

Chapitre 1

Résistance au cisaillement

1.1 Introduction

Dans la pratique, la résolution d'un problème de géotechnique consiste successivement à :

- **vérifier que la stabilité** vis-à-vis de la **rupture** est assurée avec un coefficient de sécurité satisfaisant,
- s'assurer que le dimensionnement de l'ouvrage est compatible avec les **tassements admissibles**.

La question des tassements a été traitée lors du chapitre sur la consolidation des sols. Dans ce chapitre est donc traitée la question de la rupture des sols.

1.1.1 Notions élémentaires sur la rupture des sols

On peut identifier dans les sols trois principaux types de sollicitations : par **traction**, **compression** ou **cisaillement**.

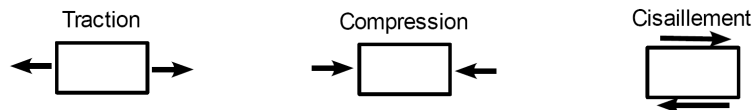


FIGURE 1.1 – Principaux types de sollicitation dans les sols.

- **Traction** : étant donné que la cause principale de sollicitation dans les sols est la gravité terrestre, créant des efforts verticaux dirigés vers le bas, on comprend intuitivement que les contraintes de traction sont en générales absentes. De plus, la résistance à la traction des sols est très faible voire nulle, on ne cherche donc pas en général à l'évaluer et on lui attribue par défaut une valeur nulle.
- **Compression** : les sols présentent en général une bonne résistance à la compression. Cette résistance à la compression **n'est pas en général le critère dimensionnant** des ouvrages.
- **Cisaillement** : la rupture d'un sol par cisaillement est en général provoquée avant que ne se produise sa rupture par contraintes de compression. Ainsi **pour dimensionner des ouvrages de génie-civil (fondations...), il suffit en général de connaître la résistance au cisaillement** du sol, car **s'il y a rupture ce sera suivant une sollicitation en cisaillement**.

1.1.2 Bref rappel sur les contraintes

En un point M d'un milieu continu, on définit un élément de plan, ou facette d'aire dS infiniment petite et de normale $\vec{n}$. Cet élément sépare le milieu en deux parties notées (1) et (2) (Fig 1.2). On admet que l'action de la partie (1) sur (2) se traduit au point M, sur la facette dS par une contrainte notée $\vec{e}$.

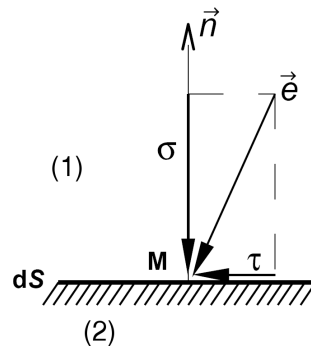


FIGURE 1.2 – Vecteur contrainte.

Le vecteur contrainte $\vec{e}$ se décompose, par rapport au repère lié à la facette dS , en une composante normale σ (suivant $\vec{n}$) et une composante tangentielle τ (comprise dans le plan de la facette).

La rupture des sols s'effectue par cisaillement, c'est à dire lorsque la contrainte de cisaillement τ devient « trop importante ».

Convention de signe :

puisque les contraintes de traction dans les sols sont rares, pour simplifier les écritures, on compte :

- POSITIVEMENT les contraintes normales σ , correspondant à une COMPRESSION (se traduisant par un raccourcissement),
- NEGATIVEMENT les contraintes normales σ , correspondant à une TRACTION (se traduisant par un allongement).

Le signe de la contrainte tangentielle τ n'a pas de signification intrinsèque (le signe dépend de la position de l'observateur). Par souci de simplicité, les contraintes tangentielles τ seront comptées positivement.

1.2 Appareil de cisaillement direct – boîte de Casagrande

1.2.1 Principe de l'essai

L'essai de cisaillement direct est une méthode assez ancienne pour mesurer la résistance au cisaillement des sols. La forme la plus récente de la boîte de cisaillement directe a été élaborée par Arthur Casagrande en 1932.

L'essai consiste à soumettre le sol à un cisaillement suivant un plan imposé. L'éprouvette de sol est placée à l'intérieur de demi-boîtes qui peuvent se déplacer horizontalement l'une par rapport à l'autre. Un piston permet d'exercer sur le sol une force verticale N constante pendant toute la durée de l'essai (Fig. 1.3).

