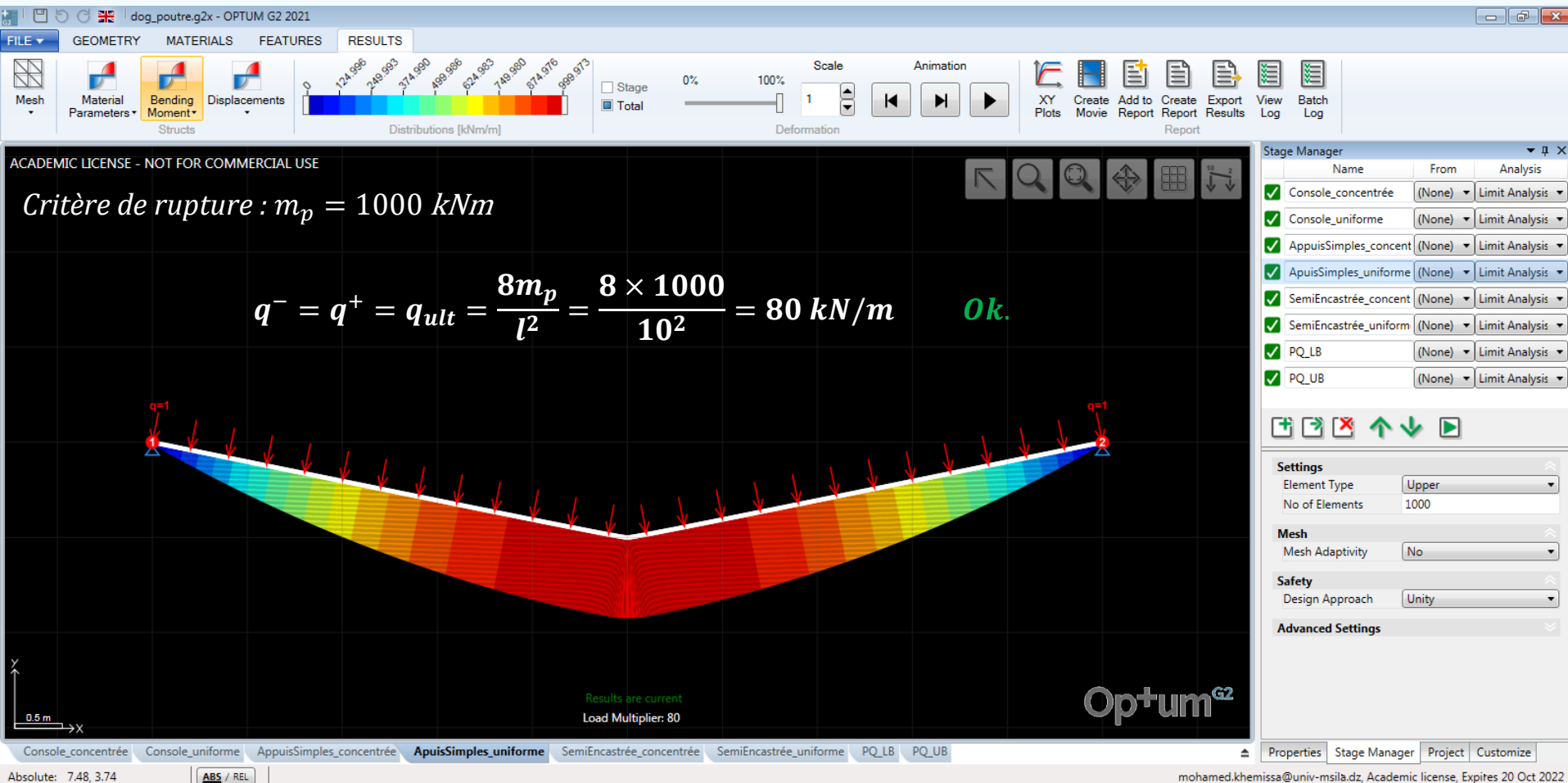
Properties Stage Manager Project Customize

mohamed.khemissa@univ-msila.dz, Academic license, Expires 20 Oct 2022

Exemples d'application

Poutre simplement appuyée (Charge uniforme) : Validation numérique

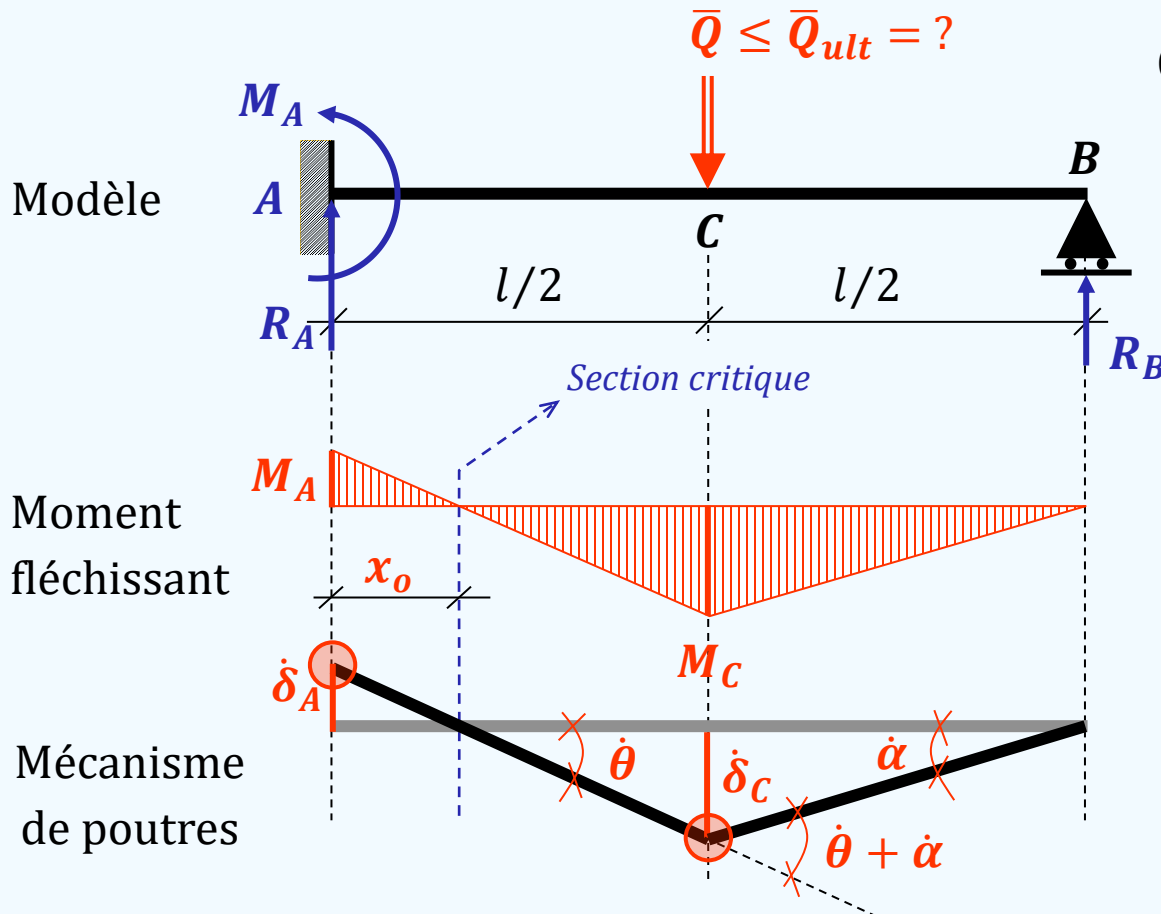
➤ Résultats des calculs



Exemples d'application

• Poutre semi-encastrée (Charge concentrée) : Données

➤ Mécanisme de ruine



Critère de rupture : $|M| \leq m_p$

$$R_A = \frac{Q}{2} + \frac{M_A}{l} = Q - \frac{2M_C}{l}$$

$$R_B = \frac{Q}{2} - \frac{M_A}{l} = \frac{2M_C}{l}$$

$$x_o = \frac{M_A}{M_A + M_c} \times \frac{l}{2}$$

$$\delta_A = \dot{\theta} \times x_o$$

$$\delta_c = \dot{\theta} \times \left(\frac{l}{2} - x_o \right)$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\theta} \times \left(1 - \frac{2x_o}{l} \right)$$

□ Exemples d'application

• **Poutre semi-encastree (Charge concentrée) : Calculs analytiques**

➤ **Borne inférieure (Approche statique)**

$$\triangleright \sum F = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A + R_B = Q \quad (\text{Equilibre des forces})$$

$$\triangleright \sum M_{/A} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_B = \frac{Q}{2} - \frac{M_A}{l} \quad (\text{Equilibre des moments})$$

$$\triangleright M_C = R_B \times \frac{l}{2} \Rightarrow M_C = Q \times \frac{l}{4} - \frac{M_A}{2} \Rightarrow Q = \frac{4M_C}{l} + \frac{2M_A}{l}$$

$$\triangleright |M_A| \leq m_p \quad \& \quad |M_C| \leq m_p \quad \Rightarrow \quad |Q| \leq \frac{6m_p}{l} \quad \Rightarrow \quad Q^- = \frac{6m_p}{l}$$

➤ **Borne supérieure (Approche cinématique)**

$$\triangleright \mathcal{P}_{ext} = Q \times \delta = Q \times \dot{\theta} \times \left(\frac{l}{2} - x_o \right) \quad (\text{Puissance des efforts extérieurs})$$

$$\triangleright \mathcal{P}_{rm} = m_p \times \dot{\theta} \times \left(2 - \frac{2x_o}{l} \right) \quad | \quad x_o = \frac{l}{4} \quad (\text{Puissance résistante maximale})$$

$$\triangleright \mathcal{P}_{ext} \leq \mathcal{P}_{rm} \Rightarrow Q \times \frac{l}{4} \times \dot{\theta} \leq \frac{3}{2} m_p \times \dot{\theta} \Rightarrow Q \leq \frac{6m_p}{l} \Rightarrow Q^+ = \frac{6m_p}{l}$$

