

En mécanique des sols, on considère le plus souvent que toutes les directions horizontales jouent le même rôle vis-à-vis des contraintes, on considère donc que $\sigma_2 = \sigma_3$. l'**état de contrainte en un point donné** est donc **entièrement défini** uniquement à partir des **contraintes principales majeure** σ_1 et **mineure** σ_3 (il ne sera donc plus fait mention de σ_2 dans la suite).

- **Contrainte de cisaillement sur une facette d'orientation quelconque**

Considérons un élément de sol tel que présenté sur la figure 1.7 sur lequel sont appliquées les contraintes $\vec{\sigma}_1$ et $\vec{\sigma}_3$. Cet élément de sol est délimité par un plan formant un angle α avec l'horizontale. Pour que l'élément de sol soit à l'équilibre statique on doit appliquer une contrainte $\vec{e} = -\vec{\sigma}_1 - \vec{\sigma}_3$ sur ce plan. Ce vecteur contrainte se décompose en une composante σ , normale au plan, et une composante τ , tangente au plan.

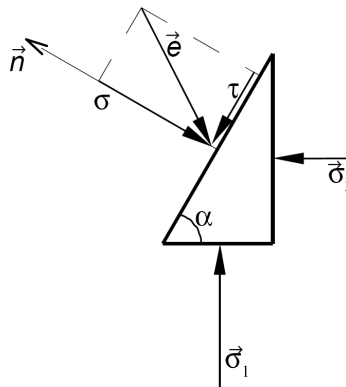


FIGURE 1.7 – Contraintes s'appliquant sur une facette d'orientation α .

On se rend donc compte qu'en imposant uniquement des contraintes normales σ_1 et σ_3 à la frontière d'un échantillon de sol (parallélépipédique par exemple), il se développe au sein de l'échantillon, sur des facettes d'orientation quelconque α , des contraintes de cisaillement τ qui vont conduire le matériau à la rupture.

Cercle de Mohr

Lorsque les contraintes σ_1 et σ_3 sont fixées, les valeurs des contraintes normale σ et tangentielle τ varie en fonction de l'orientation α de la facette considérée. Dans le plan de Mohr, les différentes valeurs que peuvent prendre σ et τ , en fonction de α , décrivent un cercle que l'on appelle *cercle de Mohr*, tel que montré sur la figure 1.8. La dimension du cercle de Mohr et sa position sur l'axe des abscisses dépend uniquement des contraintes principales majeure et mineure, σ_1 et σ_3 .

Si on connaît les valeurs des contraintes σ_1 et σ_3 , et l'orientation de la facette on en déduit facilement la position du point T sur le cercle dont les coordonnées correspondent aux contraintes σ et τ . La position du point T peut être trouvée :

- graphiquement en remarquant que l'orientation α de la facette, par rapport au plan portant la contrainte σ_1 , est égale sur le plan de Mohr à deux fois l'angle formé au centre M du cercle entre le segment MT et $M\sigma_1$ (voir l'exemple sur la figure 1.9),
- mathématiquement à l'aide des expressions suivantes :

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha \quad \text{et} \quad \sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha .$$

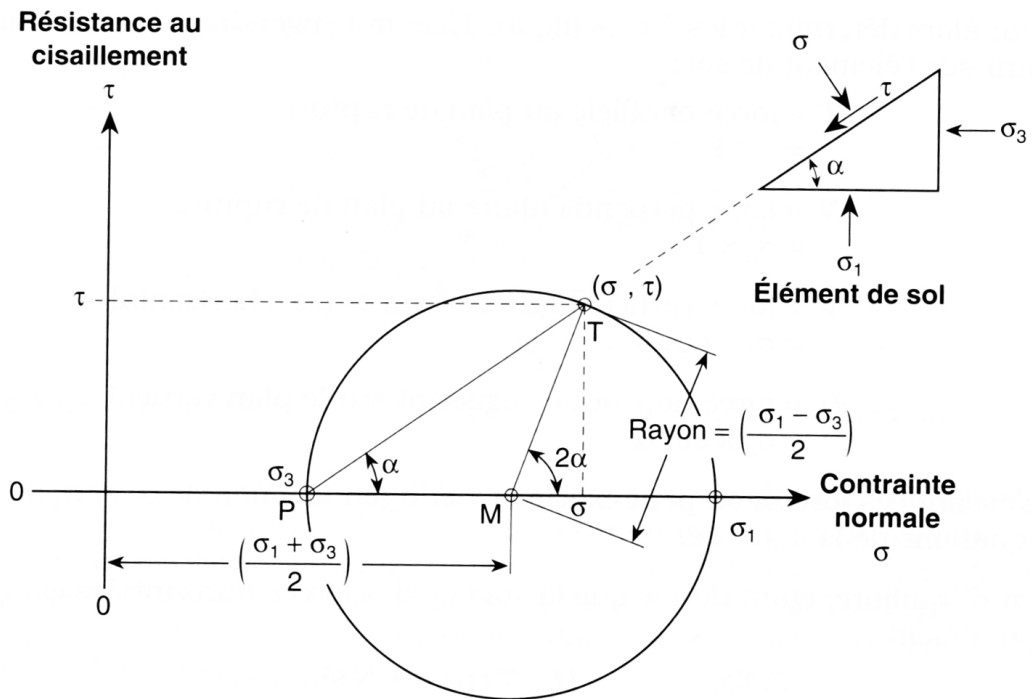


FIGURE 1.8 – Cercle de Mohr.

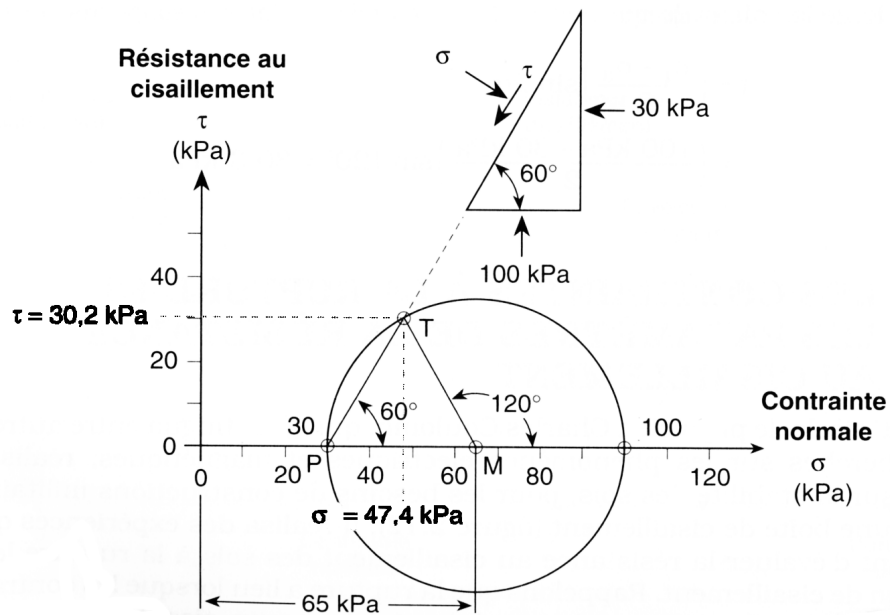


FIGURE 1.9 – Exemple de calcul des contraintes à l'aide du cercle de Mohr pour $\sigma_1 = 100$ kPa, $\sigma_3 = 30$ kPa et $\alpha = 30^\circ$.