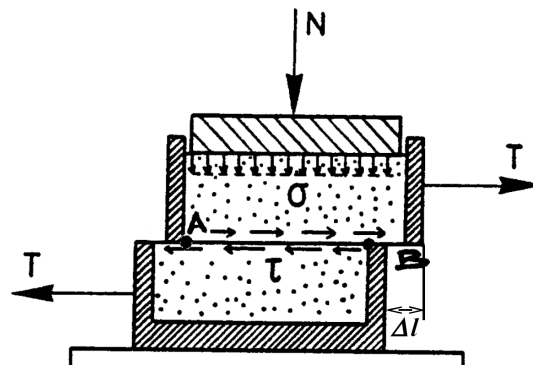


FIGURE 1.3 – Appareil de cisaillement direct.

Une demi-boîte est entraînée horizontalement à vitesse constante pendant que l'autre est maintenue bloquée. A tout instant, on mesure la force de cisaillement T . Un capteur de déplacement permet de déterminer le déplacement relatif Δl des deux demi-boîtes.

On exerce sur le plan de séparation AB des deux demi-boîtes une contrainte dont les composantes normale et tangentielle ont pour valeur moyenne :

$$\sigma' = \frac{N}{S_c} \quad \text{et} \quad \tau' = \frac{T}{S_c},$$

où S_c est la section corrigée de l'éprouvette (cette section variant en fonction du déplacement relatif Δl).

L'essai consiste à faire croître T (et donc τ') jusqu'à la rupture de l'éprouvette de sol, N étant maintenu constant (σ' est donc à peu près constant) au cours de l'essai.

1.2.2 Critère de rupture de Mohr-Coulomb

La figure 1.4 présente l'évolution de la contrainte de cisaillement au cours de plusieurs essais. La contrainte de cisaillement à la rupture τ'_r correspond au pic de τ' (contrainte de cisaillement maximum supportée par le sol).

On remarque que la valeur de τ'_r n'est pas unique mais dépend de la valeur de la contrainte normale σ'_r (τ'_r augmente avec σ'_r).

La résistance au cisaillement d'un sol dépend de la contrainte normale exercée sur le plan de cisaillement.

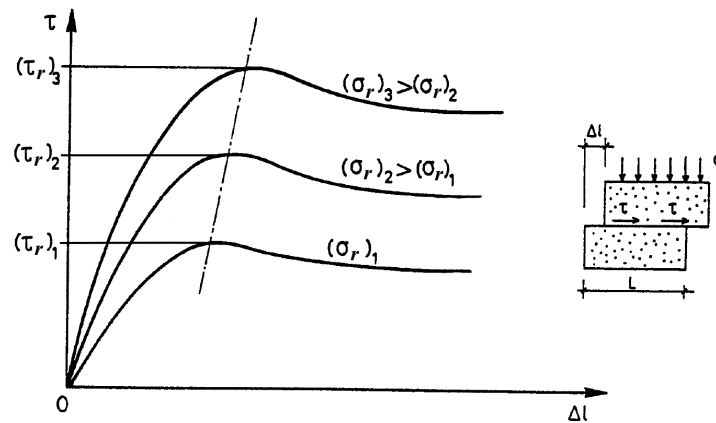


FIGURE 1.4 – Courbes contrainte-déplacement.

Le plan de Mohr est une représentation plane de l'état de contrainte dans des axes liés à la facette. L'axe des abscisses (σ') représente la contrainte normale exercée sur la facette alors que l'axe des ordonnées (τ') représente la contrainte de cisaillement.

Chacun des états de rupture d'un sol, caractérisé par un couple τ'_r et σ'_r , peut être représenté par un point sur le plan de Mohr.

La figure 1.5 montre les points atteints à la rupture pour trois contraintes normales σ' différentes. On remarque que les points sont à peu près alignés suivant une droite. Cette droite représente l'ensemble des états de rupture. Elle sépare le plan de Mohr en deux domaines :

- le domaine sous cette droite représente l'ensemble des états de contrainte que peut « supporter » le sol,
- le domaine au-dessus de la droite représente l'ensemble des états de contrainte qui ne peuvent pas être atteints avec le sol considéré (il y a rupture avant de pouvoir les atteindre).