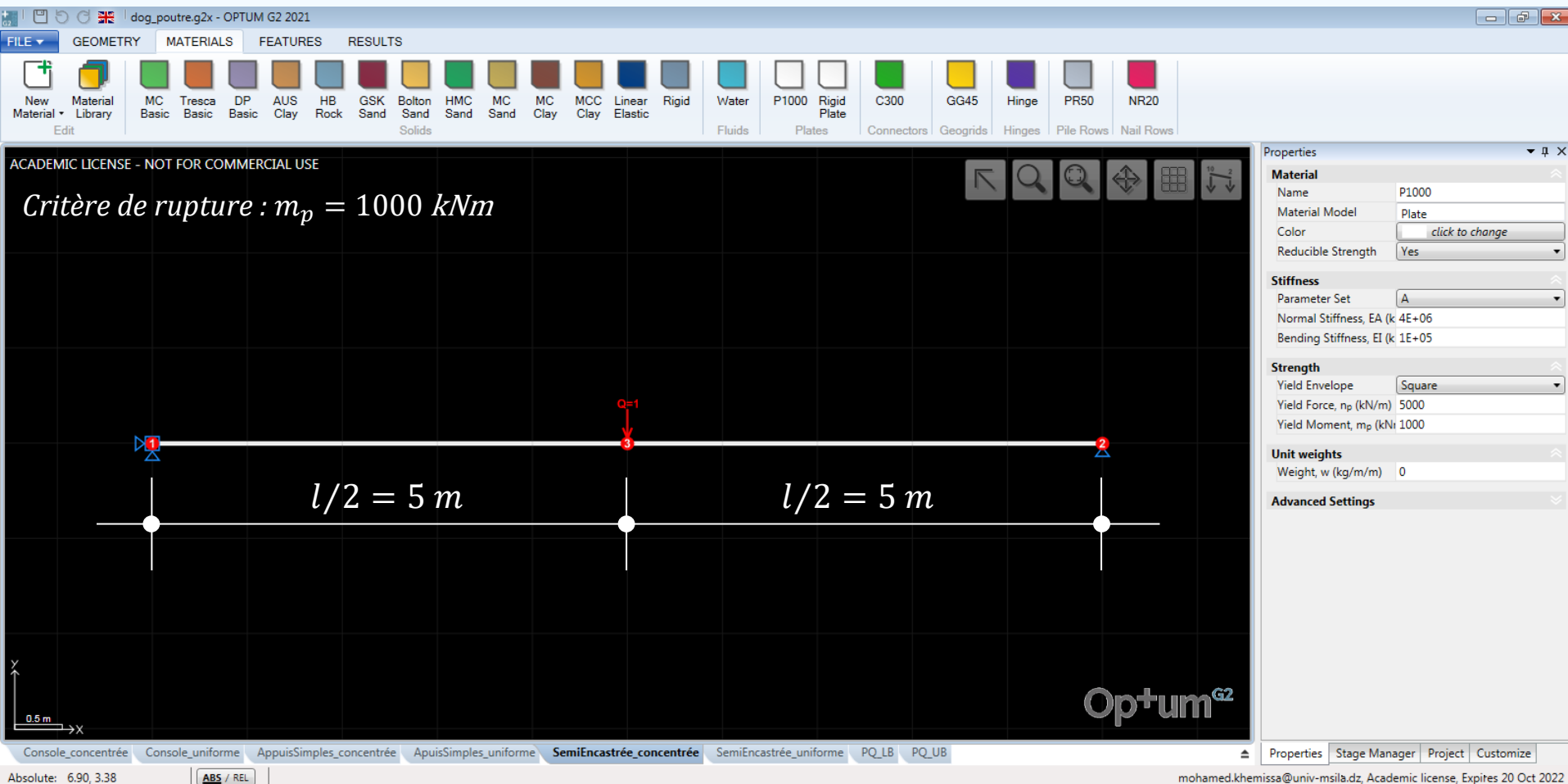
➤ **Synthèse**

$$Q^- = Q^+ = Q_{ult} = \frac{6m_p}{l}$$

Exemples d'application

• Poutre semi-encastrée (Charge concentrée) : Validation numérique

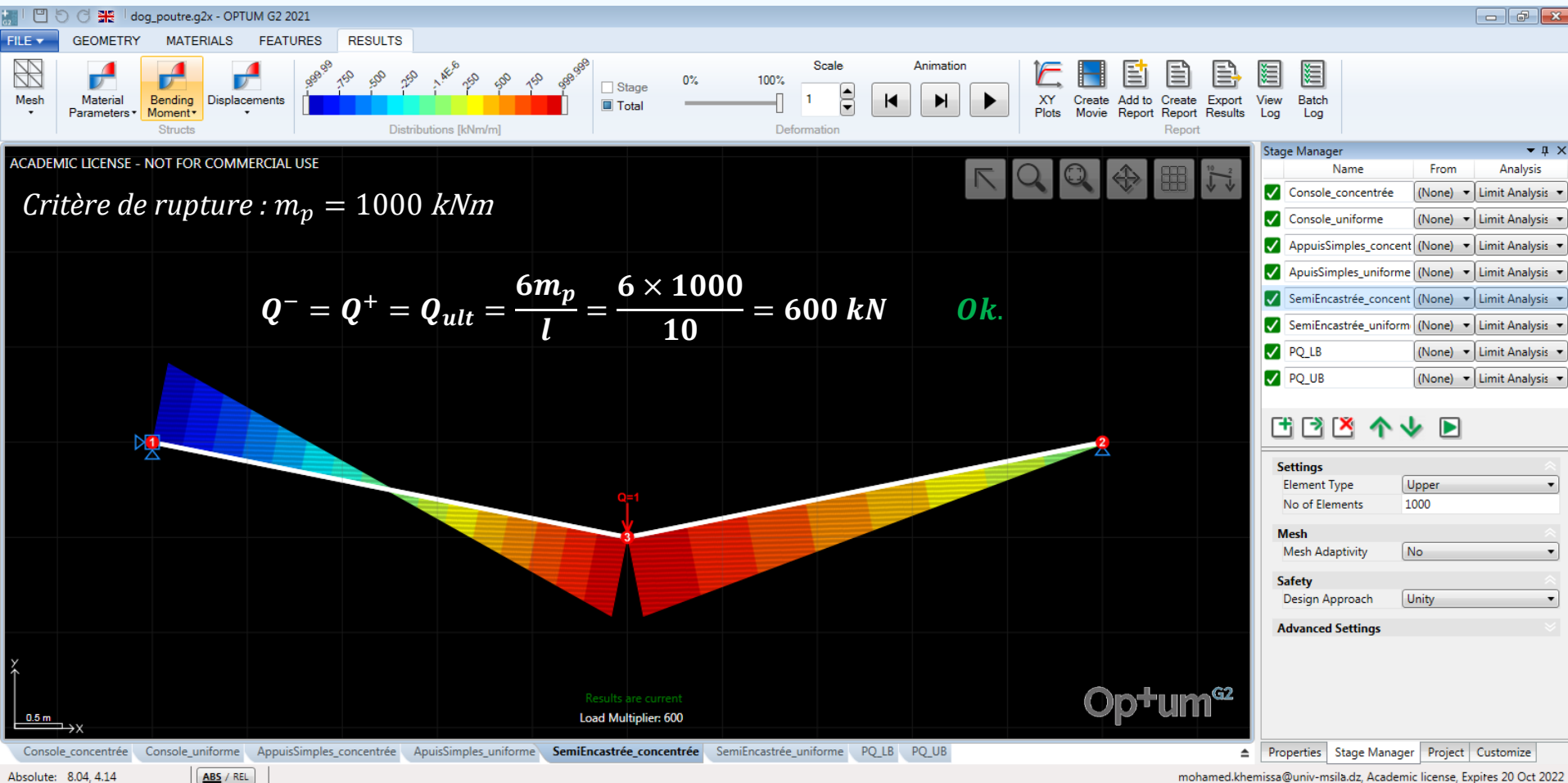
➤ Données des calculs



Exemples d'application

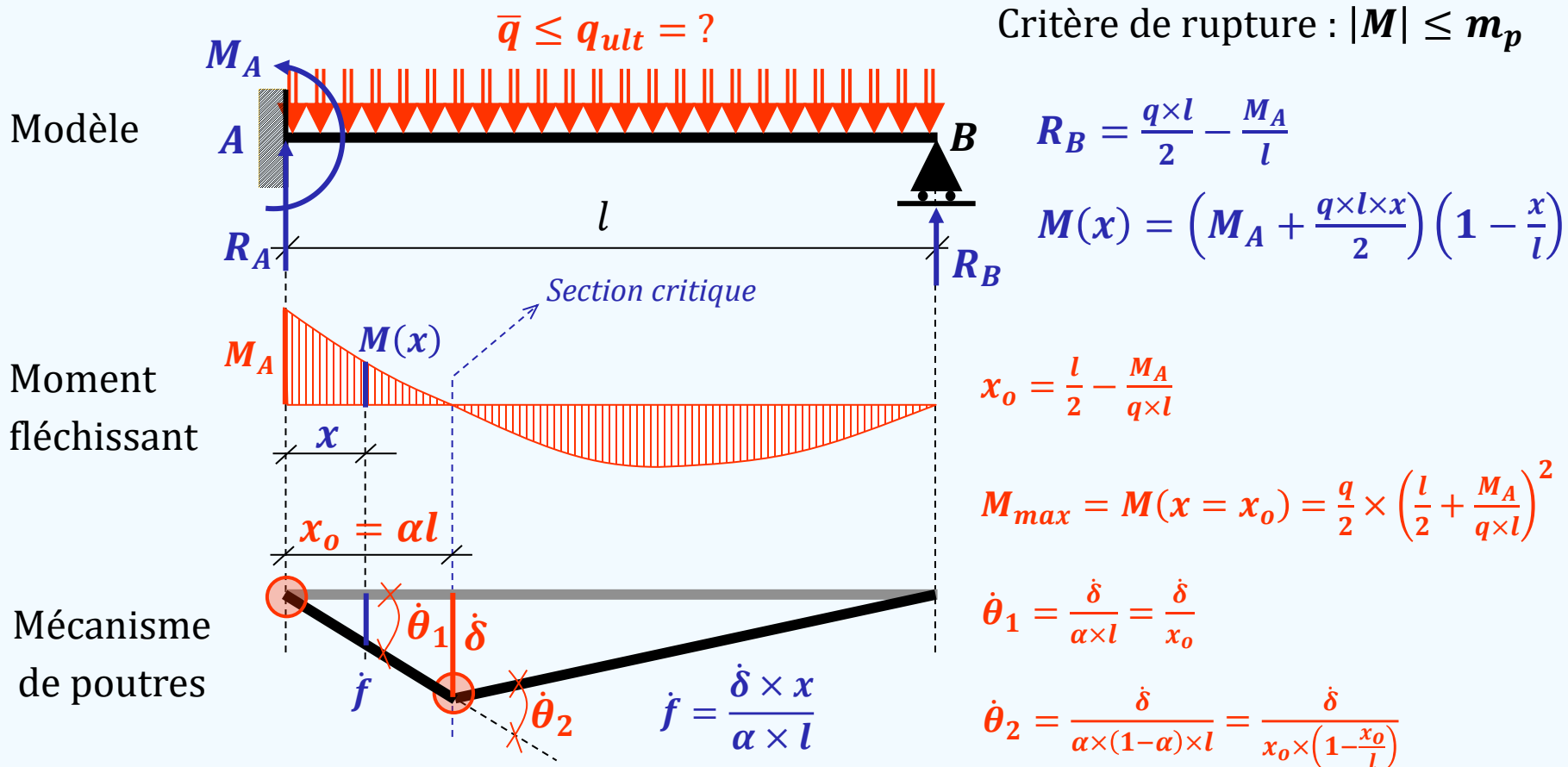
Poutre semi-encastrée (Charge concentrée) : Validation numérique

Résultats des calculs



Exemples d'application

- **Poutre semi-encastrée (Charge uniforme) : Données**
 - Mécanisme de ruine



□ Exemples d'application

• **Poutre semi-encastree (Charge uniforme) : Calculs analytiques**

➤ **Borne inférieure (Approche statique)**

$$\triangleright \sum F = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A + R_B = q \times l \quad (\text{Equilibre des forces})$$

$$\triangleright \sum M_{/A} = 0 \quad \Rightarrow \quad R_B = q \times \frac{l}{2} - \frac{M_A}{l} \quad (\text{Equilibre des moments})$$

$$\triangleright |M_A| \leq m_p \quad \& \quad |M_{max}| \leq m_p \quad \Rightarrow \quad q \leq \frac{2(3+2\sqrt{2})m_p}{l^2} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{q^- = \frac{2(3+2\sqrt{2})m_p}{l^2}}$$

➤ **Borne supérieure (Approche cinématique)**

$$\triangleright \wp_{ext} = \int_0^{\alpha \times l} q \times \dot{f} \times dx = q \times \dot{\delta} \times \frac{l}{2} \quad (\text{Puissance des efforts extérieurs})$$

$$\triangleright \wp_{rm} = m_p \times (|\dot{\theta}|_1 + |\dot{\theta}|_2) = m_p \times \frac{\dot{\delta} \times (2-\alpha)}{\alpha \times l \times (1-\alpha)} \quad (\text{Puissance résistante maximale})$$

$$\triangleright \wp_{ext} \leq \wp_{rm} \quad \Rightarrow \quad q \times \dot{\delta} \times \frac{l}{2} \leq m_p \times \frac{\dot{\delta}}{l} \times \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{1-\alpha} \right) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{q^+ = \frac{2(3+2\sqrt{2})m_p}{l^2}}$$

➤ **Synthèse** Optimisation : $\alpha = (2 - \sqrt{2})l$

$$\mathbf{q^- = q^+ = q_{ult} = \frac{2(3 + 2\sqrt{2})m_p}{l^2}}$$

Exemples d'application

• Poutre semi-encastree (Charge uniforme) : Validation numérique

➤ Données des calculs

dog_poutre.g2x - OPTUM G2 2021

FILE GEOMETRY MATERIALS FEATURES RESULTS

New Material Material Library Edit

MC Basic Tresca Basic DP Basic AUS Clay HB Rock GSK Sand Bolton Sand HMC Sand MC Sand MC Clay MCC Clay Linear Elastic Rigid Water P1000 Rigid Plate C300 GG45 Hinge PR50 NR20

ACADEMIC LICENSE - NOT FOR COMMERCIAL USE

Critère de rupture : $m_p = 1000 \text{ kNm}$

$q=1$

$l = 10 \text{ m}$

0.5 m

Optum^{G2}

Properties

Material

Name P1000

Material Model Plate

Color [click to change](#)

Reducible Strength Yes

Stiffness

Parameter Set A

Normal Stiffness, EA (k 4E+06

Bending Stiffness, EI (k 1E+05

Strength

Yield Envelope Square

Yield Force, n_p (kN/m) 5000

Yield Moment, m_p (kN) 1000

Unit weights

Weight, w (kg/m/m) 0

Advanced Settings

Console_concentree Console_uniforme AppuisSimples_concentree AppuisSimples_uniforme SemiEncastrée_concentree SemiEncastrée_uniforme PQ_LB PQ_UB

Absolute: 4.62, 3.74

ABS / REL

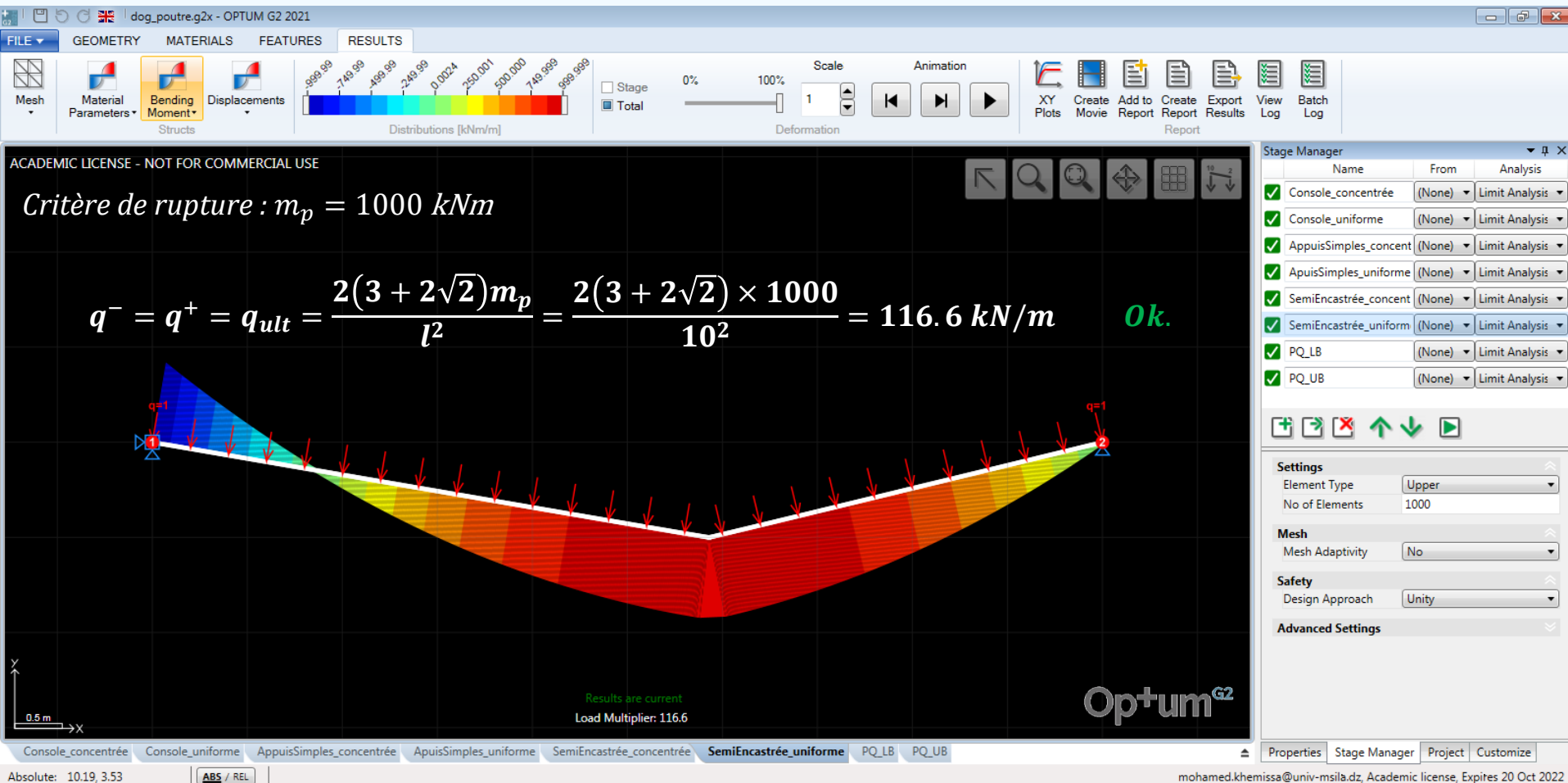
Properties Stage Manager Project Customize

mohamed.khemissa@univ-msila.dz, Academic license, Expires 20 Oct 2022

Exemples d'application

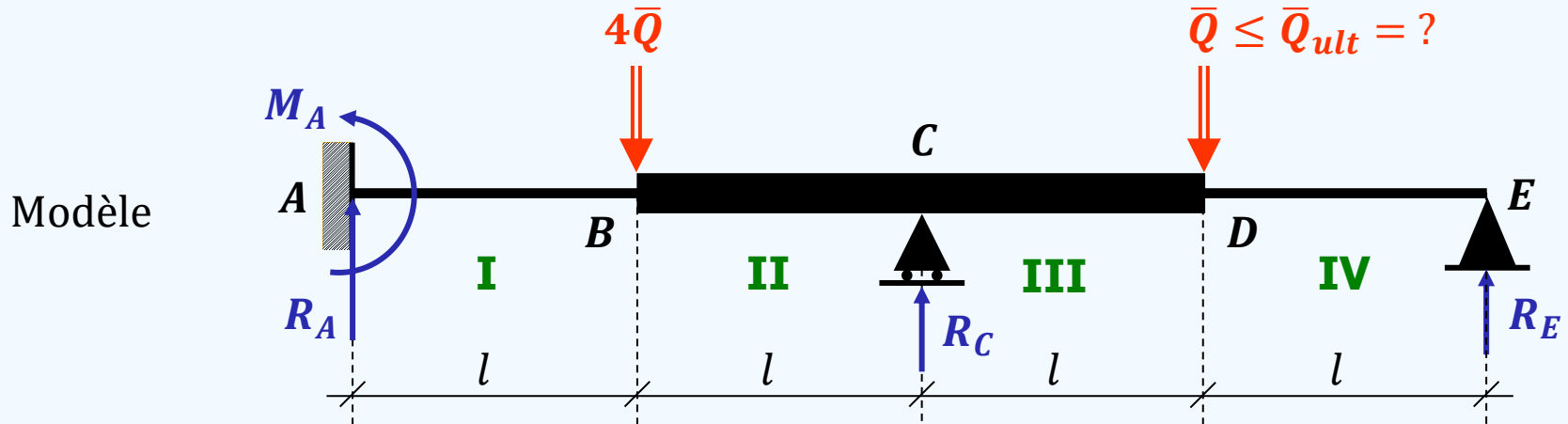
Poutre semi-encastree (Charge uniforme) : Validation numérique

Résultats des calculs



Exemples d'application

Poutre continue : Formulaire



Critères de rupture

- Travées I & IV : $|M| \leq m_p$
- Travées II & III : $|M| \leq 4m_p$

m_p - moment limite

Mécanismes de ruine

- Type : **Mécanisme de poutres**
- Nombre : $r = n - k = 4 - 2 = 2$

1^{er} mécanisme de ruine : $Q_{ult} = \frac{7m_p}{4l}$

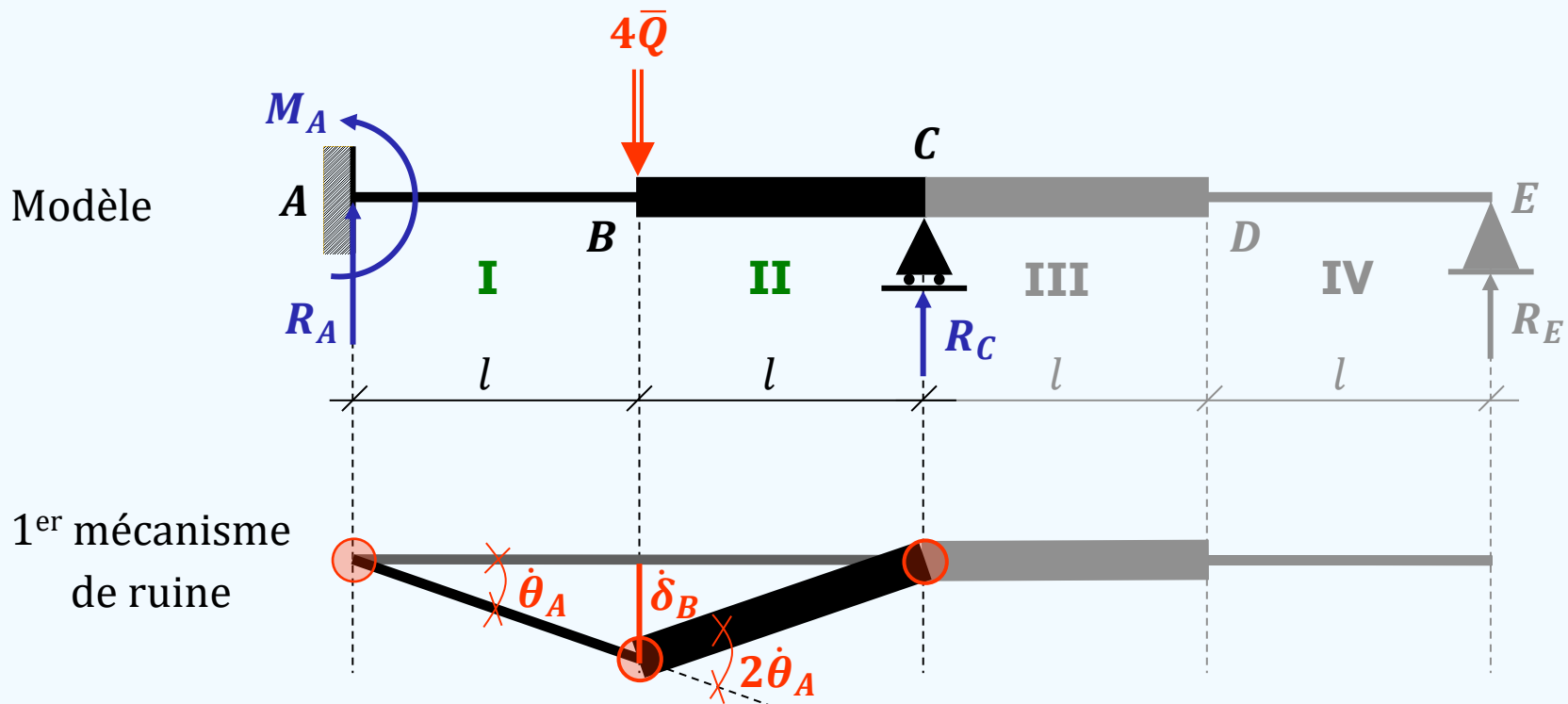
2^{ème} mécanisme de ruine : $Q_{ult} = \frac{6m_p}{l}$

Effet combiné : $Q_{ult} = \frac{5m_p}{3l}$

N.B. Pour les détails des calculs, voir Chapitres 2 & 3

Exemples d'application

- **Poutre continue : 1^{er} mécanisme de ruine**
 - Mécanisme de ruine : Mécanisme de poutres



$$1^{\text{er}} \text{ mécanisme de ruine : } Q_{ult} = \frac{7m_p}{4l}$$

Exemples d'application

• Poutre continue : 1^{er} mécanisme de ruine

➤ Borne inférieure (Approche statique)

$$\triangleright \sum F = 0 \Rightarrow R_A + R_C = 4Q \quad (\text{Equi. des forces})$$

$$\triangleright \sum M_{/A} = 0 \Rightarrow R_C = 2Q - \frac{M_A}{2l} \quad (\text{Equi. des moments})$$

$$\triangleright M_B = R_C \times l \Rightarrow R_C = \frac{M_B}{l} = \frac{M_B^+ - M_B^-}{l} \Rightarrow Q = \frac{M_A}{4l} + \frac{M_B^+ - M_B^-}{2l}$$

$$\triangleright M_A \leq m_p \quad \& \quad M_B^+ \leq 4m_p \quad \& \quad M_B^- \leq m_p \Rightarrow Q \leq \frac{7m_p}{4l} \Rightarrow Q^- = \frac{7m_p}{4l}$$

