

Interrogation - Corrigé
S3 - Master Géotechnique

Question 01 : (04 points)

Classer dans la case convenable dans l'ordre les numéros des termes suivants :

1. Variance
2. Moyenne
3. Ecart type
4. Médiane
5. Etendue
6. Quartiles
7. Mode

Réponse 01 :

Indicateurs de Tendance centrale			
2	4	6	7

Indicateurs de dispersion			
1	3	5	

Question 02 : (04 points)

L'essai consiste à subir à l'échantillon soumis à une contrainte verticale σ donnée, une contrainte de cisaillement croissante τ jusqu'à la rupture de l'échantillon par cisaillement.

Prenons l'exemple de l'essai de cisaillement non drainé sur un échantillon marneux de Boudouaou à Boumerdès. Les contraintes normales appliquées sont de 100, 200 et 300 kPa.

Les résultats sont encadrés dans le tableau suivant :

σ (kPa)	100	200	300
τ (kPa)	30	50	70

Supposant que les valeurs de (τ, σ) sont des variables aléatoires.

Travail demandé :

1. Déterminer les caractéristiques de **position** (moyenne, médiane et mode).
2. Déterminer les caractéristiques de **dispersion** (variance, et écart type).

Réponse 02 :

Variable	Caractéristiques de position		
	Moyenne	Médiane	Mode
Contrainte verticale σ	$\bar{\sigma} = \frac{1}{3}(100 + 200 + 300) = 200$	200	NI
Contrainte de cisaillement τ	$\bar{\tau} = \frac{1}{3}(30 + 50 + 70) = 50$	50	NI

Caractéristiques de **dispersion**

$$Var(\sigma) = \frac{1}{n-1} \sum (\sigma_i - \bar{\sigma})^2 = \frac{1}{2} [(100 - 200)^2 + (200 - 200)^2 + (300 - 200)^2] = 10000$$

$$EType \sigma = \sqrt{var(\sigma)} = 100$$

$$Var(\tau) = \frac{1}{n-1} \sum (\tau_i - \bar{\tau})^2 = \frac{1}{2} [(30 - 50)^2 + (50 - 50)^2 + (70 - 50)^2] = 400$$

$$EType \tau = \sqrt{var(\tau)} = 20$$

Question 03 : (04 points)

Pour une série statistique à 2 variables x_i et y_i , la covariance pour une population est calculée par la formule :

$$\text{Cov}(x) = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Démontrer l'égalité suivante :

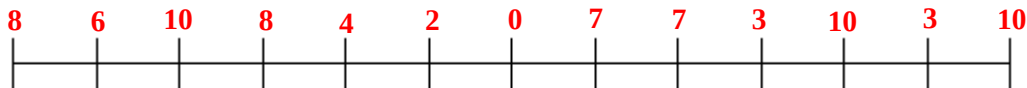
$$\text{Cov}(x) = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{x} \bar{y}$$

Réponse 03 :

$$\begin{aligned}
 \text{Cov}(x) &= \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\
 &= \frac{1}{n} \sum [x_i y_i - x_i \bar{y} - \bar{x} y_i + \bar{x} \bar{y}] \\
 &= \frac{1}{n} \left[\sum x_i y_i - \bar{y} \sum x_i - \bar{x} \sum y_i + \sum \bar{x} \bar{y} \right] \\
 &= \left(\frac{1}{n} \sum x_i y_i \right) - \frac{1}{n} \bar{y} (n \bar{x}) - \frac{1}{n} \bar{x} (n \bar{y}) + \frac{1}{n} n \bar{x} \bar{y} \\
 &= \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{y} \bar{x} - \bar{x} \bar{y} + \bar{x} \bar{y} \\
 &= \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{x} \bar{y}
 \end{aligned}$$

Question 04 : (04 points)

Soit la disposition de points Z_i , échantillons espacés de 5m la teneur en Fe est indiquée.



Calculer la valeur du semivariogramme empirique pour $h=10m$.

