

***Problème 4.1 Triaxial sur un sable**

Un échantillon sec de sable compact est soumis à un essai triaxial, on suppose que l'angle de frottement interne φ est voisin de 36° . Si la contrainte principale minimale σ_3 est de 300 kPa, pour quelle valeur de la contrainte maximale σ_1 l'échantillon se rompra-t-il ?

Solution

Il y aura « rupture » ou plutôt entrée en plasticité de l'échantillon, lorsque le cercle de Mohr sera tangent à la courbe intrinsèque.

Dans le cas du sable considéré, la courbe intrinsèque est constituée des 2 droites faisant un angle de 36° avec $O\sigma$ et passant par l'origine des axes.

Au début de l'essai, l'échantillon est soumis à un tenseur de contrainte isotrope et le cercle de Mohr se réduit à un point, d'abscisse σ_3 .

Lorsque l'on fait croître σ_1 , le diamètre du cercle de Mohr augmente, l'extrémité du diamètre correspondant à σ_3 restant fixe (Fig. 4.1), jusqu'au cercle de Mohr de rupture qui est tangent à la courbe intrinsèque.

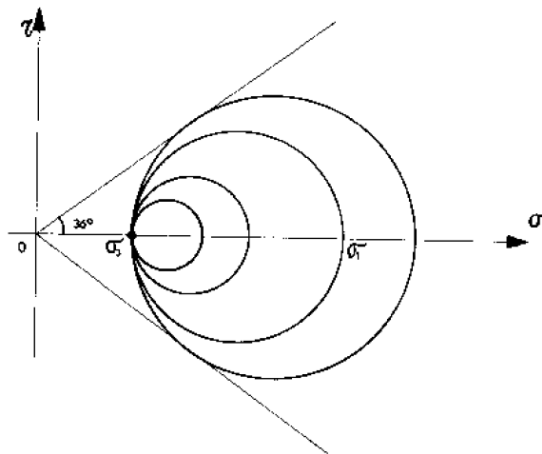


Fig. 4.1.

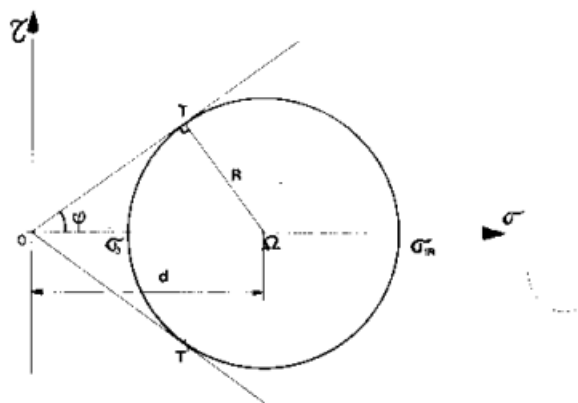


Fig. 4.2.

Soient d et R l'abscisse du centre et le rayon du cercle de Mohr à rupture. On a (Fig. 4.2)

$$\frac{R}{d} = \sin \varphi \quad \text{d'où : } \sigma_3 = d - R = \frac{R}{\sin \varphi} - R = R \frac{1 - \sin \varphi}{\sin \varphi}$$

$$\sigma_{1R} = d + R = \frac{R}{\sin \varphi} + R = R \frac{1 + \sin \varphi}{\sin \varphi}.$$

Par suite :

$$\frac{\sigma_{1R}}{\sigma_3} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right).$$

Application numérique :

$$\sigma_3 = 300 \text{ kPa}$$

$$\varphi = 36^\circ$$

$$\pi/4 + \varphi/2 = 45 + 18 = 63^\circ$$

$$\tan 63^\circ = 1,96$$

$$\sigma_{1R} = 300 \times 1,96^2 = 1\,155 \neq 1\,160 \text{ kPa}.$$

Réponse

$$\sigma_{1R} = 1\,160 \text{ kPa}.$$

Problème 4.2 Triaxial sur sable avec cohésion

Résoudre le problème précédent en supposant que le sable possède une légère cohésion égale à 12 kPa.

Solution

Dans ce cas, la courbe intrinsèque est toujours constituée de deux droites symétriques par rapport à l'axe $O\sigma$ et faisant avec cet axe des angles de 36° .

Mais du fait de la cohésion, ces deux droites ne passent plus par l'origine mais par les points de coordonnées $\sigma = 0, \tau = \pm c$ (Fig. 4.3).

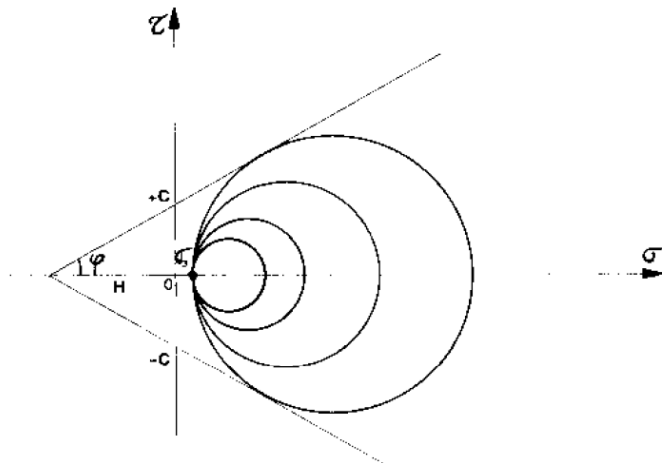


Fig. 4.3.

Un calcul analogue à celui effectué au cours du problème précédent, nous donne, en posant :

$$H = c \cot \varphi \quad (\text{Fig. 4.4})$$

$$\sigma_{IK} + H = (\sigma_3 + H) \tan^2 (\pi/4 + \varphi/2)$$

soit :

$$\sigma_{1R} = (\sigma_3 + H) \tan^2 (\pi/4 + \varphi/2) - H.$$

Application numérique :

$$\sigma_3 = 300 \text{ kPa}$$

$$\varphi = 36^\circ$$

$$\cot \varphi = 1,376$$

$$\tan^2(\pi/4 + \varphi/2) = 3,85$$

$$c = 12 \text{ kPa}$$

$$H = c \cot \varphi = 16,5 \# 17 \text{ kPa}$$

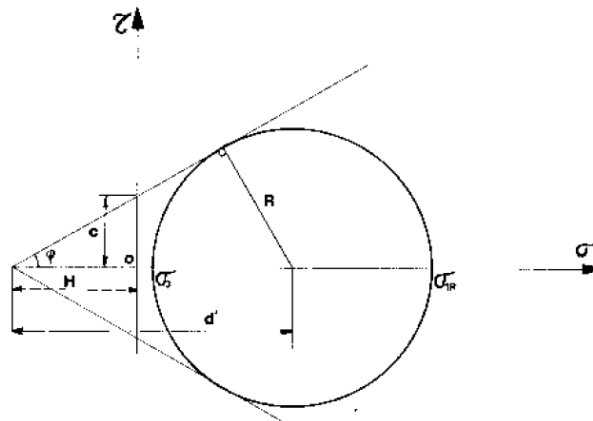


Fig. 4.4.

d'où :

$$\sigma_{IR} = (300 + 17) \times 3,85 - 17 = 1203 \neq 1\,200 \text{ kPa.}$$

Réponse

$$\sigma_{LR} = 1\,200 \text{ kPa.}$$