➤ Borne supérieure (Approche cinématique)

$$\triangleright \mathcal{P}_{ext} = 4Q \times \delta_B = 4Q \times \dot{\theta}_A \times l \quad (\text{Puissance des efforts extérieurs})$$

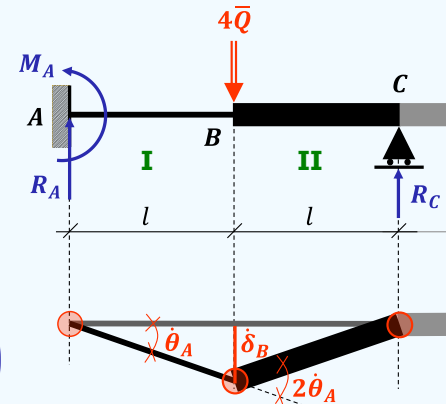
$$\triangleright \mathcal{P}_{int} = M_A \times \dot{\theta}_A + M_B \times \dot{\theta}_B + \cancel{M_C} \times \dot{\theta}_C \quad (\text{Puissance des efforts intérieurs})$$

$$\Rightarrow \mathcal{P}_{rm} = m_p \times \dot{\theta}_A + (4m_p - m_p) \times 2\dot{\theta}_A = 7m_p \times \dot{\theta}_A \quad (\text{Puis. rés. max.})$$

$$\triangleright \mathcal{P}_{ext} \leq \mathcal{P}_{rm} \Rightarrow 4Q \times \dot{\theta}_A \times l \leq 7m_p \times \dot{\theta}_A \Rightarrow Q \leq \frac{7m_p}{4l} \Rightarrow Q^+ = \frac{7m_p}{4l}$$

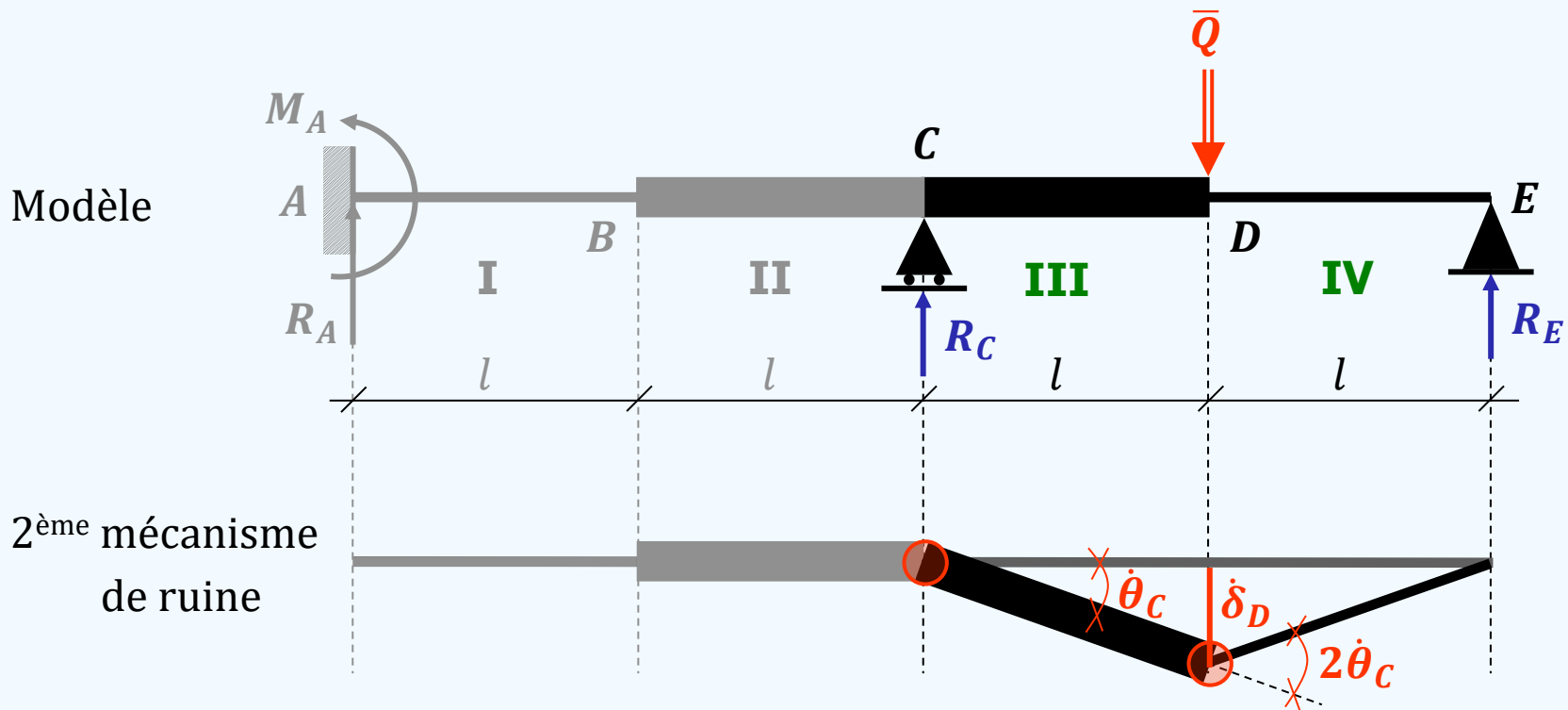
➤ Synthèse

$$Q^- = Q^+ = Q_{ult} = \frac{7m_p}{4l}$$



Exemples d'application

- **Poutre continue : 2^{ème} mécanisme de ruine**
 - Mécanisme de ruine : Mécanisme de poutres



2^{ème} mécanisme de ruine : $Q_{ult} = \frac{6m_p}{l}$

Exemples d'application

• Poutre continue : 2^{ème} mécanisme de ruine

➤ Borne inférieure (Approche statique)

$$\triangleright \sum F = 0 \Rightarrow R_C + R_E = Q \quad (\text{Equi. des forces})$$

$$\triangleright \sum M_{/C} = 0 \Rightarrow R_E = \frac{Q}{2} \quad (\text{Equi. des moments})$$

$$\triangleright M_D = R_E \times l \Rightarrow R_E = \frac{M_D}{l} = \frac{M_D^+ - M_D^-}{l} \Rightarrow Q = \frac{2M_D}{l} = \frac{2(M_D^+ - M_D^-)}{l}$$

$$\triangleright M_D^+ \leq 4m_p \quad \& \quad M_D^- \leq m_p \Rightarrow Q \leq \frac{6m_p}{l} \Rightarrow Q^- = \frac{6m_p}{l}$$

➤ Borne supérieure (Approche cinématique)

$$\triangleright \wp_{ext} = Q \times \delta_D = Q \times \theta_C l \quad (\text{Puissance des efforts extérieurs})$$

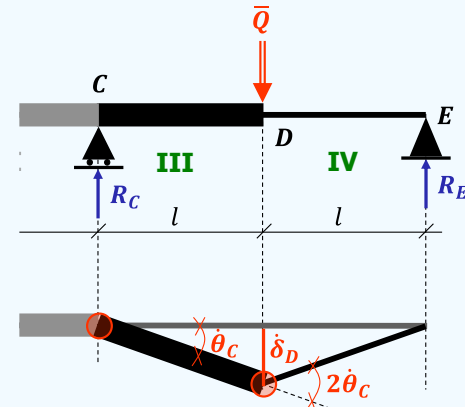
$$\triangleright \wp_{int} = \cancel{M_C} \times \dot{\theta}_C + M_D \times \dot{\theta}_D + \cancel{M_E} \times \dot{\theta}_E = (M_D^+ + M_D^-) \times 2\dot{\theta}_C \quad (\text{Puiss. eff. int.})$$

$$\Rightarrow \wp_{rm} = (4m_p - m_p) \times 2\dot{\theta}_C = 6m_p \times \dot{\theta}_C \quad (\text{Puissance résistante max.})$$

$$\triangleright \wp_{ext} \leq \wp_{rm} \Rightarrow Q \times \dot{\theta}_C l \leq 6m_p \times \dot{\theta}_C \Rightarrow Q \leq \frac{6m_p}{l} \Rightarrow Q^+ = \frac{6m_p}{l}$$

➤ Synthèse

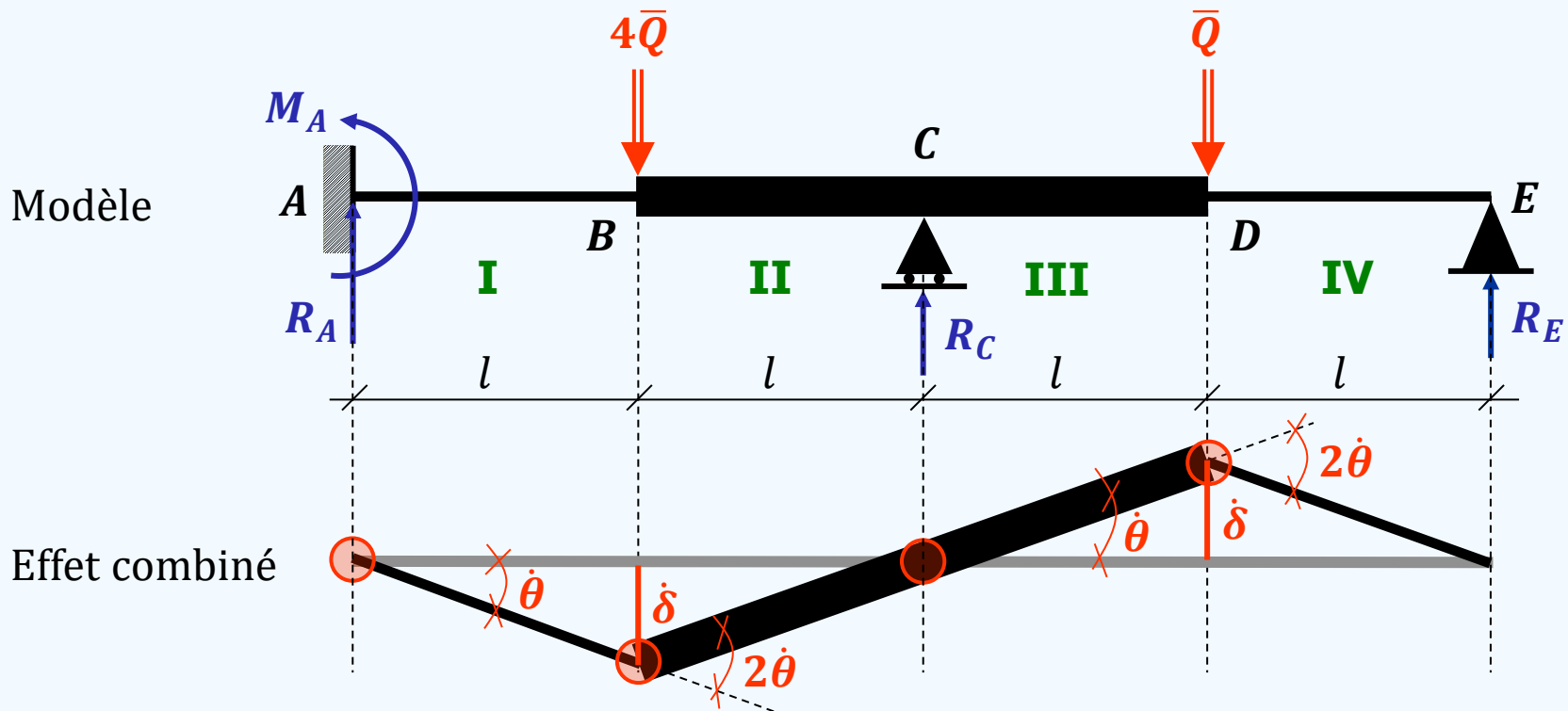
$$Q^- = Q^+ = Q_{ult} = \frac{6m_p}{l}$$



Exemples d'application

• Poutre continue : Effet combiné

➤ Mécanisme de ruine : Mécanisme de poutres



Effet combiné : $Q_{ult} = \frac{5m_p}{3l}$

Exemples d'application

• Poutre continue : Effet combiné

➤ Borne inférieure (Approche statique)

$$\triangleright \sum F = 0 \Rightarrow R_A + R_C + R_E = 5Q$$

$$\triangleright \sum M_{/A} = 0 \Rightarrow 2R_C + 4R_E = 7Q - \frac{M_A}{l}$$

$$\triangleright R_A = \frac{M_A - M_B^-}{l} \quad \& \quad R_E = \frac{M_D^+}{l} \Rightarrow Q = \frac{M_A + 2M_B^- + 2M_D^+}{3l}$$

$$\triangleright |M_A| \leq m_p \quad \& \quad |M_B^-| \leq m_p \quad \& \quad |M_D^+| \leq m_p \Rightarrow Q \leq \frac{5m_p}{3l} \Rightarrow Q^- = \frac{5m_p}{3l}$$

➤ Borne supérieure (Approche cinématique)

$$\triangleright \wp_{ext} = Q \times \delta = 4Q \times \theta l - Q \times \theta l = 3Q \times \theta l \quad (\text{Puiss. des efforts extérieurs})$$

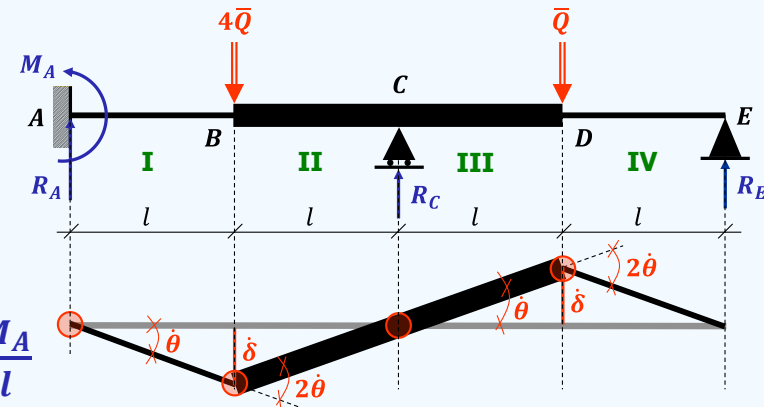
$$\triangleright \wp_{int} = M_A \times \theta + M_B \times 2\theta + \cancel{M_C} \times \theta + M_D \times 2\theta + \cancel{M_E} \times \theta \quad (\text{Puiss. efforts int.})$$

$$\Rightarrow \wp_{rm} = (m_p + 2m_p + 2m_p) \times \theta = 5m_p \times \theta \quad (\text{Puiss. rés. max.})$$

$$\triangleright \wp_{ext} \leq \wp_{rm} \Rightarrow 3Q \times \theta l \leq 5m_p \times \theta \Rightarrow Q \leq \frac{5m_p}{3l} \Rightarrow Q^+ = \frac{5m_p}{3l}$$

➤ Synthèse

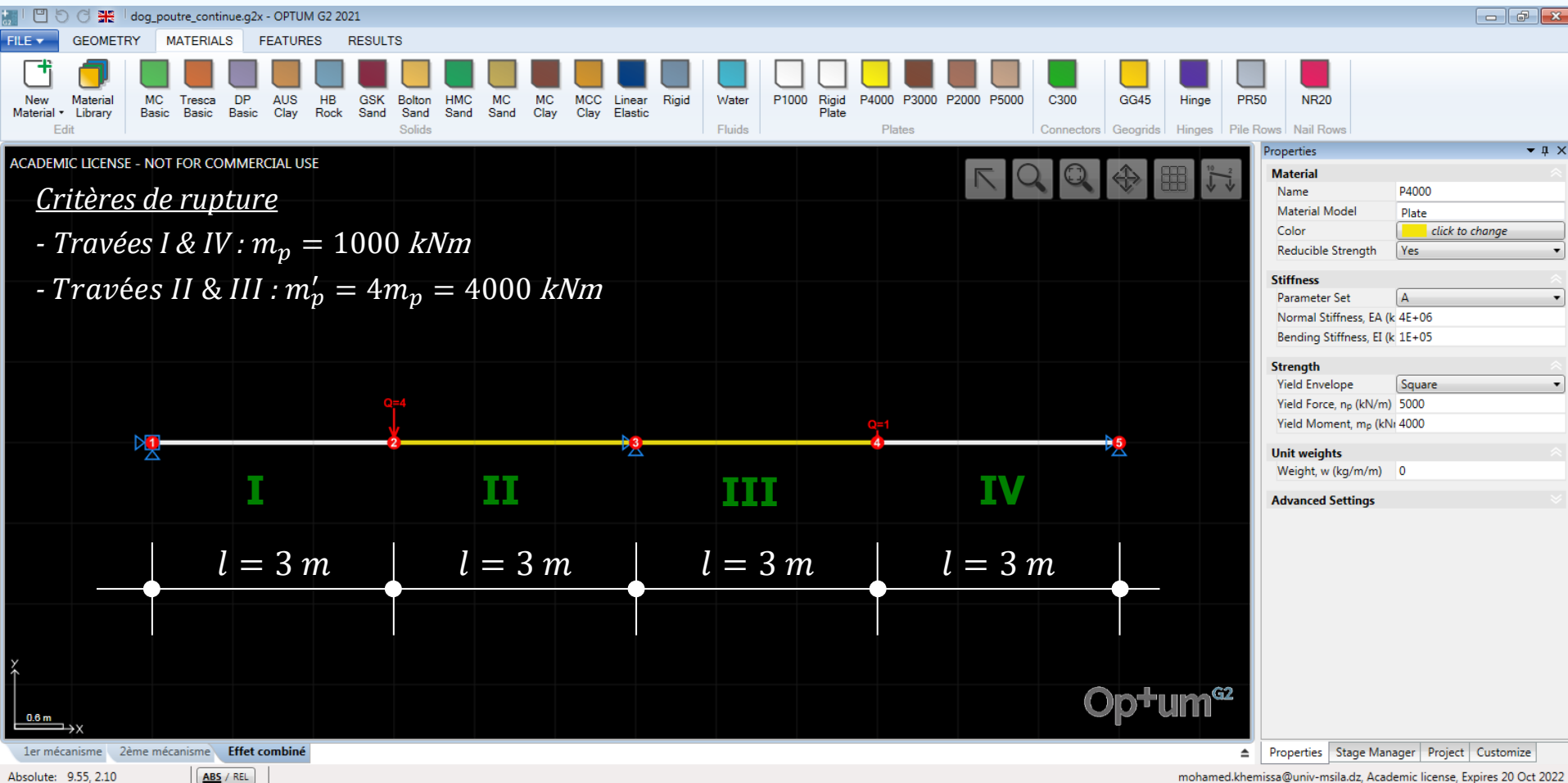
$$Q^- = Q^+ = Q_{ult} = \frac{5m_p}{3l}$$



