

Exemples de calcul des contraintes à la rupture

Exemple 1

Déterminer la valeur de ϕ' , et de σ'_{rup} et de τ'_{rup} sachant qu'à la rupture les contraintes principales agissant sur un sable propre étaient les suivants :

$$\sigma'_{1rup} = 50 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_{3rup} = 10 \text{ kPa}$$

Solution :

1. Comme le sol de l'exemple est un sable, la cohésion est nulle. L'angle de frottement interne ϕ' se calcule donc à l'aide de l'équation suivante :

$$\begin{aligned}\sin \phi' &= \frac{\sigma'_{1rupt} - \sigma'_{3rupt}}{\sigma'_{1rupt} + \sigma'_{3rupt}} \\ &= \frac{50 \text{ kPa} - 10 \text{ kPa}}{50 \text{ kPa} + 10 \text{ kPa}} \\ &= 0,667 \\ \phi' &= 41,8^\circ\end{aligned}$$

2. Avant de calculer les contraintes σ'_{rupt} et τ'_{rupt} , on détermine l'angle α :

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\phi'}{2} + 45^\circ \\ &= \frac{41,8^\circ}{2} + 45^\circ \\ &= 65,9^\circ\end{aligned}$$

3. À l'aide des équations de la section 12.1.1, on obtient :

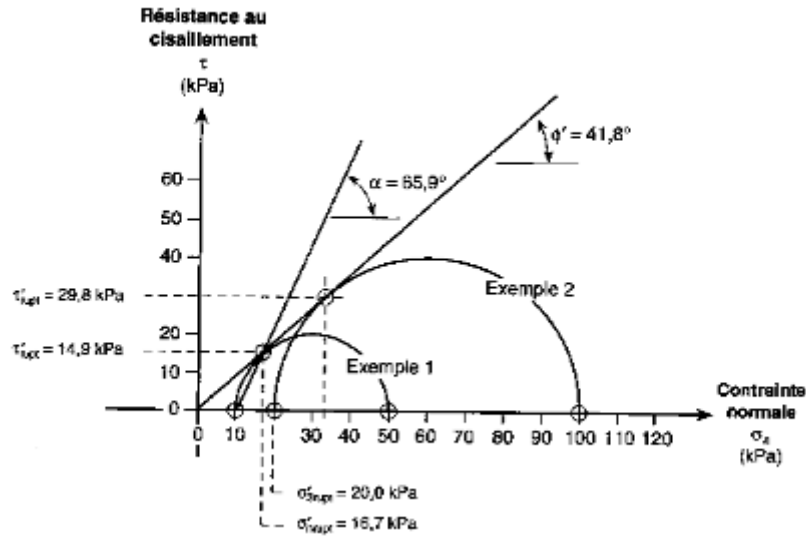
$$\begin{aligned}\sigma'_{rupt} &= \left(\frac{\sigma'_{1rupt} + \sigma'_{3rupt}}{2} \right) + \left(\frac{\sigma'_{1rupt} - \sigma'_{3rupt}}{2} \right) \cos 2\alpha \\ &= \left(\frac{50 \text{ kPa} + 10 \text{ kPa}}{2} \right) + \left(\frac{50 \text{ kPa} - 10 \text{ kPa}}{2} \right) \cos (2 \times 65,9^\circ) \\ &= 16,7 \text{ kPa}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau'_{rupt} &= \left(\frac{\sigma'_{1rupt} - \sigma'_{3rupt}}{2} \right) \sin 2\alpha \\ &= \left(\frac{50 \text{ kPa} - 10 \text{ kPa}}{2} \right) \sin (2 \times 65,9^\circ) \\ &= 14,9 \text{ kPa}\end{aligned}$$

En géotechnique, les valeurs des angles sont habituellement arrondies à l'unité près, ce qui constitue un degré de précision suffisant. Ainsi :

$$\phi' = 42^\circ$$

$$\alpha = 66^\circ$$



Exemple 2

Calculons la valeur de τ'_{rupt} quand la contrainte σ'_{rupt} agissant sur le sable de l'exemple précédent s'élève à 100 kPa. Nous supposons que les conditions de drainage sont excellentes et que le sable a été entièrement consolidé.

Solution

1. Comme le sable est bien drainé, on peut se servir de l'équation de Coulomb.

$$\sin \phi' = \frac{\sigma'_{1rupt} - \sigma'_{3rupt}}{\sigma'_{1rupt} + \sigma'_{3rupt}}$$

À l'aide de l'angle ϕ' calculé dans l'exemple précédent, on détermine la contrainte σ'_{3rupt} :

$$\begin{aligned} \sigma'_{3rupt} &= \sigma'_{1rupt} \left(\frac{1 - \sin \phi'}{1 + \sin \phi'} \right) \\ &= 100 \text{ kPa} \left(\frac{1 - \sin 41,8^\circ}{1 + \sin 41,8^\circ} \right) \\ &= 20 \text{ kPa} \end{aligned}$$

2. On peut alors calculer τ'_{rupt} :

$$\begin{aligned} \tau'_{rupt} &= \left(\frac{\sigma'_{1rupt} - \sigma'_{3rupt}}{2} \right) \sin 2\alpha \\ &= \left(\frac{100 \text{ kPa} - 20 \text{ kPa}}{2} \right) \sin (2 \times 65,9^\circ) \\ &= 29,8 \text{ kPa} \end{aligned}$$