Réponse 04 :

8	10	4
6	8	4
10	4	36
8	2	36
4	0	16
2	7	25
0	7	49
7	3	16
7	10	9
3	3	0
10	10	0
		17.73

Interrogation - Corrigé
S3 - Master Géotechnique

Question 01 : (04 points)

Classer dans la case convenable dans l'ordre les numéros des termes suivants :

1. Ecart type
2. Variance
3. Etendue
4. Quartiles
5. Moyenne
6. Médiane
7. Mode

Réponse 01 :

Indicateurs de Tendance centrale				Indicateurs de dispersion			
4	5	6	7	1	2	3	

Question 02 : (04 points)

L'essai consiste à subir à l'échantillon soumis à une contrainte verticale σ donnée, une contrainte de cisaillement croissante τ jusqu'à la rupture de l'échantillon par cisaillement.

Prenons l'exemple de l'essai de cisaillement non drainé sur un échantillon marneux de Boudouaou à Boumerdès.

Les contraintes normales appliquées sont de 200, 300 et 400 kPa.

Les résultats sont encadrés dans le tableau suivant :

σ (kPa)	200	300	400
τ (kPa)	70	90	110

Supposant que les valeurs de (τ , σ) sont des variables aléatoires.

Travail demandé :

3. Déterminer les caractéristiques de **position** (moyenne, médiane et mode).
4. Déterminer les caractéristiques de **dispersion** (variance, et écart type).

Réponse 02 :

Variable	Caractéristiques de position		
	Moyenne	Médiane	Mode
Contrainte verticale σ	$\bar{\sigma} = \frac{1}{3}(200 + 300 + 400) = 300$	300	NI
Contrainte de cisaillement τ	$\bar{\tau} = \frac{1}{3}(70 + 90 + 110) = 90$	90	NI

Caractéristiques de **dispersion**

$$Var(\sigma) = \frac{1}{n-1} \sum (\sigma_i - \bar{\sigma})^2 = \frac{1}{2} [(200 - 300)^2 + (300 - 300)^2 + (400 - 300)^2] = 10000$$

$$EType \sigma = \sqrt{var(\sigma)} = 100$$

$$Var(\tau) = \frac{1}{n-1} \sum (\tau_i - \bar{\tau})^2 = \frac{1}{2} [(70 - 90)^2 + (90 - 90)^2 + (110 - 90)^2] = 400$$

$$EType \tau = \sqrt{var(\tau)} = 20$$

Question 03 : (04 points)

Pour une série statistique à 2 variables x_i et y_i , la covariance pour une population est calculée par la formule :

$$\text{Cov}(x) = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Démontrer l'égalité suivante :

$$\text{Cov}(x) = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{x} \bar{y}$$

Réponse 03 :

$$\begin{aligned} \text{Cov}(x) &= \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\ &= \frac{1}{n} \sum [x_i y_i - x_i \bar{y} - \bar{x} y_i + \bar{x} \bar{y}] \\ &= \frac{1}{n} \left[\sum x_i y_i - \bar{y} \sum x_i - \bar{x} \sum y_i + \sum \bar{x} \bar{y} \right] \\ &= \left(\frac{1}{n} \sum x_i y_i \right) - \frac{1}{n} \bar{y} (n \bar{x}) - \frac{1}{n} \bar{x} (n \bar{y}) + \frac{1}{n} n \bar{x} \bar{y} \\ &= \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{y} \bar{x} - \bar{x} \bar{y} + \bar{x} \bar{y} \\ &= \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{x} \bar{y} \end{aligned}$$

Question 04 : (04 points)

Soit la disposition de points Z_i , échantillons espacés de 5m la teneur en Fe est indiquée.



Calculer la valeur du semivariogramme empirique pour $h=20\text{m}$.