Exemples d'application

Poutre continue : Validation numérique

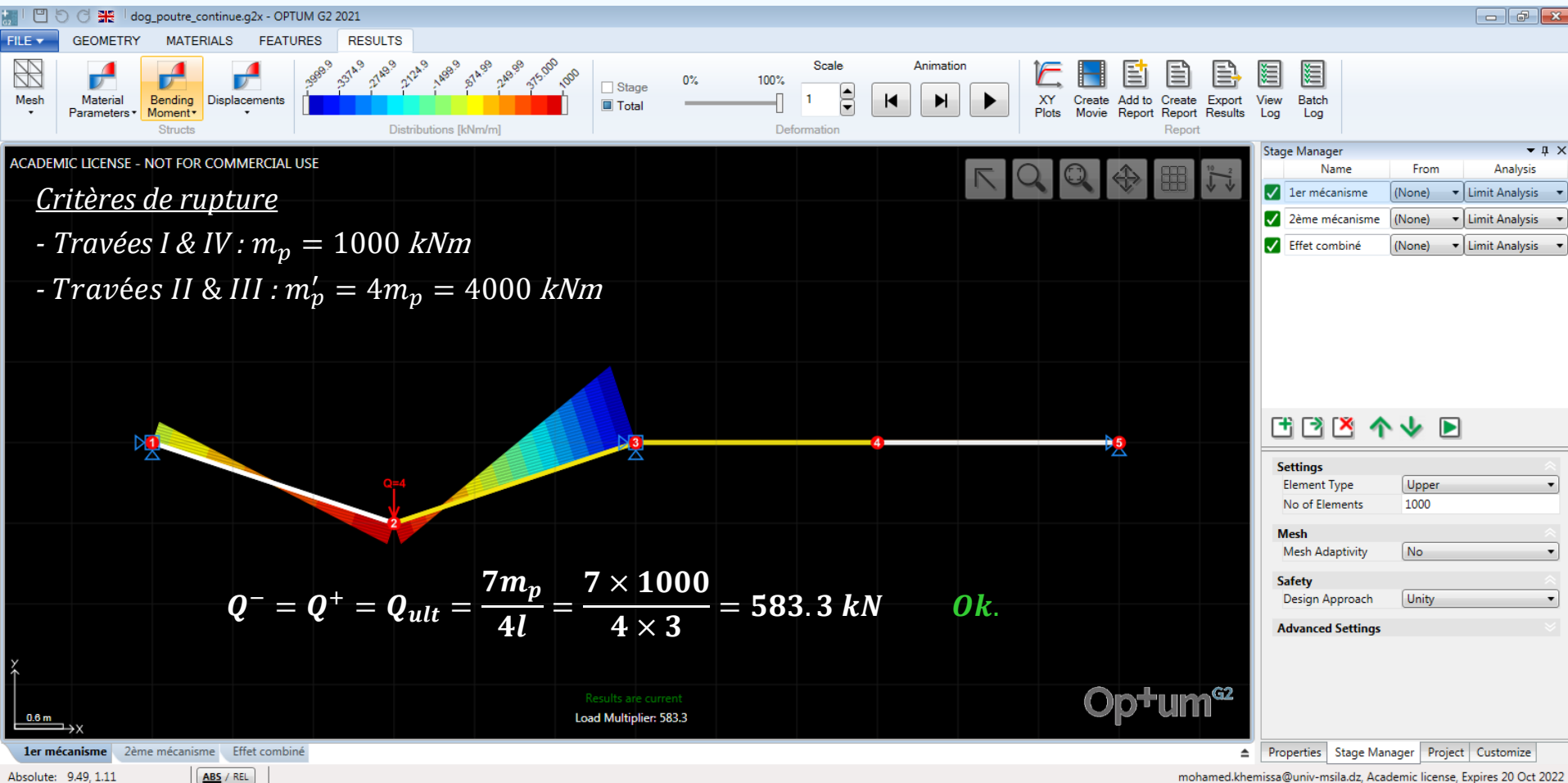
Données des calculs



Exemples d'application

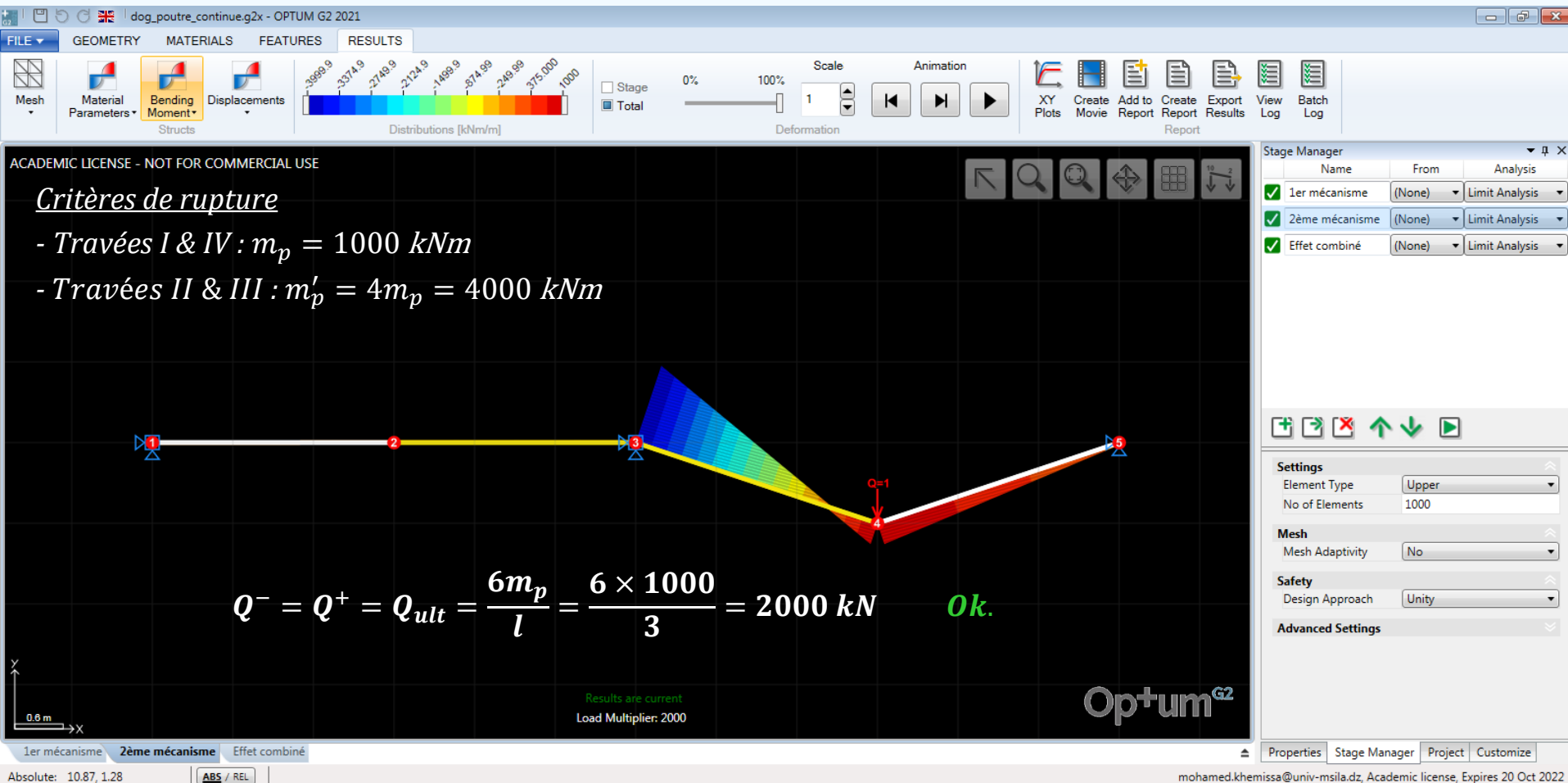
• Poutre continue : Validation numérique

➤ 1^{er} mécanisme de ruine



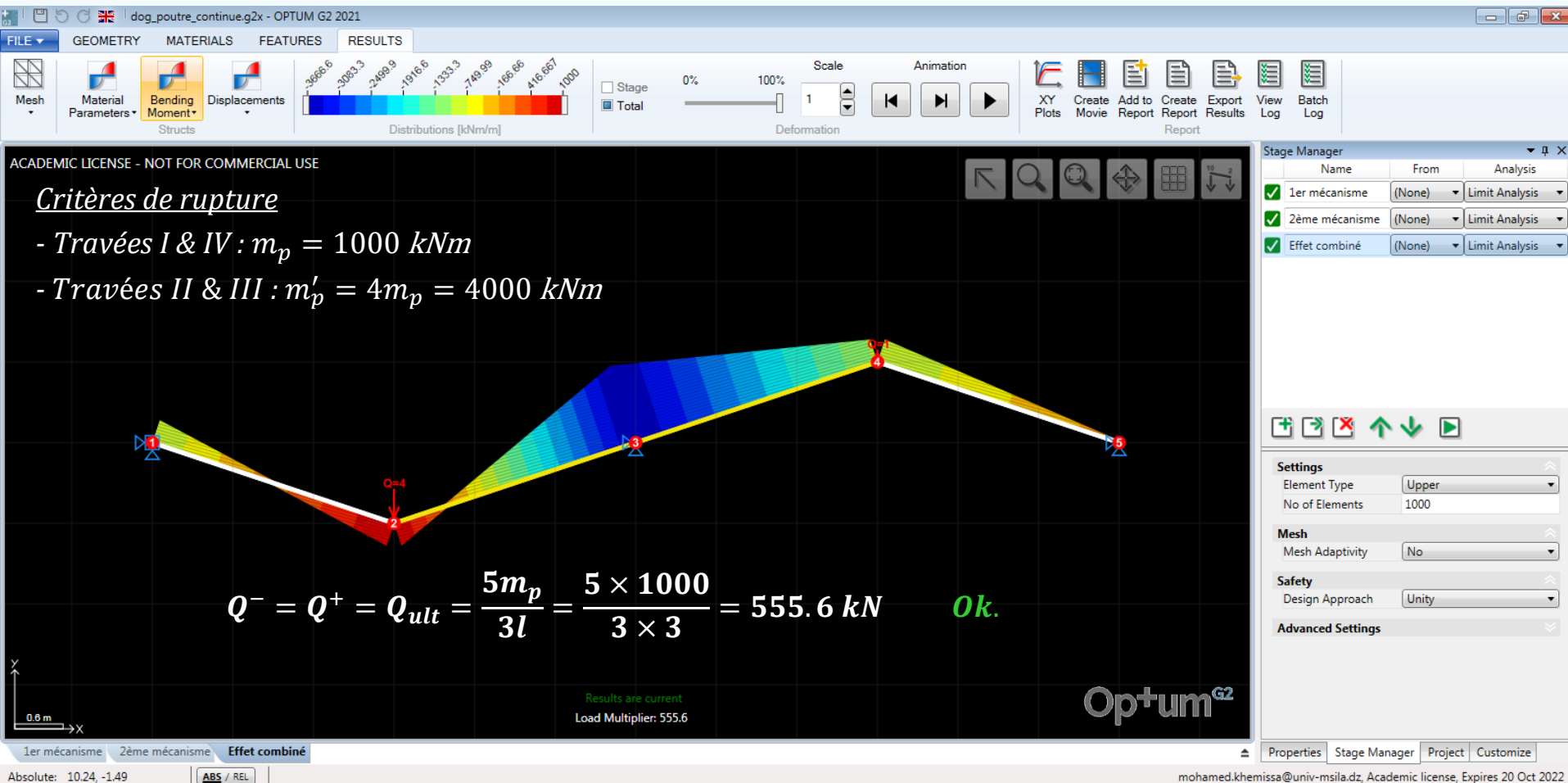
Exemples d'application

- Poutre continue : Validation numérique**
 - 2^{ème} mécanisme de ruine



Exemples d'application

- Poutre continue : Validation numérique**
 - **Effet combiné**

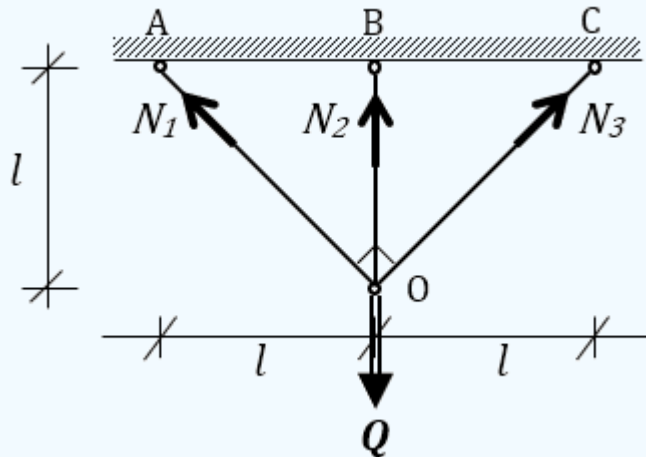


□ Exemples d'application

• **Treillis : Calculs analytiques**

➤ **Problème (EFS du 19/01/2020)**

Ex. 2 (10 points) Déterminer les bornes inférieure Q^- et supérieure Q^+ du chargement potentiellement supportable de la structure ci-dessous, où Q désigne la charge appliquée. Commenter ensuite les résultats trouvés.



Critère de rupture : $|N_i| \leq L ; i = 1,2,3$

L - chargement limite

Exemples d'application

Treillis : Calculs analytiques

Solution (EFS du 19/01/2020)

Rep. 2 :

- Borne inférieure (approche statique par l'intérieur) :

$$\begin{aligned} \bullet \sum F_x &= 0 & \Rightarrow N_1 &= N_3 \\ \bullet \sum F_y &= 0 & \Rightarrow N_1\sqrt{2} + N_2 &= Q \\ \bullet \sum M_{/O} &= 0 & \Rightarrow & \text{(solution triviale)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{Borne inférieure : } Q^- = (1 + \sqrt{2})L$$

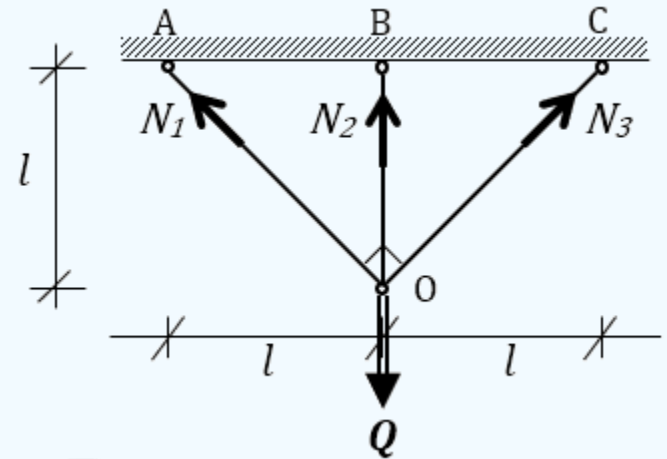
- Borne supérieure (approche cinématique par l'extérieur) :

$$\begin{aligned} \bullet \mathcal{P}_{ext} &= \bar{Q} \cdot \dot{\bar{q}} = Ql\dot{\epsilon} \\ \bullet \mathcal{P}_{int} &= \sum_{i=1,3} N_i l_i \dot{\epsilon} = N_1 l \dot{\epsilon} \frac{\sqrt{2}}{2} + N_2 l \dot{\epsilon} + N_3 l \dot{\epsilon} \frac{\sqrt{2}}{2} = (N_2 + N_1\sqrt{2})l\dot{\epsilon} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{Borne supérieure : } Q^+ = (1 + \sqrt{2})L$$

- Commentaire : Les deux bornes coïncident avec la solution exacte

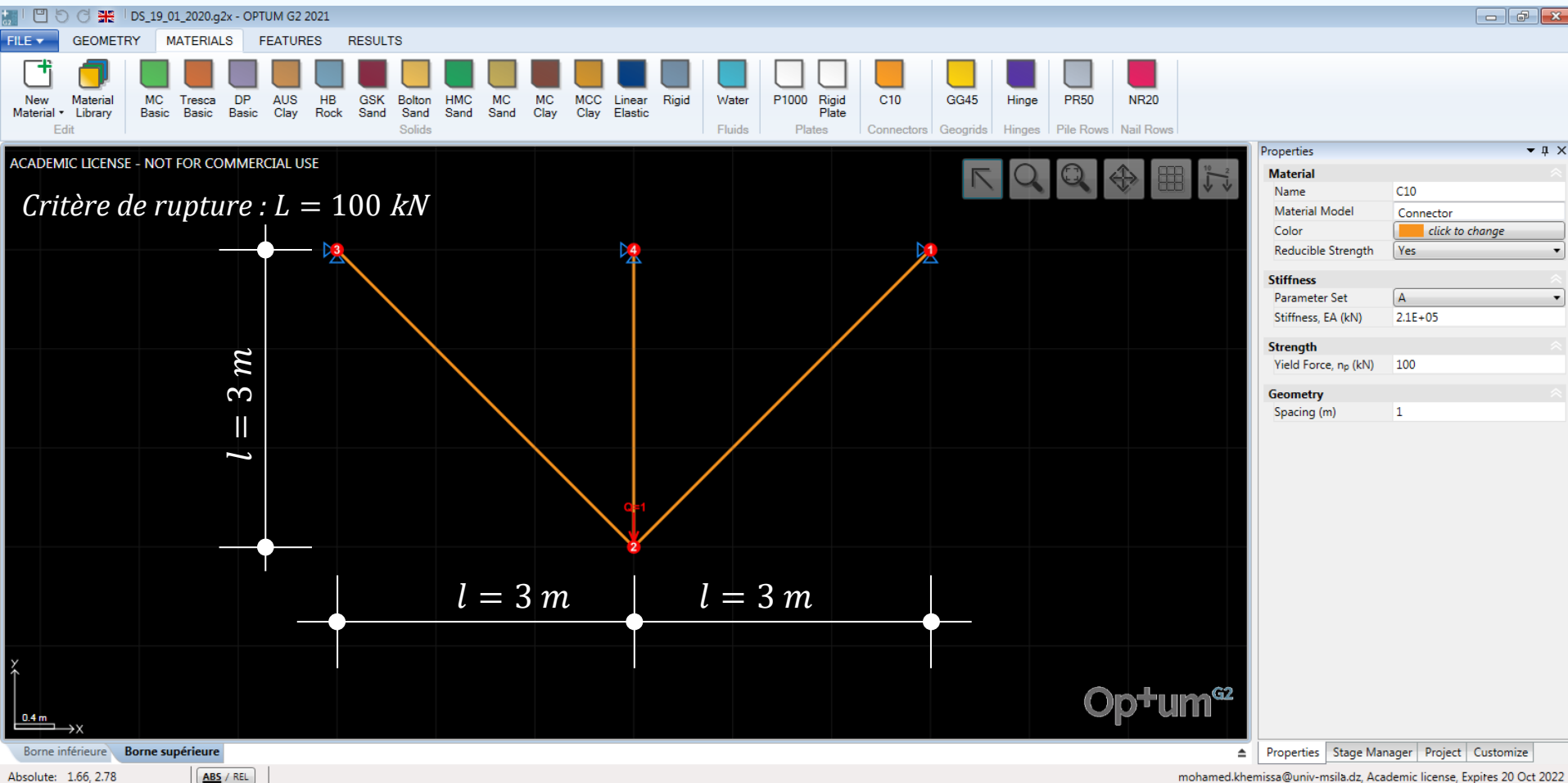
$$\Rightarrow Q^- = Q^+ = Q_{ult} = (1 + \sqrt{2})L$$



