

FILIERE : Génie Civil

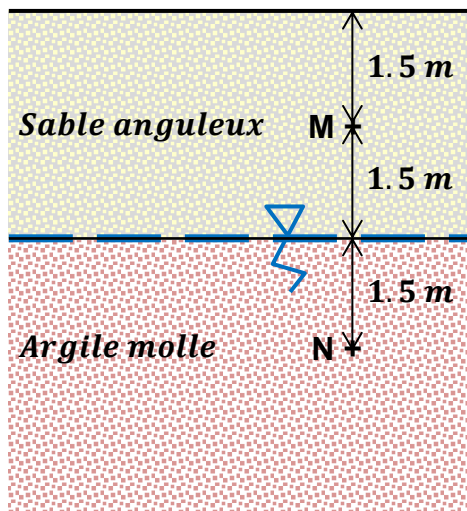
SPECIALITE : Master Géotechnique (M1/S2)

COURS : Dynamique des sols

EPREUVE DE FIN DE SEMESTRE

(Date : 18/05/2026 - Durée : 2 heures)

Considérons le massif bicouche suivant :



Sable anguleux

- Poids volumique sec $\gamma_d = 15 \text{ kN/m}^3$
- Angle de frottement interne effectif $\varphi' = 30^\circ$
- Indice des vides en place $e_o = 0.77$
- Densité relative $D_r = 45\%$
- Coefficient de Poisson $\nu = 0.3$

Argile molle

- Poids volumique saturé $\gamma_{sat} = 20 \text{ kN/m}^3$
- Indice des vides en place $e_o = 0.67$
- Indice de plasticité $I_p = 40\%$
- Pression de préconsolidation $\sigma'_p = 60 \text{ kPa}$
- Cohésion non drainée $c_u = 30 \text{ kPa}$
- Coefficient de Poisson $\nu = 0.25$

Ex. 1 (10 points) Calculer aux points M et N les valeurs du module de cisaillement maximal G_{max} par la méthode de Hardin et Black (1968), puis commenter les résultats trouvés. Prendre $p_a = 100 \text{ kPa}$ et $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Ex. 2 (5 points) Donner aux points M et N les expressions du module de cisaillement $G(\gamma)$ en fonction de la distorsion γ que peut subir ce massif bicouche après $N = 100$ cycles de cisaillement cyclique, puis déduire ses valeurs respectives correspondant à une distorsion $\gamma = 0.1\%$. Commenter ensuite les résultats trouvés.

Ex. 3 (5 points) Calculer aux points M et N les vitesses de propagation des ondes primaires V_p et secondaires V_s , puis commenter les résultats trouvés.

N.B. Seules les notes de cours sont autorisées.

Bonne chance

Prof. Mohamed Khemissa

Rép. 1 Module de cisaillement maximal G_{max} (Méthode de Hardin et Black, 1968)• **Au point M (Sable anguleux) :**○ **Contrainte moyenne effective σ'_m :**

$$\sigma'_m = \frac{3-2\sin(\varphi')}{3} \sigma'_{vo} \quad | \quad \sigma'_{vo} = \gamma_d z_M = 15 \times 1.5 = 22.5 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow \sigma'_m = \frac{3-2\sin(30)}{3} \times 22.5 = 15 \text{ kPa} \quad (\#2)$$

○ **Module de cisaillement $(G_{max})_M$:**

$$(G_{max})_M = \frac{3230(2.97-e)^2}{1+e} \sqrt{\sigma'_m} \quad (\text{Sable anguleux}) \quad | \quad e = e_o = 0.77$$

$$\Rightarrow (G_{max})_M = \frac{3230 \times (2.97-0.77)^2}{1+0.77} \times \sqrt{15} = 34\,207.414 \text{ kPa} = 34.207 \text{ MPa} \quad (\#2)$$

• **Au point N (Argile molle) :**○ **Contrainte moyenne effective σ'_m :**

$$\sigma'_m = \frac{1+2K_o}{3} \sigma'_{vo}$$

$$\Rightarrow \sigma'_{vo} = 15 \times (1.5 + 1.5) + (20 - 10) \times 1.5 = 60 \text{ kPa}$$

$$\Rightarrow R_{oc} = \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{vo}} = \frac{60}{60} = 1 \quad (\text{Argile normalement consolidée})$$

$$\Rightarrow K_o = K_o^{nc} \sqrt{R_{oc}} \quad | \quad K_o^{nc} = 0.40 + 0.007 I_p = 0.40 + 0.007 \times 40 = 0.68$$

$$\Rightarrow K_o = 0.68 \sqrt{1} = 0.68$$

$$\Rightarrow \sigma'_m = \frac{1+2 \times 0.68}{3} \times 60 = 47.2 \text{ kPa} \quad (\#2)$$

○ **Module de cisaillement maximal $(G_{max})_N$:**

$$(G_{max})_N = \frac{3230(2.97-e)^2}{1+e} (R_{oc})^k \sqrt{\sigma'_m}$$

$$\Rightarrow e = e_o = 0.67$$

$$\Rightarrow k = k(I_p = 40\%) = 0.30 \quad (\text{Tableau})$$

$$\Rightarrow (G_{max})_N = \frac{3230 \times (2.97-0.67)^2}{1+0.67} \times (1)^{0.30} \times \sqrt{47.2} = 70\,293.104 \text{ kPa} = 70.293 \text{ MPa} \quad (\#2)$$

- **Commentaire :** Le module de cisaillement maximal augmente avec la profondeur quel que soit le type de sol constituant le massif considéré. (#2)