Réponse 04 :

8	4	16
6	2	16
8	10	4
10	7	9
4	7	9
2	3	1
10	0	100
7	3	16
7	10	9
		20.00

Interrogation - Corrigé
S3 - Master Géotechnique

Question 01 : (04 points)

Classer dans la case convenable dans l'ordre les numéros des termes suivants :

1. Mode
2. Moyenne
3. Médiane
4. Variance
5. Ecart type
6. Etendue
7. Quartiles

Réponse 01 :

Indicateurs de Tendance centrale				Indicateurs de dispersion			
1	2	3	7	4	5	6	

Question 02 : (04 points)

L'essai consiste à subir à l'échantillon soumis à une contrainte verticale σ donnée, une contrainte de cisaillement croissante τ jusqu'à la rupture de l'échantillon par cisaillement.

Prenons l'exemple de l'essai de cisaillement non drainé sur un échantillon marneux de Boudouaou à Boumerdès. Les contraintes normales appliquées sont de 100, 200 et 300 kPa.

Les résultats sont encadrés dans le tableau suivant :

σ (kPa)	100	200	300
τ (kPa)	50	70	90

Supposant que les valeurs de (τ, σ) sont des variables aléatoires.

Travail demandé :

5. Déterminer les caractéristiques de **position** (moyenne, médiane et mode).
6. Déterminer les caractéristiques de **dispersion** (variance, et écart type).

Réponse 02 :

Variable	Caractéristiques de position		
	Moyenne	Médiane	Mode
Contrainte verticale σ	$\bar{\sigma} = \frac{1}{3}(100 + 200 + 300) = 200$	200	NI
Contrainte de cisaillement τ	$\bar{\tau} = \frac{1}{3}(50 + 70 + 90) = 50$	70	NI

Caractéristiques de **dispersion**

$$Var(\sigma) = \frac{1}{n-1} \sum (\sigma_i - \bar{\sigma})^2 = \frac{1}{2} [(100 - 200)^2 + (200 - 200)^2 + (300 - 200)^2] = 10000$$

$$EType \sigma = \sqrt{var(\sigma)} = 100$$

$$Var(\tau) = \frac{1}{n-1} \sum (\tau_i - \bar{\tau})^2 = \frac{1}{2} [(50 - 70)^2 + (70 - 70)^2 + (90 - 70)^2] = 400$$

$$EType \tau = \sqrt{var(\tau)} = 20$$

Question 03 : (04 points)

Pour une série statistique à 2 variables x_i et y_i , la covariance pour une population est calculée par la formule :

$$\text{Cov}(x) = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Démontrer l'égalité suivante :

$$\text{Cov}(x) = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{x} \bar{y}$$

Réponse 03 :

$$\begin{aligned} \text{Cov}(x) &= \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\ &= \frac{1}{n} \sum [x_i y_i - x_i \bar{y} - \bar{x} y_i + \bar{x} \bar{y}] \\ &= \frac{1}{n} \left[\sum x_i y_i - \bar{y} \sum x_i - \bar{x} \sum y_i + \sum \bar{x} \bar{y} \right] \\ &= \left(\frac{1}{n} \sum x_i y_i \right) - \frac{1}{n} \bar{y} (n \bar{x}) - \frac{1}{n} \bar{x} (n \bar{y}) + \frac{1}{n} n \bar{x} \bar{y} \\ &= \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{y} \bar{x} - \bar{x} \bar{y} + \bar{x} \bar{y} \\ &= \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{x} \bar{y} \end{aligned}$$

Question 04 : (04 points)

Soit la disposition de points Z_i , échantillons espacés de 10m la teneur en Fe est indiquée.



Calculer la valeur du semivariogramme empirique pour $h=20\text{m}$.