Exemples d'application

Treillis : Validation numérique

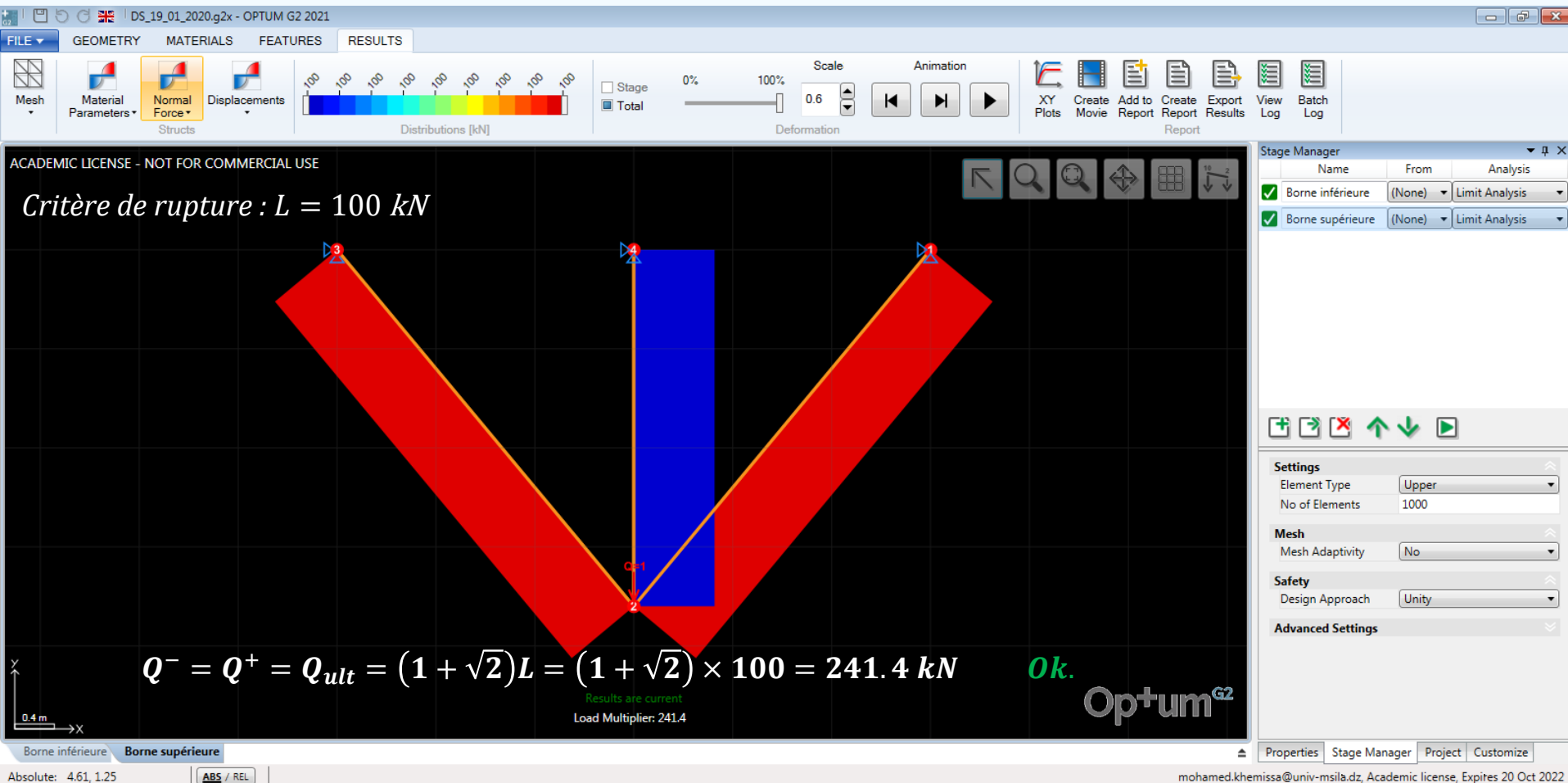
Données des calculs (EFS du 19/01/2020)



Exemples d'application

Treillis : Validation numérique

➤ Résultats des calculs (EFS du 19/01/2020)

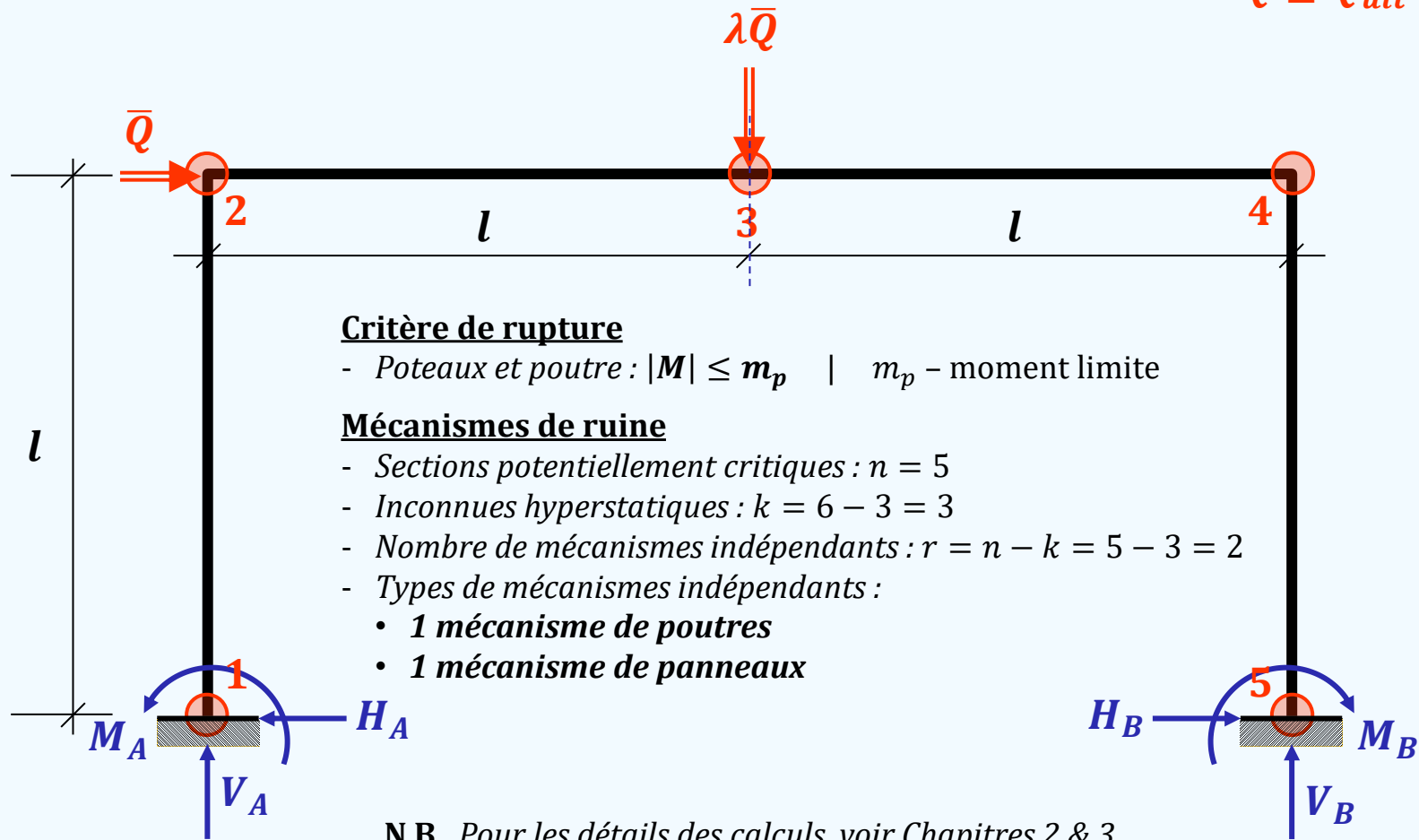


Exemples d'application

Portique 1 : Calculs analytiques

Formulaire

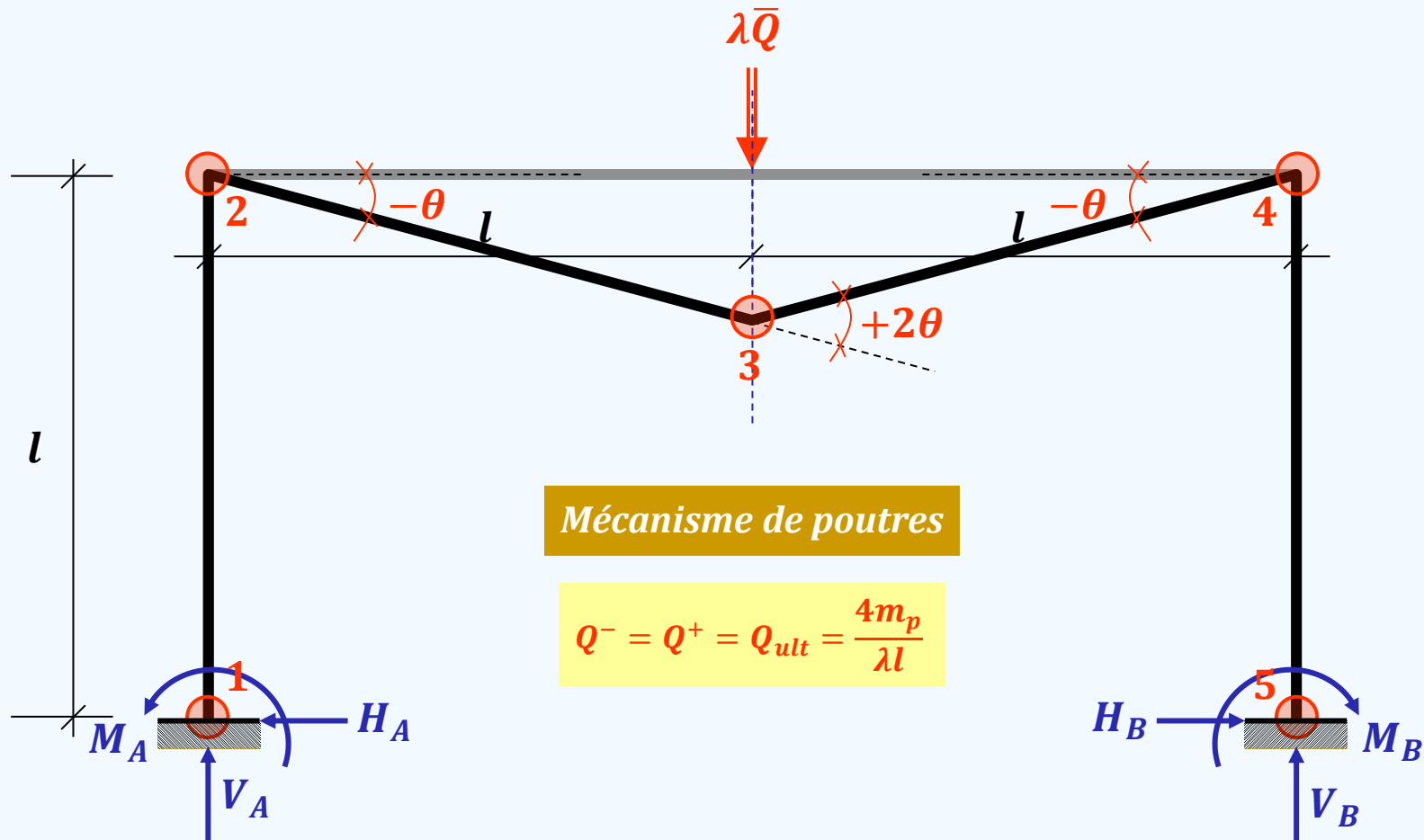
$$\bar{Q} \leq \bar{Q}_{ult} = ?$$



Exemples d'application

Portique 1 : Calculs analytiques

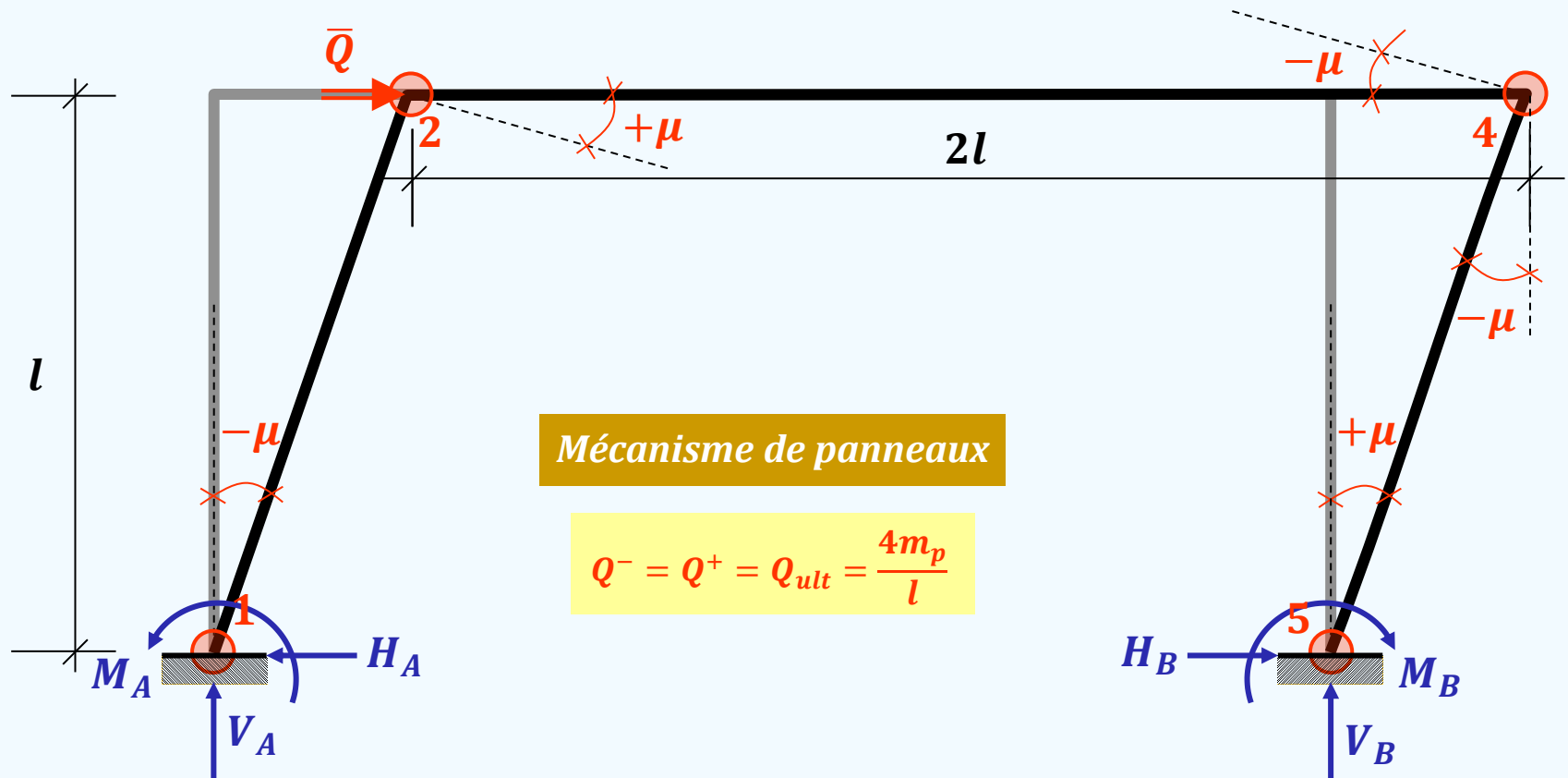
➤ Mécanisme de ruine : Mécanisme de poutres