Rép. 2 Module de cisaillement $G(\gamma = 0.1\%)$

L'évolution du module de cisaillement $G(\gamma)$ en fonction de la distorsion γ est donnée par la relation suivante :

$$G(\gamma) = \frac{1}{1+\gamma_h} G_{max} = \frac{G_{max}}{1+\frac{\gamma}{\gamma_r} [1+ae^{-b(\gamma/\gamma_r)}]} \quad | \quad \gamma_r = \frac{\tau_{max}}{G_{max}}$$

- **Au point M (Sable anguleux) :**

- **Expression de $G_M(\gamma)$:**

$$\tau_{max} = \sqrt{\left[\left(\frac{1+K_o}{2}\right) \sigma'_v \sin(\varphi') + c' \cos(\varphi')\right]^2 - \left[\left(\frac{1-K_o}{2}\right) \sigma'_v\right]^2}$$

- $K_o = 1 - \sin(\varphi') = 1 - \sin(30) = 0.5$

- $\sigma'_v = 15 \times 1.5 = 22.5 \text{ kPa}$

$$\Rightarrow \tau_{max} = \sqrt{\left[\left(\frac{1+0.5}{2}\right) \times 22.5 \times \sin(30) + 0 \times 1\right]^2 - \left[\left(\frac{1-0.5}{2}\right) \times 22.5\right]^2} = 6.289 \text{ kPa}$$

$$\gamma_r = \frac{\tau_{max}}{G_{max}} = \frac{6.289}{34\,207.414} \times 100 = 0.018\%$$

$$\gamma_r = a = -0.5$$

$$\gamma_r = b = 0.16$$

$$\Rightarrow G_M(\gamma) = \frac{34.207}{1 + \frac{\gamma}{0.018} \times [1 - 0.5 \times e^{-0.16 \times (\gamma/0.018)}]} \text{ (MPa)} \quad (\#1)$$

- **Valeur de $G_M(\gamma = 0.1\%)$:**

$$G_M(\gamma = 0.1\%) = \frac{34.207}{1 + \frac{0.1}{0.018} \times [1 - 0.5 \times e^{-0.16 \times (0.1/0.018)}]} = 6.319 \text{ MPa} \quad (\#1)$$

- **Au point N (Argile molle) :**

- **Expression de $G_N(\gamma)$**

$$\tau_{max} = c_u = 30 \text{ kPa (Argile saturée)}$$

$$\gamma_r = \frac{\tau_{max}}{G_{max}} = \frac{30}{70\,293.104} \times 100 = 0.043\%$$

$$\gamma_r = a = 1 + 0.25 \log(N) = 1 + 0.25 \times \log(100) = 1.5 \quad (\text{Argile saturée})$$

$$\gamma_r = b = 1.3$$

$$\Rightarrow G_N(\gamma) = \frac{70.293}{1 + \frac{\gamma}{0.043} [1 + 1.5 \times e^{-1.3 \times (\gamma/0.043)}]} \text{ (MPa)} \quad (\#1)$$

- **Valeur de $G_N(\gamma = 0.1\%)$:**

$$G_N(\gamma = 0.1\%) = \frac{70.293}{1 + \frac{0.1}{0.043} [1 + 1.5 \times e^{-1.3 \times (0.1/0.043)}]} = 20.111 \text{ MPa} \quad (\#1)$$

- **Commentaire :**

$\Rightarrow$ Pour une distorsion donnée, le module de cisaillement augmente avec la profondeur. (#0.5)

$\Rightarrow$ Pour une profondeur donnée, le module de cisaillement diminue avec la distorsion. (#0.5)

Rép. 3 Vitesses de propagation des ondes primaires V_P et secondaires V_S

La vitesse des ondes secondaires est donnée par la relation suivante :

$$V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad | \quad \mu = G$$

La vitesse des ondes primaires est donnée par la relation suivante :

$$V_P = V_S \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}}$$

- **Au point M (Sable anguleux) :**

- **Vitesse de propagation des ondes secondaires $(V_S)_M$:**

$$\blacktriangleright G = (G_{max})_M = 34\,207.414 \text{ kPa}$$

$$\blacktriangleright \rho = \frac{\gamma_d}{\gamma_w} = \frac{15}{10} = 1.5 \text{ (Sable sec)}$$

$$\Rightarrow (V_S)_M = \sqrt{\frac{34\,207.414}{1.5}} = 151.0 \text{ m/s} \quad (\#1)$$

○ *Vitesse de propagation des ondes primaires* $(V_P)_M$:

$$(V_P)_M = 151.0 \times \sqrt{\frac{2(1-0.3)}{1-2 \times 0.3}} = 282.5 \text{ m/s} \quad (\#1)$$

• *Au point N (Argile molle) :*

○ *Vitesse de propagation des ondes secondaires* $(V_S)_N$:

$$\blacktriangleright G = (G_{max})_M = 70\,293.104 \text{ kPa}$$

$$\blacktriangleright \rho = \frac{\gamma_{sat} - \gamma_w}{\gamma_w} = \frac{20-10}{10} = 1 \text{ (Argile immergée)}$$

$$\Rightarrow (V_S)_M = \sqrt{\frac{70\,293.104}{1}} = 265.1 \text{ m/s} \quad (\#1)$$

○ *Vitesse de propagation des ondes primaires* $(V_P)_N$:

$$(V_P)_M = 265.1 \times \sqrt{\frac{2(1-0.25)}{1-2 \times 0.25}} = 459.2 \text{ m/s} \quad (\#1)$$

• *Commentaire :*

$\Rightarrow$ La vitesse des ondes secondaires est inférieure à la vitesse des ondes primaires. (**#0.5**)

$\Rightarrow$ Les vitesses des ondes primaires et secondaires augmentent avec la profondeur. (**#0.5**)