Réponse 04 :

8	0	64
6	10	16
0	4	16
10	2	64
4	10	36
2	7	25
10	0	100
7	3	16
0	10	100
3	3	0
10	10	0
		39.73

Interrogation - Corrigé
S3 - Master Géotechnique

Question 01 : (04 points)

Classer dans la case convenable dans l'ordre les numéros des termes suivants :

1. Etendue
2. Mode
3. Moyenne
4. Ecart type
5. Quartiles
6. Variance
7. Médiane

Réponse 01 :

Indicateurs de Tendance centrale				Indicateurs de dispersion			
2	3	5	7	1	4	6	

Question 02 : (04 points)

L'essai consiste à subir à l'échantillon soumis à une contrainte verticale σ donnée, une contrainte de cisaillement croissante τ jusqu'à la rupture de l'échantillon par cisaillement.

Prenons l'exemple de l'essai de cisaillement non drainé sur un échantillon marneux de Boudouaou à Boumerdès.

Les contraintes normales appliquées sont de 100, 200 et 300 kPa.

Les résultats sont encadrés dans le tableau suivant :

σ (kPa)	100	200	300
τ (kPa)	30	50	70

Supposant que les valeurs de (τ , σ) sont des variables aléatoires.

Travail demandé :

7. Déterminer les caractéristiques de **position** (moyenne, médiane et mode).
8. Déterminer les caractéristiques de **dispersion** (variance, et écart type).

Réponse 02 :

Variable	Caractéristiques de position		
	Moyenne	Médiane	Mode
Contrainte verticale σ	$\bar{\sigma} = \frac{1}{3}(100 + 200 + 300) = 200$	200	NI
Contrainte de cisaillement τ	$\bar{\tau} = \frac{1}{3}(30 + 50 + 70) = 50$	50	NI

Caractéristiques de **dispersion**

$$Var(\sigma) = \frac{1}{n-1} \sum (\sigma_i - \bar{\sigma})^2 = \frac{1}{2} [(100 - 200)^2 + (200 - 200)^2 + (300 - 200)^2] = 10000$$

$$EType \sigma = \sqrt{var(\sigma)} = 100$$

$$Var(\tau) = \frac{1}{n-1} \sum (\tau_i - \bar{\tau})^2 = \frac{1}{2} [(30 - 50)^2 + (50 - 50)^2 + (70 - 50)^2] = 400$$

$$EType \tau = \sqrt{var(\tau)} = 20$$

Question 03 : (04 points)

Pour une série statistique à 2 variables x_i et y_i , la covariance pour une population est calculée par la formule :

$$\text{Cov}(x) = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Démontrer l'égalité suivante :

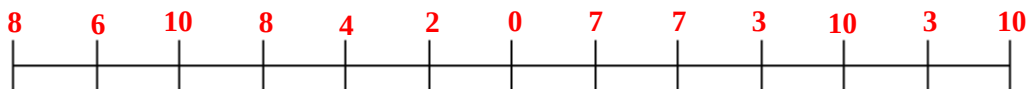
$$\text{Cov}(x) = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{x} \bar{y}$$

Réponse 03 :

$$\begin{aligned} \text{Cov}(x) &= \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \\ &= \frac{1}{n} \sum [x_i y_i - x_i \bar{y} - \bar{x} y_i + \bar{x} \bar{y}] \\ &= \frac{1}{n} \left[\sum x_i y_i - \bar{y} \sum x_i - \bar{x} \sum y_i + \sum \bar{x} \bar{y} \right] \\ &= \left(\frac{1}{n} \sum x_i y_i \right) - \frac{1}{n} \bar{y} (n \bar{x}) - \frac{1}{n} \bar{x} (n \bar{y}) + \frac{1}{n} n \bar{x} \bar{y} \\ &= \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{y} \bar{x} - \bar{x} \bar{y} + \bar{x} \bar{y} \\ &= \frac{1}{n} \sum x_i y_i - \bar{x} \bar{y} \end{aligned}$$

Question 04 : (04 points)

Soit la disposition de points Z_i , échantillons espacés de 5m la teneur en Fe est indiquée.



Calculer la valeur du semivariogramme empirique pour $h=15\text{m}$.

Réponse 04 :

8	8	0
6	4	4
10	2	64
8	0	64
4	7	9
2	7	25
0	3	9
7	10	9
7	3	16
3	10	49
		24.90