Exemples d'application

Portique 1 : Calculs analytiques

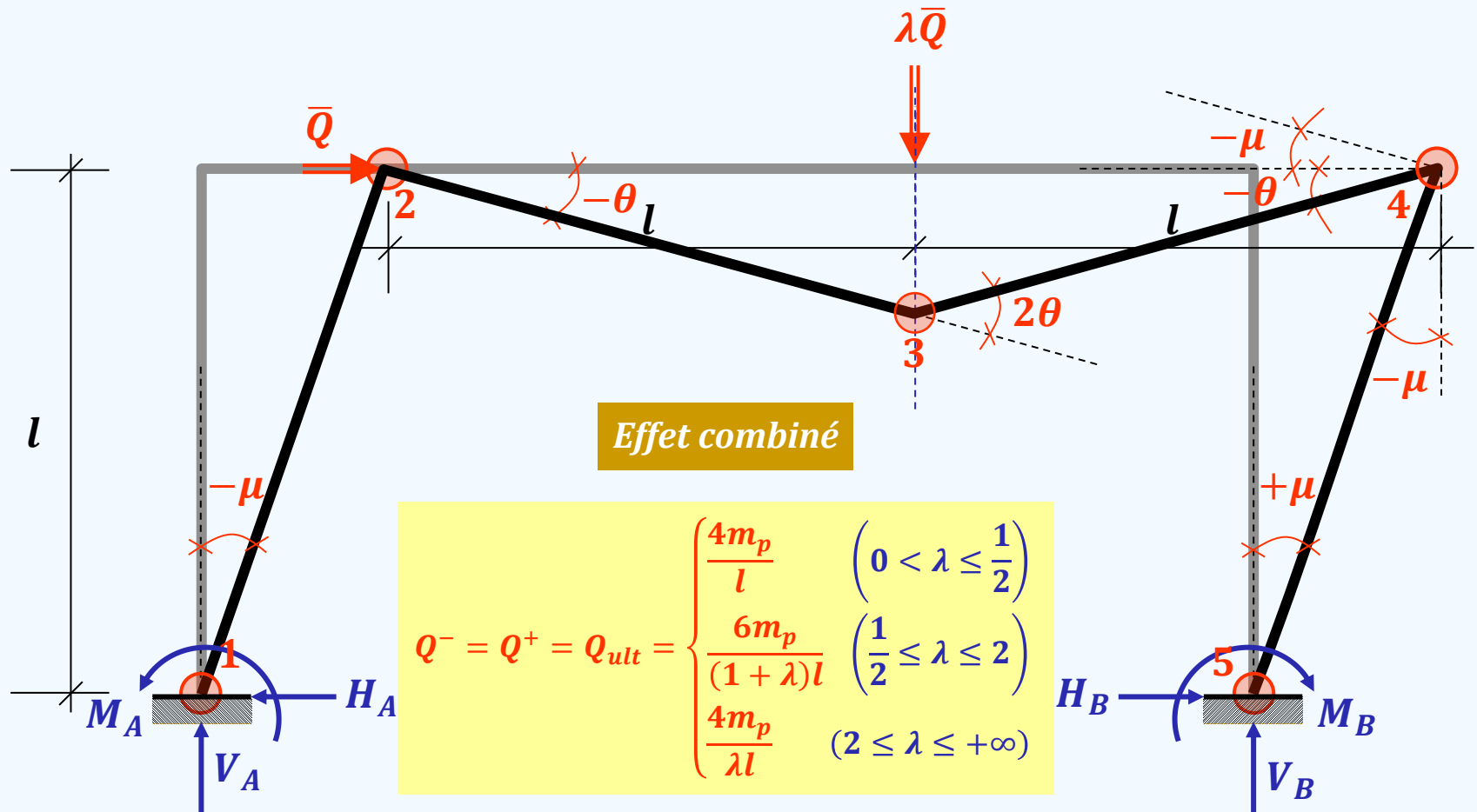
➤ Mécanisme de ruine : Mécanisme de panneaux



Exemples d'application

Portique 1 : Calculs analytiques

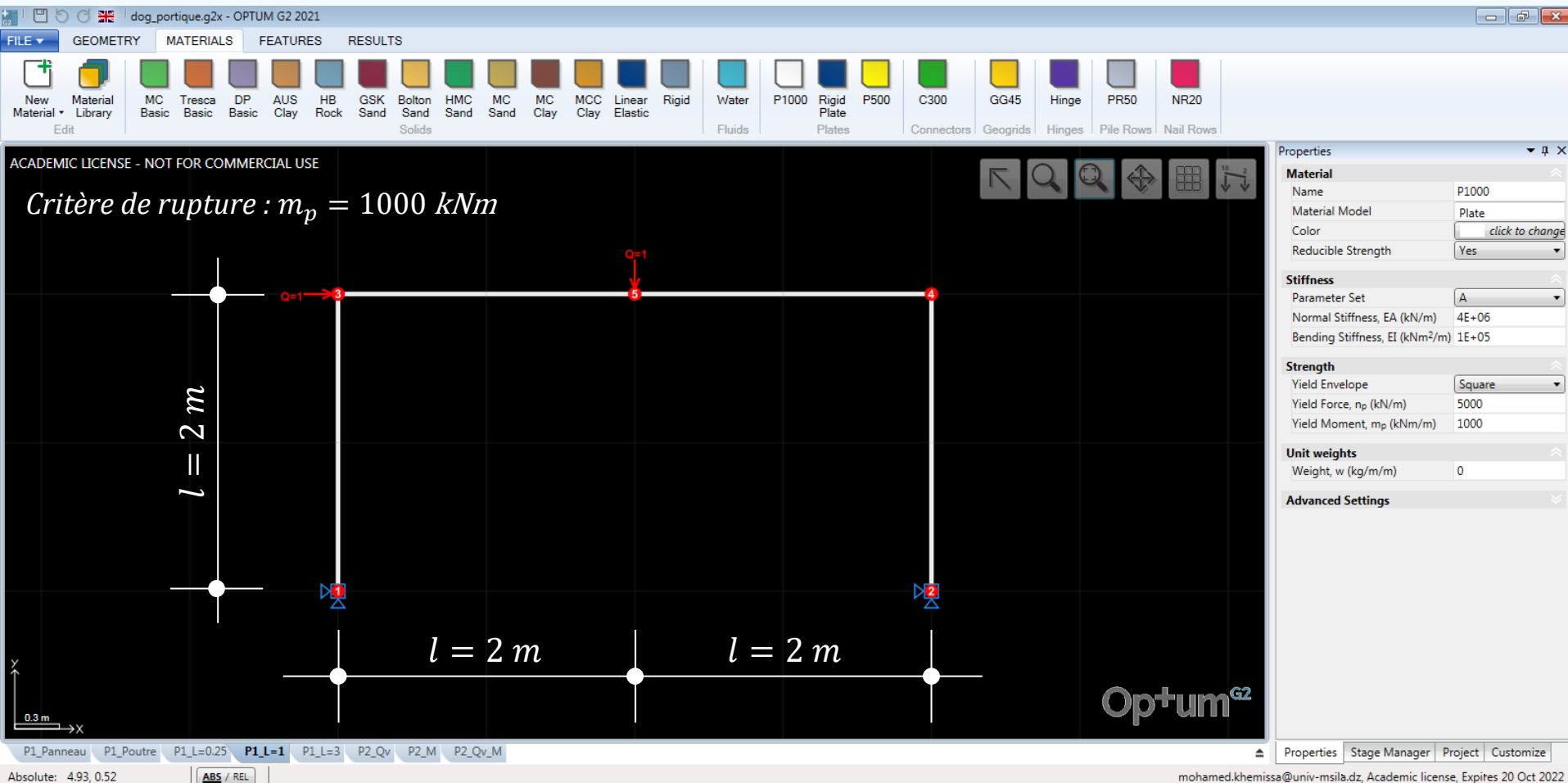
➤ Mécanisme de ruine : Effet combiné



Exemples d'application

Portique 1 : Validation numérique

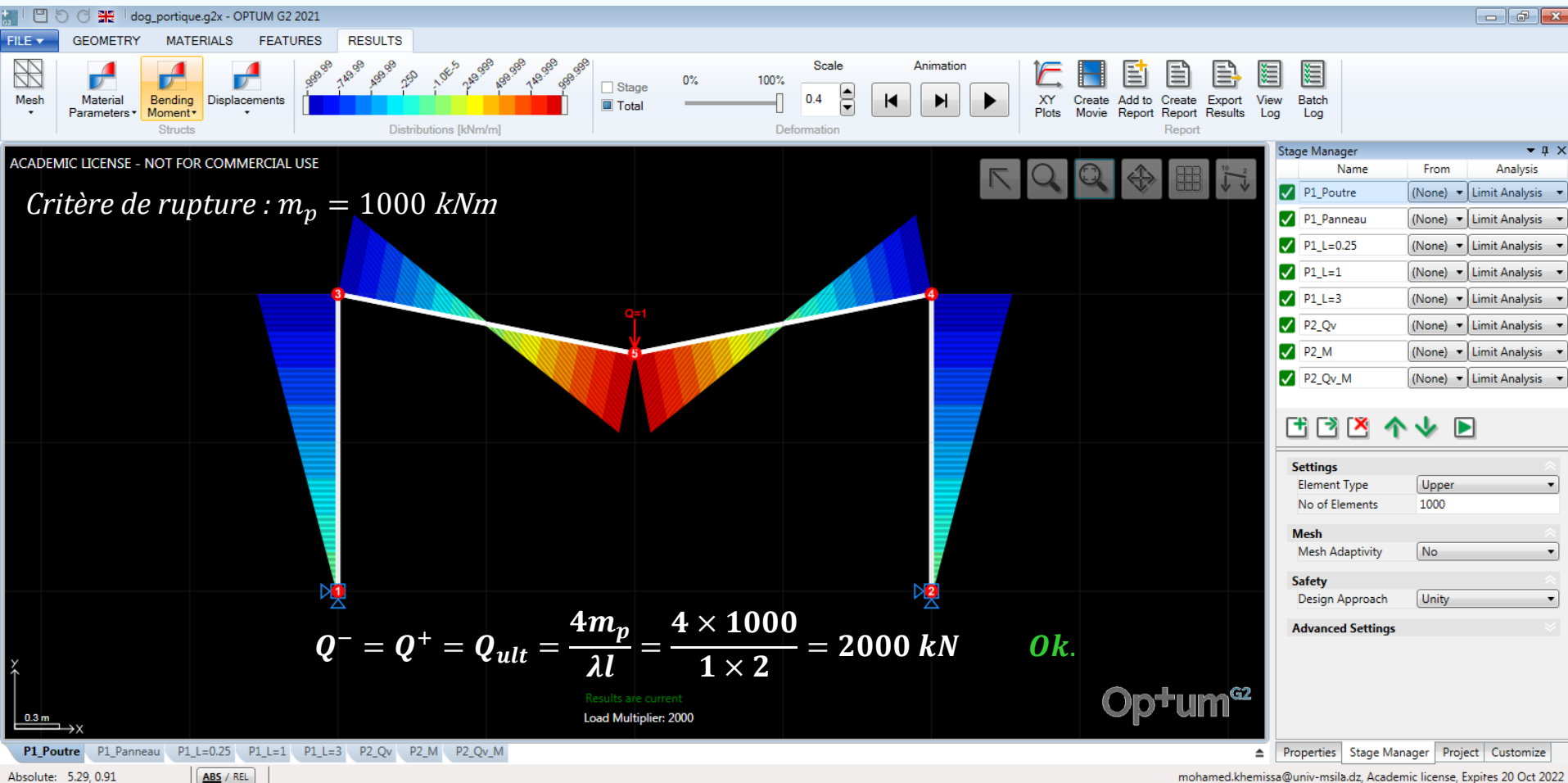
Données des calculs



Exemples d'application

Portique 1 : Validation numérique

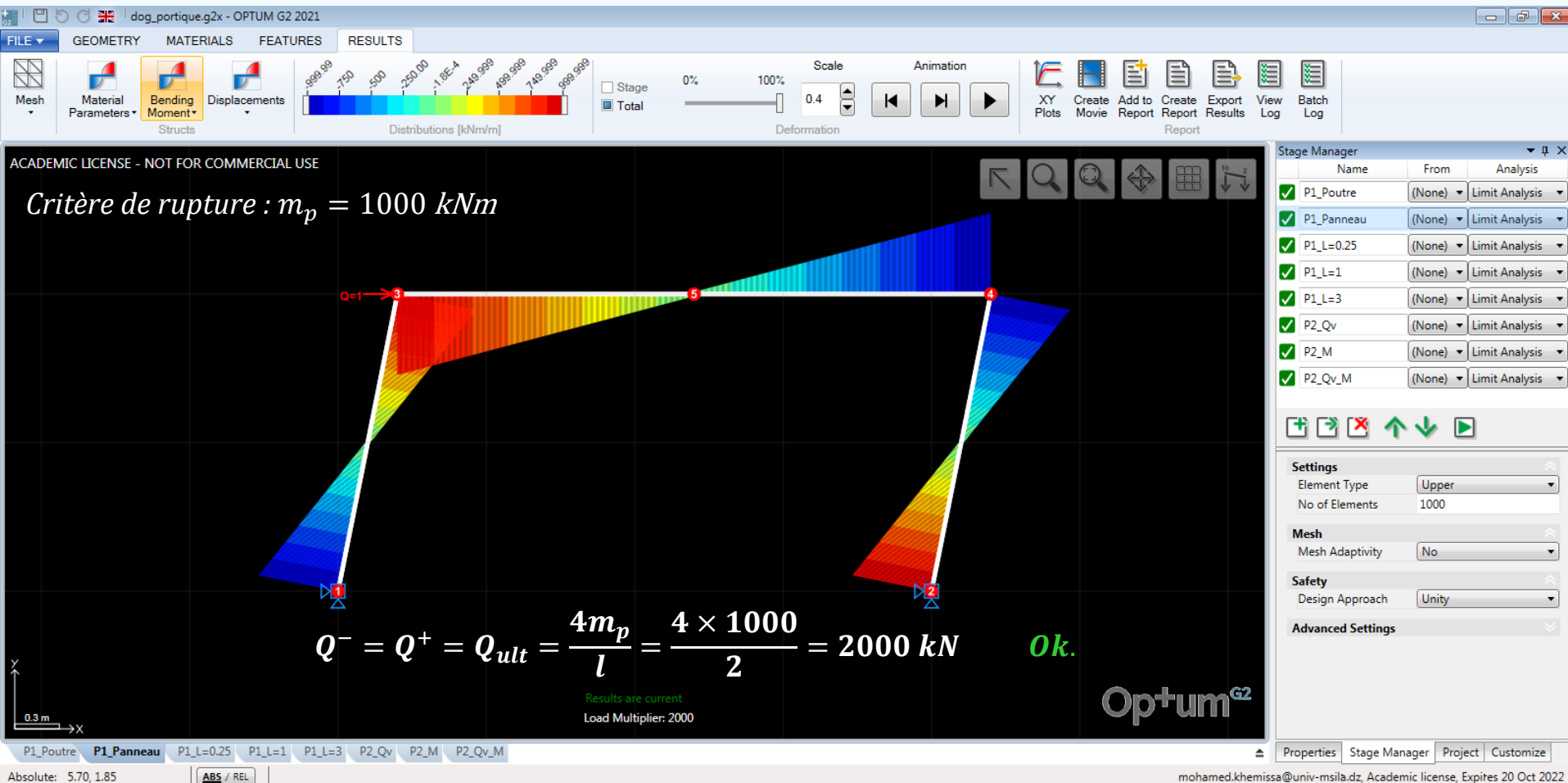
➤ Résultats des calculs : Mécanisme de poutres



Exemples d'application

Portique 1 : Validation numérique

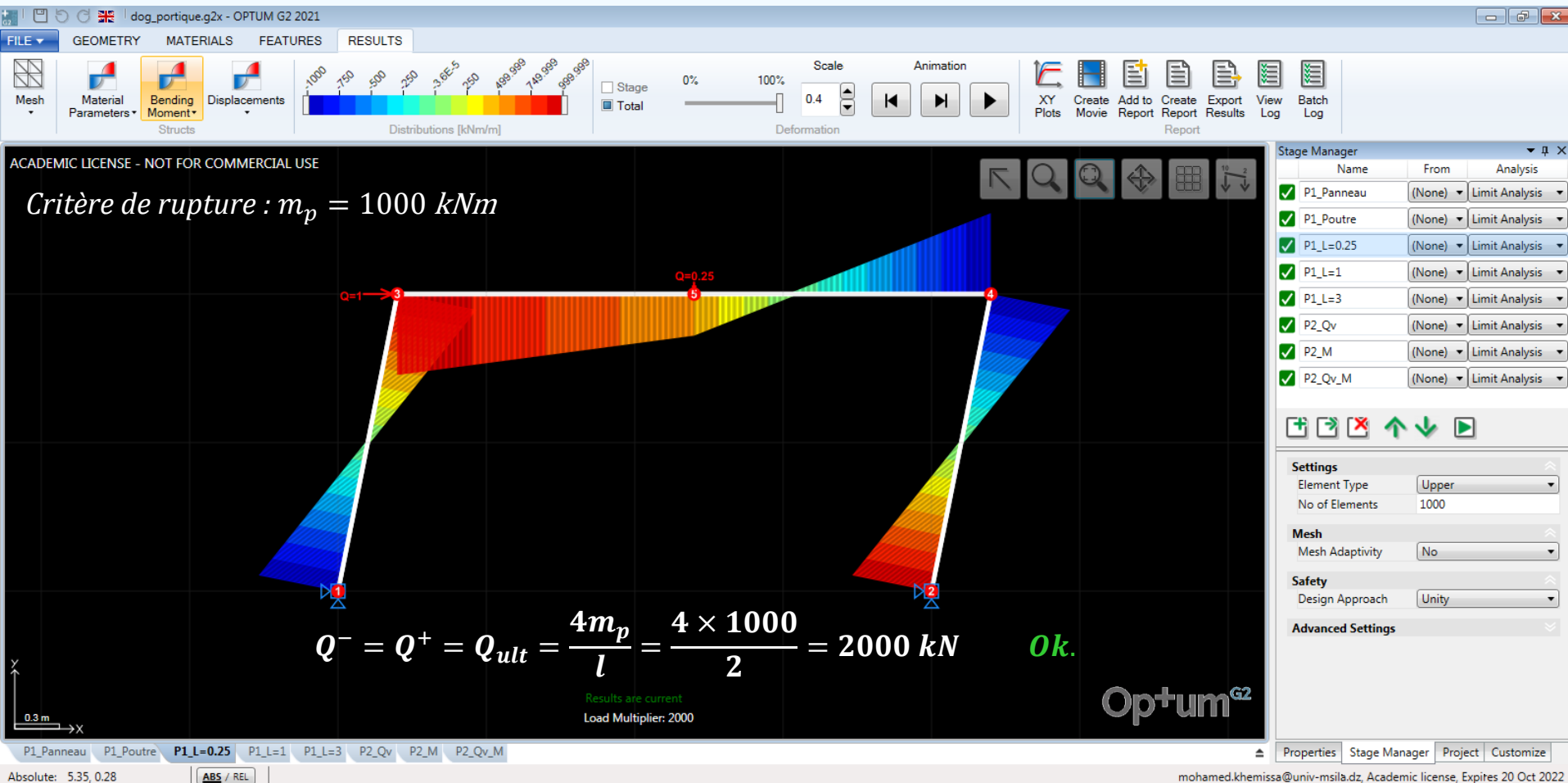
➤ Résultats des calculs : Mécanisme de panneaux



