EMD - Corrigé

S3 - Master Géotechnique - 09/02/2022 (1 Heure 30 Minutes)

Question de cours : (04 points)

Disposition des indicateurs dans les cases appropriées dans l'ordre numéroté.

Indicateurs de Tendance centrale			
1	5	6	7

Indicateurs de dispersion			
2	3	4	

Exercice 01 : (06 points)

Considérant la disposition spatiale d'un échantillon de dix points, espacés de 1 m, la figure montre la teneur en aluminium de chaque point Zi.

Les paires espacées de 2m :

(4, 8) – (3, 2) – (2, 5) – (2, 2) – (2, 6) – (4, 2) – (8, 6)

Soit N(h)=7

Calcul du variogramme **omnidirectionnel** pour les points distincts de 2 m

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{N(h)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2$$

En remplaçant

$$\gamma(h) = \frac{1}{2*7}[(4-8)^2 + (3-2)^2 + (2-5)^2 + (2-2)^2 + (2-6)^2 + (4-2)^2 + (8-6)^2]$$

$$\gamma(h) = \frac{50}{14}$$

$$\gamma(h) \approx 3.57$$

Exercice 02 : (10 points)

1. On calcule d'abord les distances entre toutes les paires de points.

h	x_0	x_1	x_2	x_3
x_0	0	1	1	2.2
x_1	1	0	1.4	1.4
x_2	1	1.4	0	2
x_3	2.2	1.4	2	0

ou

h	x_1	x_2	x_3	x_0
x_0	1	1	2.2	0
x_1	0	1.4	1.4	1
x_2	1.4	0	2	1
x_3	1.4	2	0	2.2

2. On évalue le variogramme sphérique à chacune de ces distances avec la formule.

γ(h)	x_0	x_1	x_2	x_3
x_0	0	7.5	7.5	10
x_1	7.5	0	9	9
x_2	7.5	9	0	10
x_3	10	9	10	0

ou

γ(h)	x_1	x_2	x_3	x_0
x_0	7.5	7.5	10	0
x_1	0	9	9	7.5
x_2	9	0	10	7.5
x_3	9	10	0	10

3. On déduit la covariance correspondante : $C(h) = \sigma^2 - \gamma(h) = (C_0+C_1) - \gamma(h)$

Soit pour notre cas : $C(h) = 10-\gamma(h)$

C(h)	x_0	x_1	x_2	x_3
x_0	10	2.5	2.5	0
x_1	**2.5**	10	1	1
x_2	**2.5**	1	10	0
x_3	**0**	1	0	10

ou

C(h)	x_1	x_2	x_3	x_0
x_0	2.5	2.5	0	10
x_1	10	1	1	**2.5**
x_2	1	10	0	**2.5**
x_3	1	0	10	**0**

Le vecteur k_0 :

$$K_0 = C(0) = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 2.5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. Ceci permet de construire le système de krigeage C.λ = C(0)

$$\begin{cases} 10\,x_1 + 1\,x_2 + 1\,x_3 + 1\,x_4 = 2.5 \\ 1\,x_1 + 10\,x_2 + 0\,x_3 + 1\,x_4 = 2.5 \\ 1\,x_1 + 0\,x_2 + 10\,x_3 + 1\,x_4 = 0 \\ 1\,x_1 + 1\,x_2 + 1\,x_3 + 0\,x_4 = 1 \end{cases}$$

4. Dont la solution est : λ_1=0.40, λ_2=0.42, λ_3=0.17, μ=-2.13

Donc $$\Lambda = \begin{bmatrix} \mathbf{0.40} \\ \mathbf{0.42} \\ \mathbf{0.17} \\ \mathbf{-2.13} \end{bmatrix}$$

5. **L'estimation** est alors :

$\hat{Z}_{x0} = \sum \lambda_i Z_i$

D'où $\hat{Z}_{x0} = 0.40 \times 5 + 0.42 \times 2 + 0.17 \times 3$=3.56

6. La **variance** de **krigeage** est donnée par :

$$\sigma_{k0}^2 = Var(\hat{Z}_{x0}) - \Lambda \times K_0 = 10 - [0.40 \times 5 + 0.42 \times 2 + 0.17 \times 3 - 2.13 \times 1]$$

$$\sigma_{k0}^2 = 10 - \begin{bmatrix} \mathbf{0.40} \\ \mathbf{0.42} \\ \mathbf{0.17} \\ \mathbf{-2.13} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{2.5} \\ \mathbf{2.5} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

$$\sigma_{k0}^2 = 10 - [0.40 \times 2.5 + 0.42 \times 2.5 + 0.17 \times 0 - 2.13 \times 1]$$

$$\sigma_{k0}^2 = 10.1$$

BAREME

Question de cours
08 réponses * 0.5=4 points

Exercice 01
Le nombre de paires 1.5 point
Les paires 1.5 point
La variance (AN) 1.5 point
Le résultat de la variance 1.5 point

Exercice 02
Le tableau de h résultat de la variance 1.5 point
Le tableau de la variance 1.5 point
Le tableau de la covariance 1.0 point
Le système d'équations 2.0 point
La résolution du système d'équations 2.0 point
La détermination de z_0 0.5 point
La détermination de la variance de krigeage 1.5 point