Exemples d'application

Portique 1 : Validation numérique

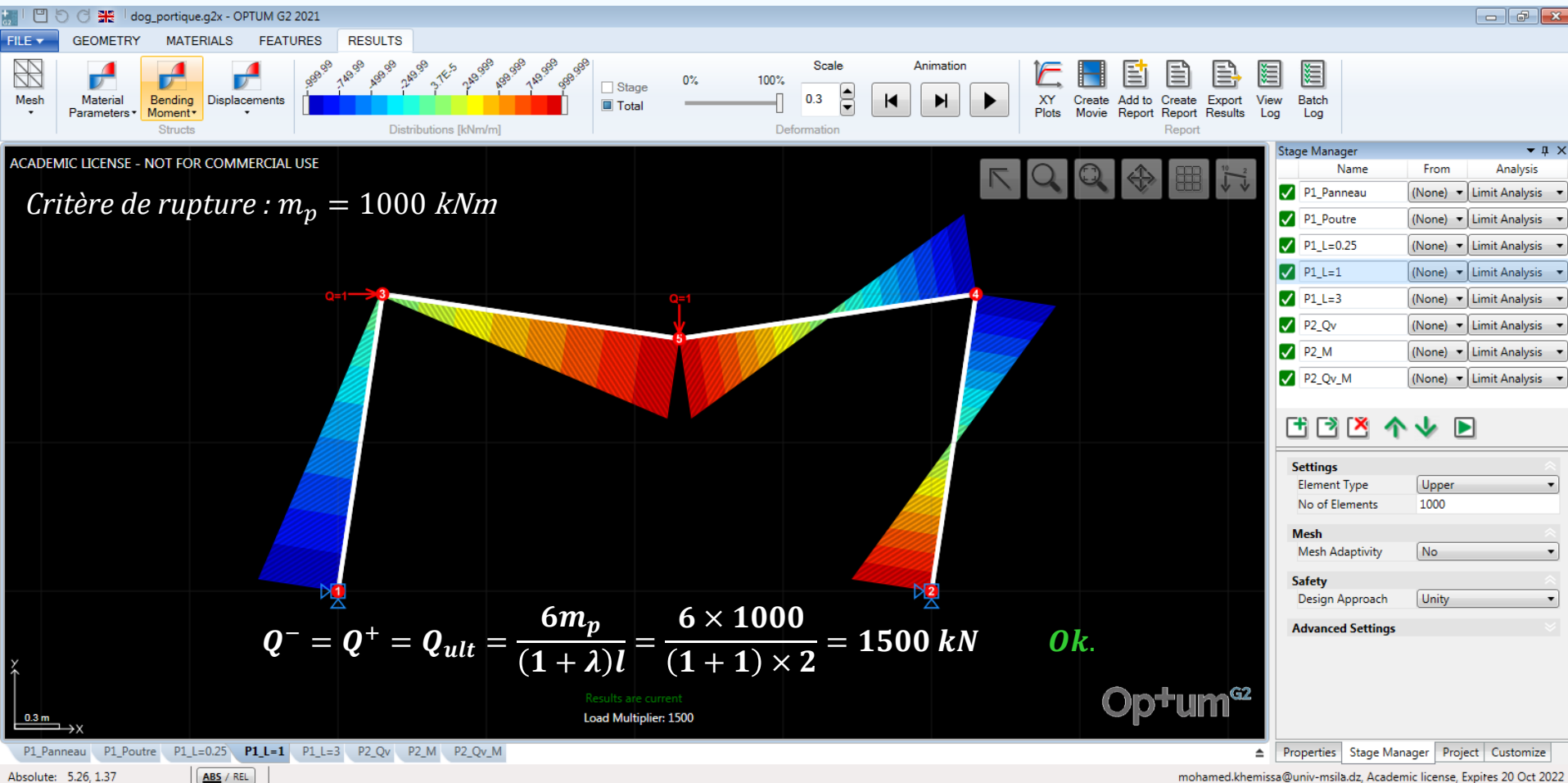
➤ Résultats des calculs : Effet combiné ($\lambda = 0.25$)



Exemples d'application

Portique 1 : Validation numérique

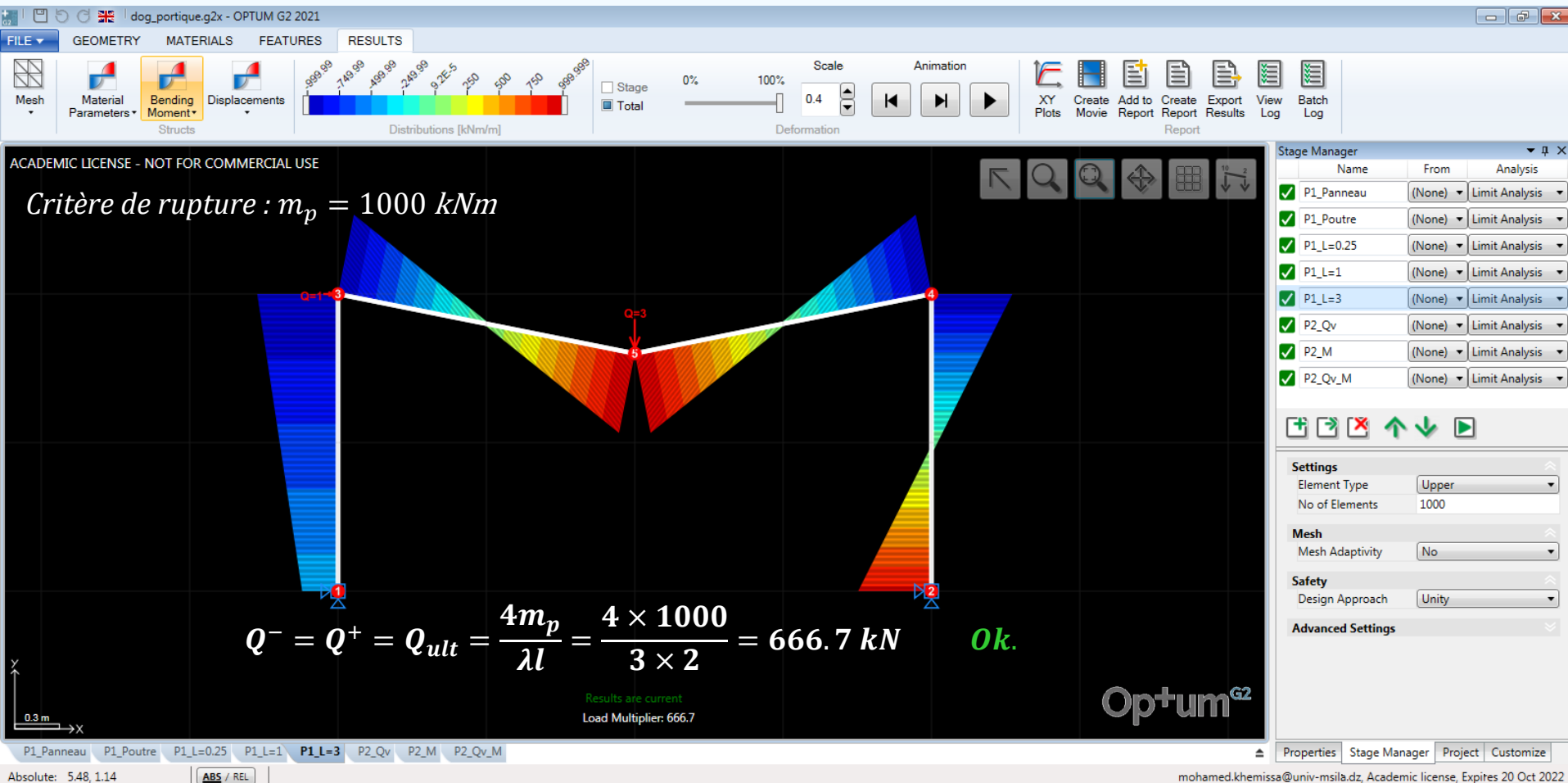
➤ Résultats des calculs : Effet combiné ($\lambda = 1$)



Exemples d'application

Portique 1 : Validation numérique

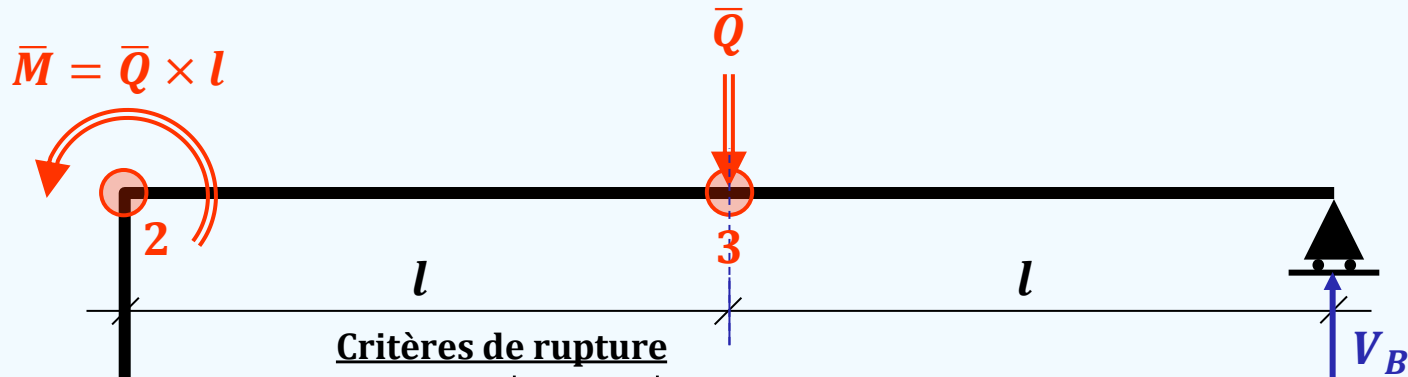
➤ Résultats des calculs : Effet combiné ($\lambda = 3$)



Exemples d'application

Portique 2 : Calculs analytiques

Formulaire



Critères de rupture

- Poteau : $|M_{\text{poteau}}| \leq \alpha_1 m_p$

- Poutre : $|M_{\text{poutre}}| \leq \alpha_2 m_p$

m_p – moment limite

α_1 et α_2 – paramètres de dimensionnement (paramètres de résistance)

Mécanismes de ruine

- Sections potentiellement critiques : $n = 3$

- Inconnues hyperstatiques : $k = 4 - 3 = 1$

- Nombre de mécanismes indépendants : $r = n - k = 3 - 1 = 2$

- Types de mécanismes indépendants :

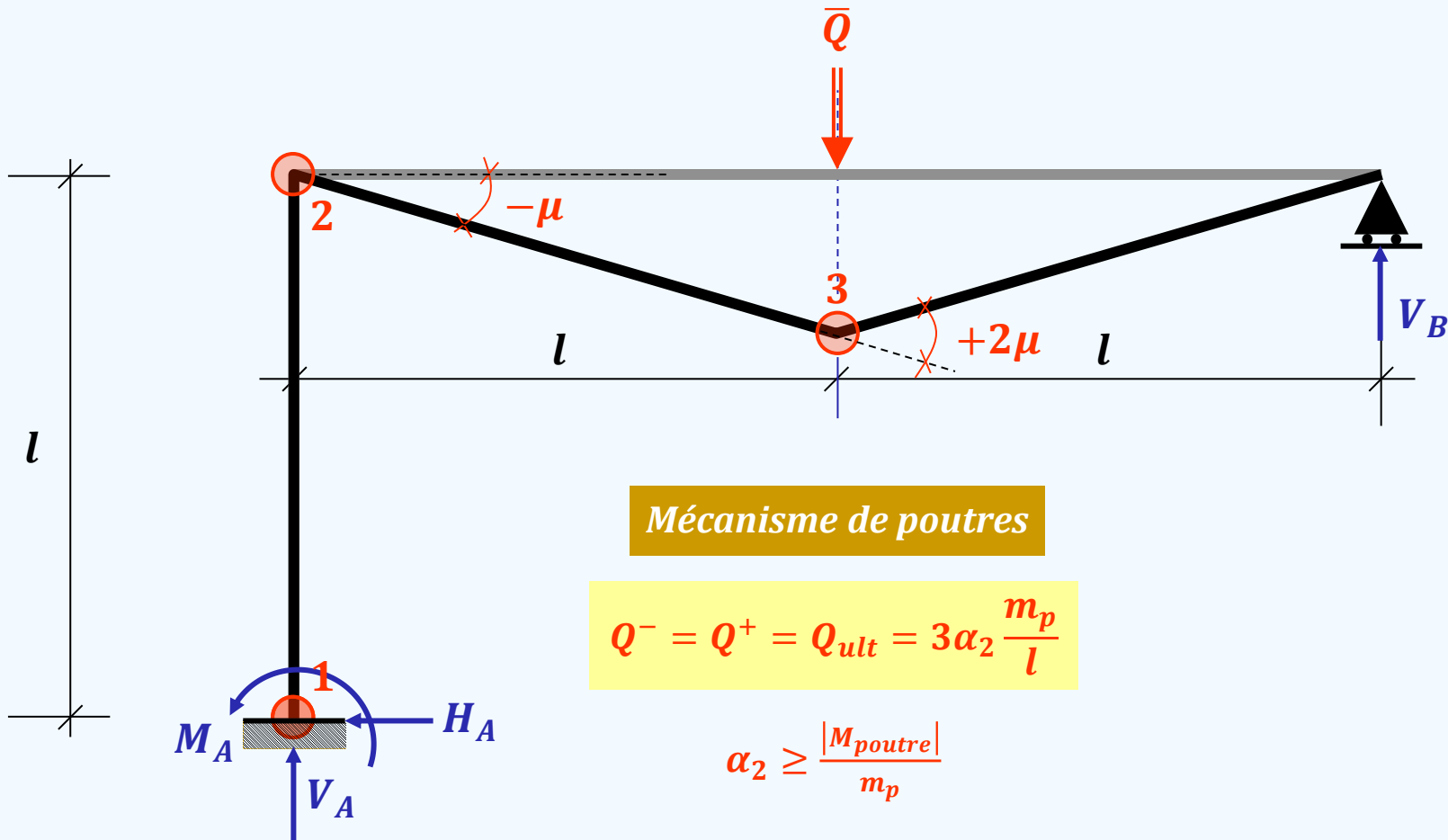
- 1 mécanisme de poutres
- 1 mécanisme de nœuds

N.B. Pour les détails des calculs, voir Chapitres 2 & 3

□ Exemples d'application

• **Portique 2 : Calculs analytiques**

➤ Mécanisme de ruine : Mécanisme de poutres (Effet de la charge $\bar{Q}$)

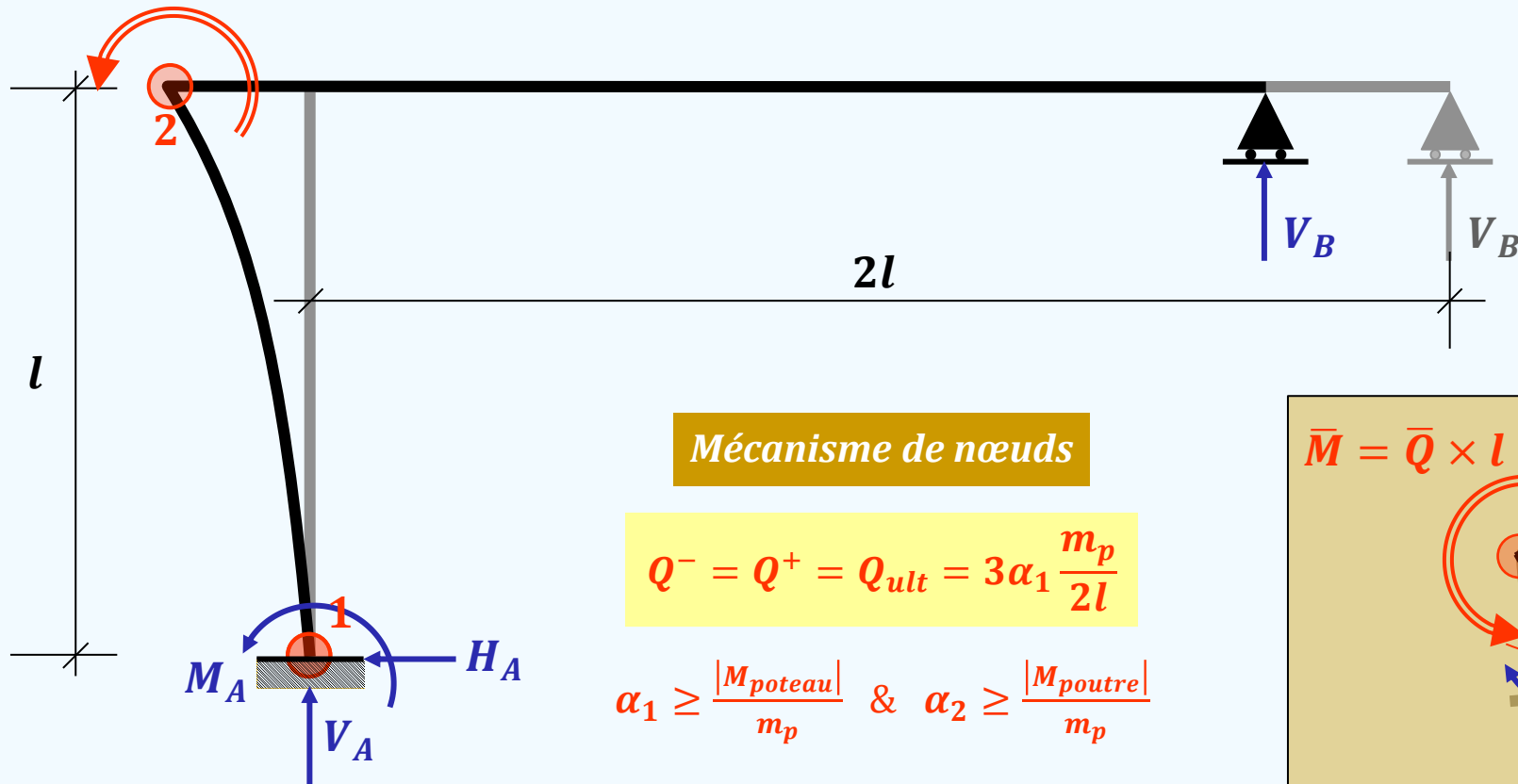


Exemples d'application

Portique 2 : Calculs analytiques

➤ Mécanisme de ruine : Mécanisme de nœuds (Effet du moment $\bar{M}$)

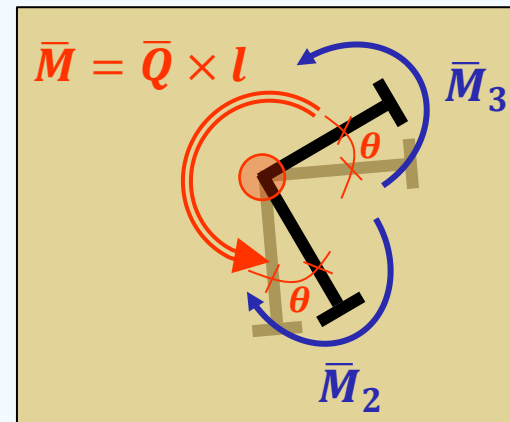
$$\bar{M} = \bar{Q} \times l$$



Mécanisme de nœuds

$$Q^- = Q^+ = Q_{ult} = 3\alpha_1 \frac{m_p}{2l}$$

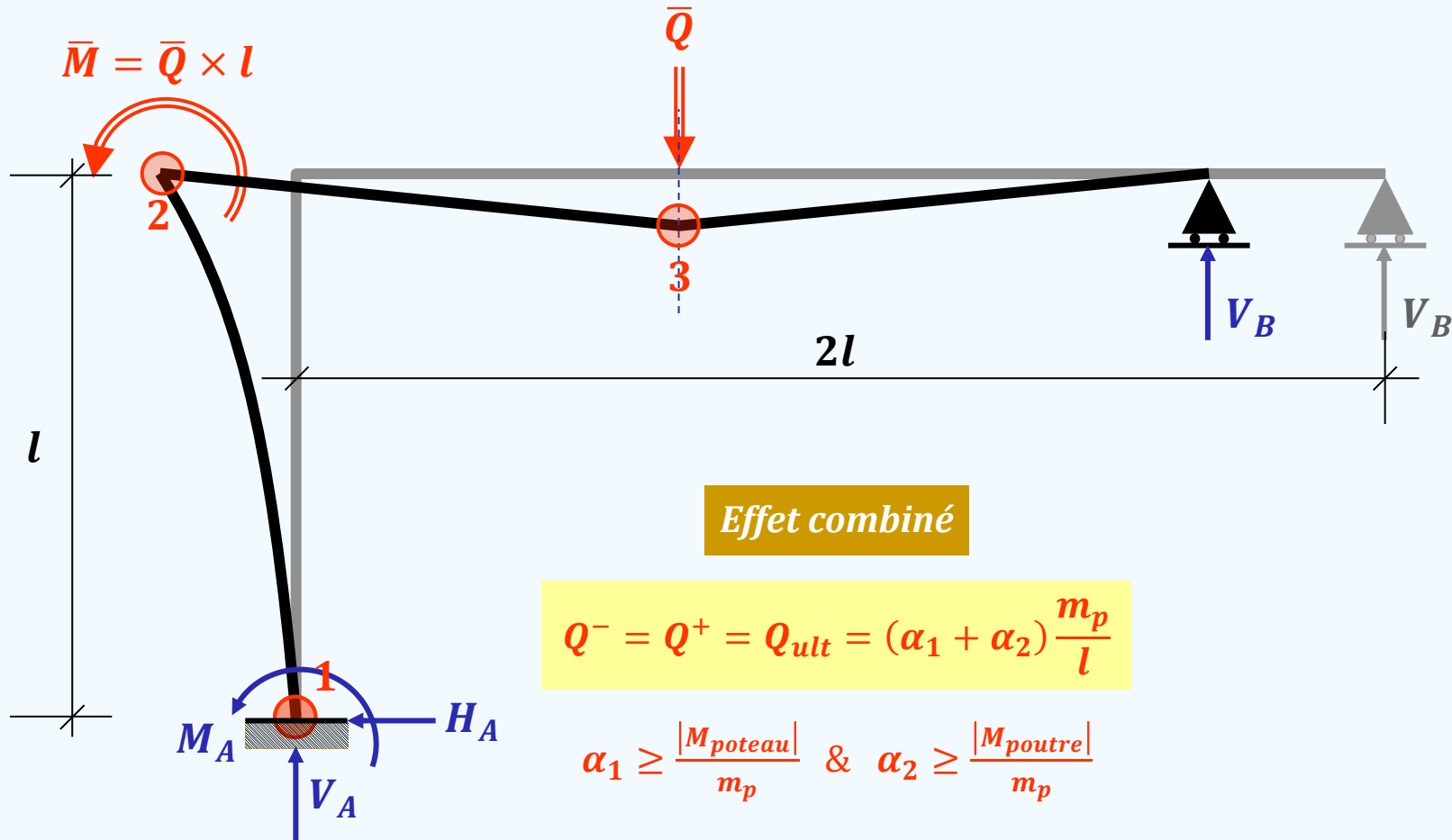
$$\alpha_1 \geq \frac{|M_{poteau}|}{m_p} \quad \& \quad \alpha_2 \geq \frac{|M_{poutre}|}{m_p}$$



Exemples d'application

Portique 2 : Calculs analytiques

➤ Mécanisme de ruine : Effet combiné de $\bar{Q}$ et $\bar{M}$



Exemples d'application

Portique 2 : Validation numérique

Données des calculs

dog_portique.g2x - OPTUM G2 2021

FILE GEOMETRY MATERIALS FEATURES RESULTS

New Material Material Library Edit

MC Basic Tresca Basic DP Basic AUS Clay HB Rock GSK Sand Bolton Sand HMC Sand MC Sand MC Clay MCC Clay Linear Elastic Rigid Water P1000 Rigid Plate P500 C300 GG45 Hinge PR50 NR20

ACADEMIC LICENSE - NOT FOR COMMERCIAL USE

Critère de rupture : $m_p = 1000 \text{ kNm}$

Paramètres de dimensionnement

- Poteau ($m_{p/poteau} = m_p = 1000 \text{ kNm}$) : $\alpha_1 = 1$
- Poutre ($m_{p/poutre} = m_p/2 = 500 \text{ kNm}$) : $\alpha_2 = 1/2$

Properties

Material

Name P1000

Material Model Plate

Color [click to change](#)

Reducible Strength Yes

Stiffness

Parameter Set A

Normal Stiffness, EA (k 4E+06

Bending Stiffness, EI (k 1E+05

Strength

Yield Envelope Square

Yield Force, n_p (kN/m) 5000

Yield Moment, m_p (kN 1000

Unit weights

Weight, w (kg/m/m) 0

Advanced Settings

P1_Panneau P1_Poutre P1_L=0.25 P1_L=1 P1_L=3 P2_Qv P2_M P2_Qv_M

Absolute: 3.47, 0.81

ABS / REL

Optum G2

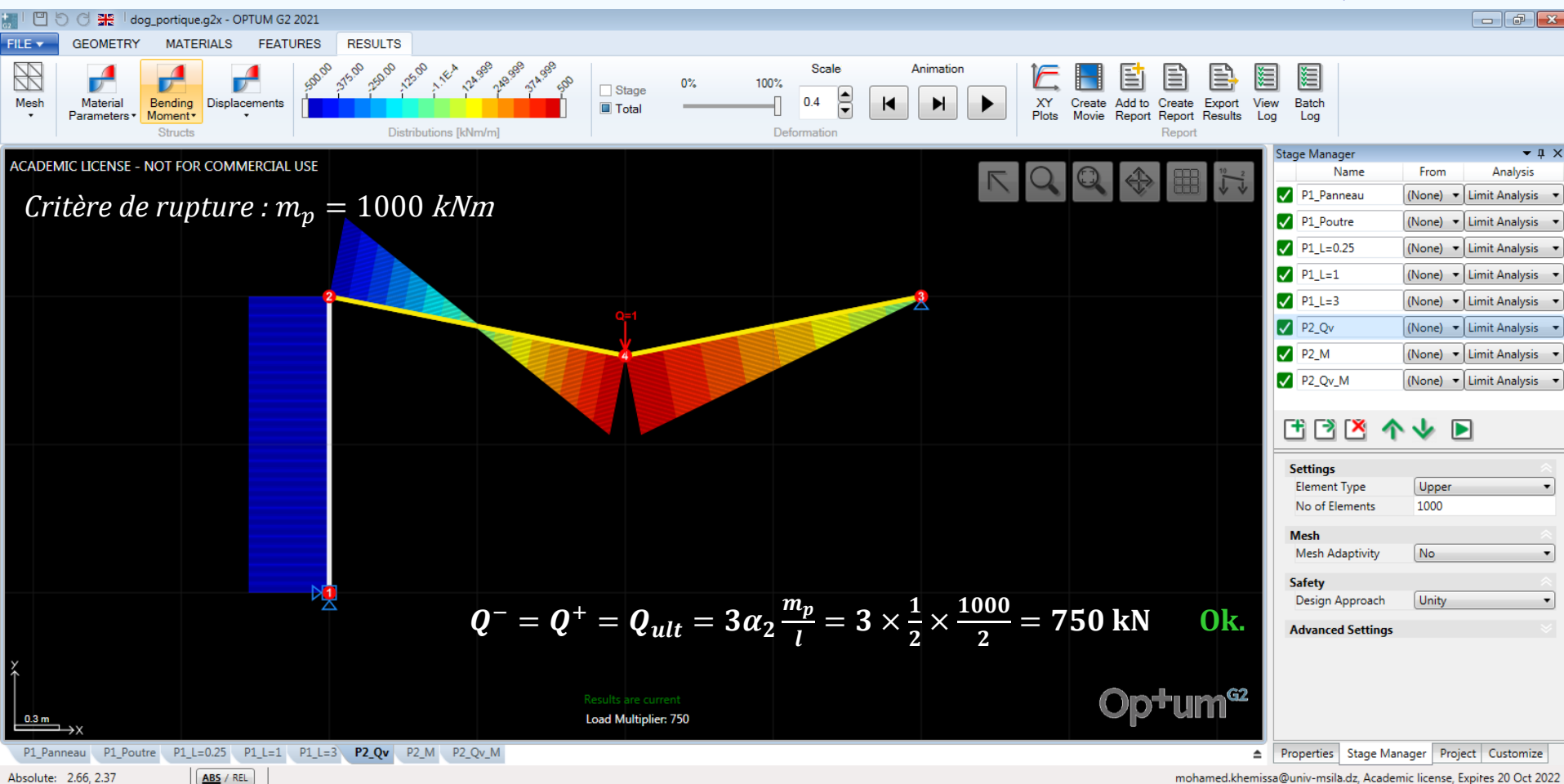
Properties Stage Manager Project Customize

mohamed.khemissa@univ-msila.dz, Academic license, Expires 20 Oct 2022

Exemples d'application

Portique 2 : Validation numérique

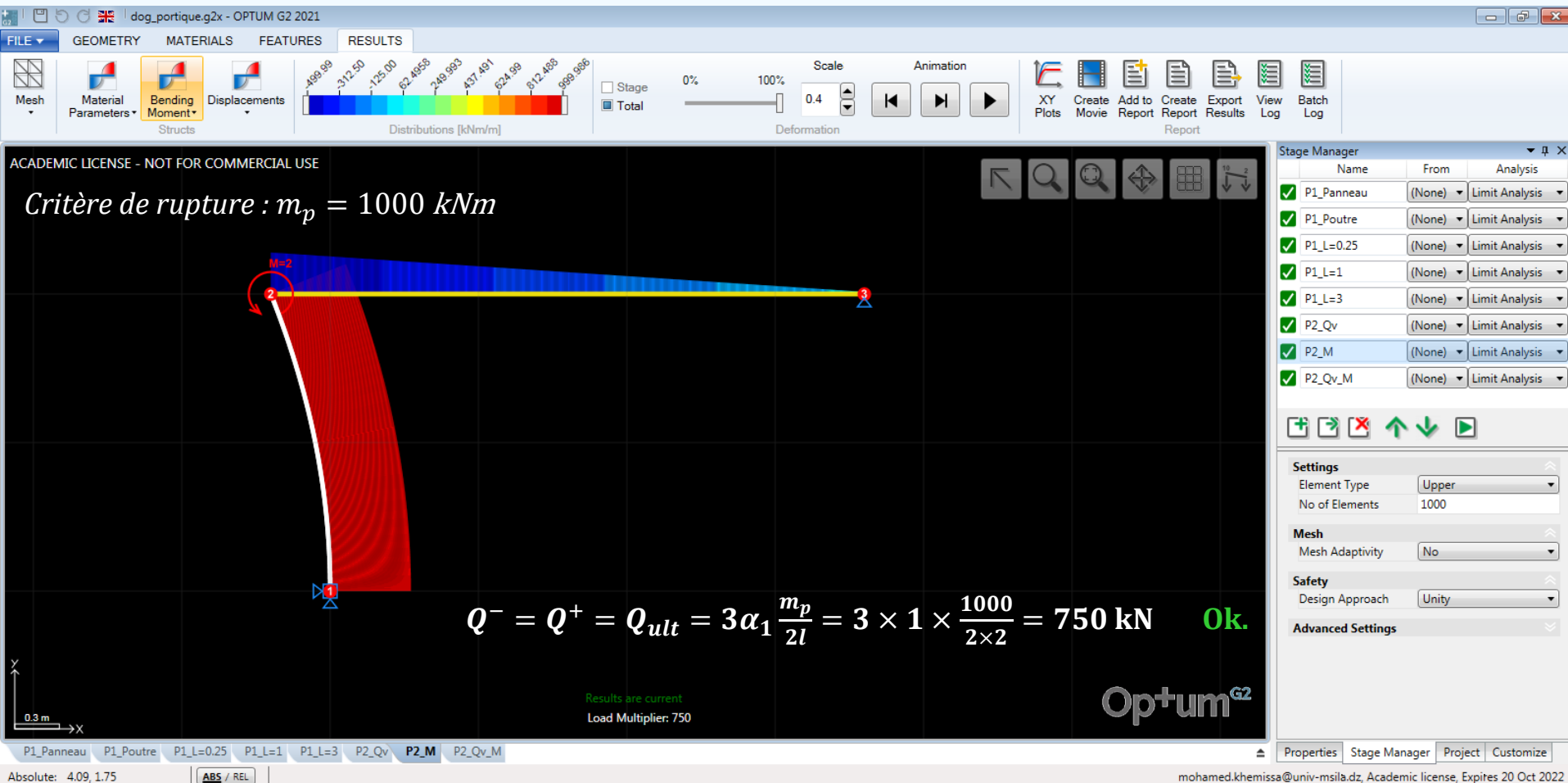
➤ Résultats des calculs : Mécanisme de poutres (Effet de la charge $\bar{Q}$)



Exemples d'application

Portique 2 : Validation numérique

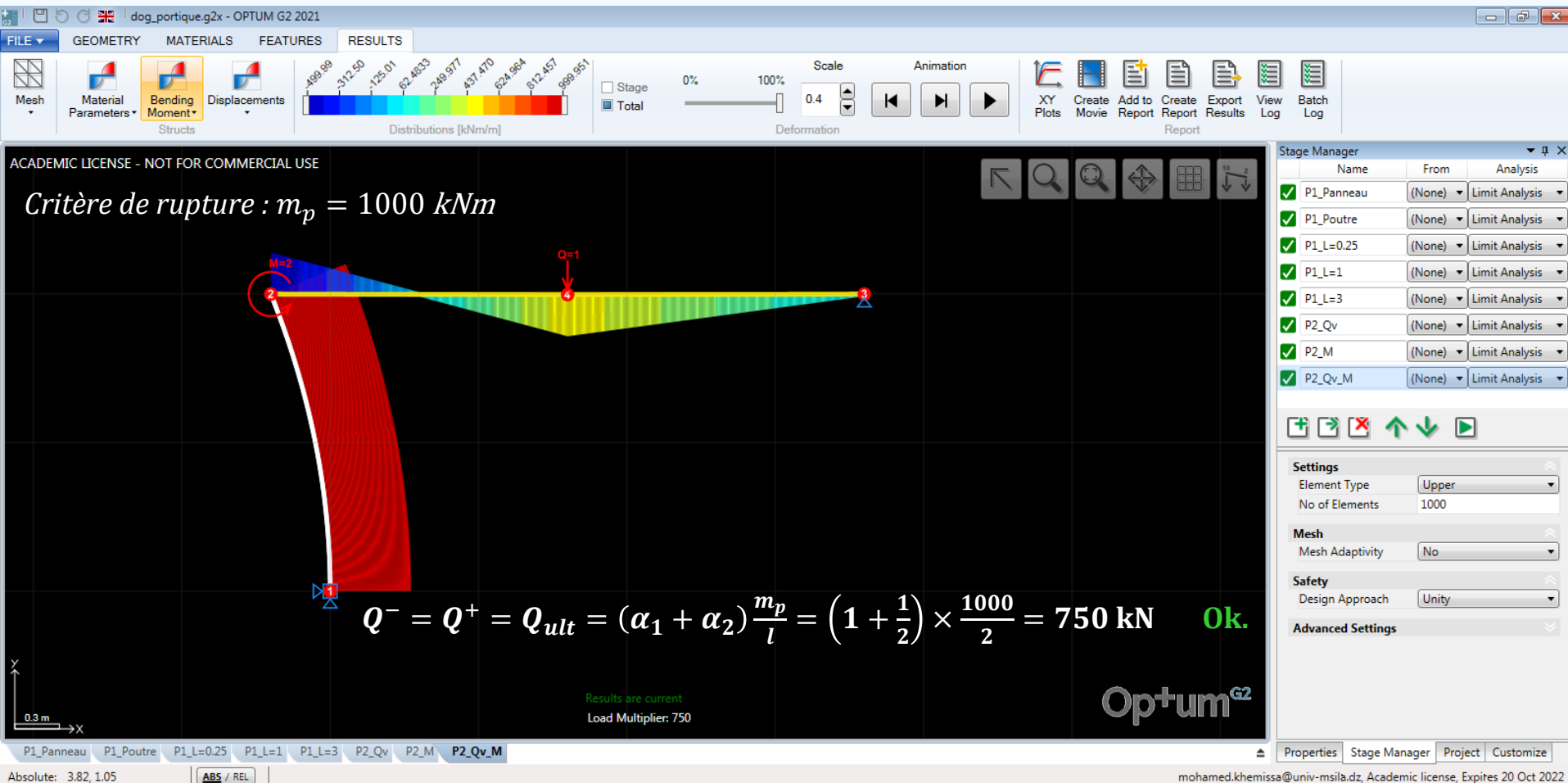
➤ Résultats des calculs : Mécanisme de nœuds (Effet du moment $\bar{M}$)



Exemples d'application

Portique 2 : Validation numérique

➤ Résultats des calculs : Effet combiné



Merci de votre attention

Fin du Quatrième Chapitre