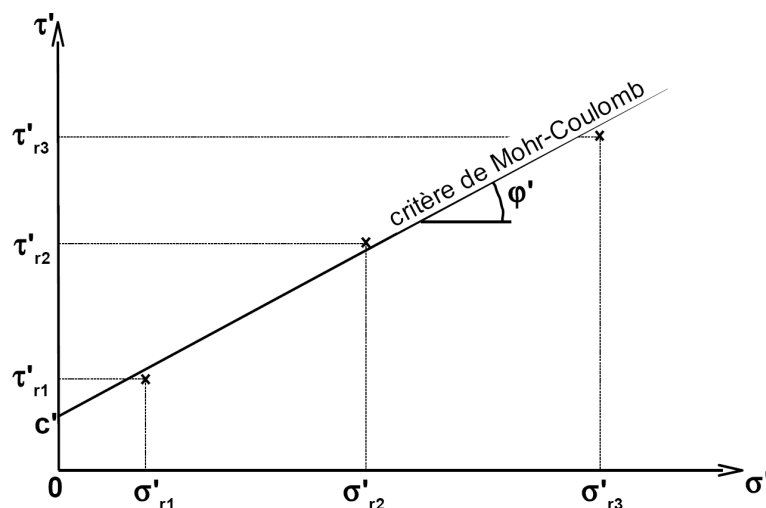


FIGURE 1.5 – Représentation des états de rupture caractérisés à la boîte de Casagrande dans le plan de Mohr.

On appelle la droite représentant l'ensemble des états de rupture le **Critère de Mohr-Coulomb**. Ce critère est défini par l'équation :

$$\tau' = \sigma' \cdot \tan \varphi' + c'.$$

- φ' est appelé l'**angle de frottement**, il représente la pente de la droite et **s'exprime en degré**. L'angle de frottement traduit le lien entre la contrainte normale appliquée et la résistance au cisaillement.
- c' est appelée la **cohésion** et a la **dimension d'une contrainte**. Elle correspond à la résistance au cisaillement pour une contrainte normale nulle. La cohésion traduit un « effet de colle » que l'on observe dans des argiles ou des sables partiellement saturés, elle est nulle pour un sable sec ou saturé et les argiles normalement consolidées.

Ainsi, si l'on connaît les valeurs des paramètres de résistance mécanique φ' et c' d'un sol donné, on peut facilement savoir si un état de contrainte défini par σ' et τ' provoquera la rupture, ou non, de ce sol.

La boîte de cisaillement direct est simple et rapide à mettre en oeuvre, cependant elle ne permet pas un contrôle correct des conditions de drainage du sol, ainsi qu'une maîtrise précise de l'état de contrainte (il y a une concentration de contraintes aux extrémités de la boîte). L'**appareil triaxial** décrit ci-après permet d'éviter ces inconvénients.

1.3 Appareil triaxial

1.3.1 Cisaillement à plan de rupture non imposé

L'objectif de ce paragraphe est de montrer que l'on peut imposer une contrainte de cisaillement au sein d'un échantillon de sol, tout en imposant sur les frontières de l'échantillon uniquement des contraintes normales aux faces de l'échantillon.

- **Contraintes principales majeure et mineure**

Les contraintes s'appliquant aux trois plans de l'espace sur lesquels le **cisaillement est nul** sont les **contraintes principales** notées : σ_1 , σ_2 et σ_3 (voir Fig 1.6).

Dans les sols, les contraintes verticales et horizontales sont généralement associées aux contraintes principales. La **contrainte principale majeure** σ_1 , la plus élevée, correspond en général à la direction verticale. Les **contraintes principale mineure** σ_3 et intermédiaire σ_2 correspondent alors aux deux directions horizontales.

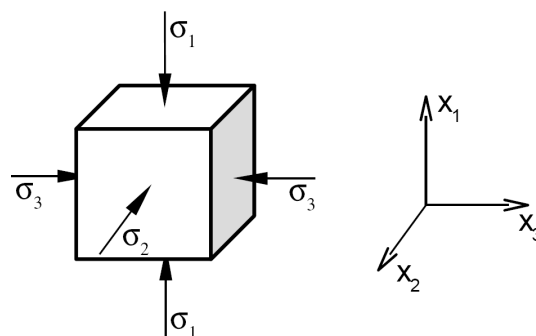


FIGURE 1.6 – Contraintes principales suivant les trois directions de l'espace.

En mécanique des sols, on considère le plus souvent que toutes les directions horizontales jouent le même rôle vis-à-vis des contraintes, on considère donc que $\sigma_2 = \sigma_3$. l'**état de contrainte en un point donné** est donc **entièrement défini** uniquement à partir des **contraintes principales majeure** σ_1 et **mineure** σ_3 (il ne sera donc plus fait mention de σ_2 dans la suite).

- **Contrainte de cisaillement sur une facette d'orientation quelconque**

Considérons un élément de sol tel que présenté sur la figure 1.7 sur lequel sont appliquées les contraintes $\vec{\sigma}_1$ et $\vec{\sigma}_3$. Cet élément de sol est délimité par un plan formant un angle α avec l'horizontale. Pour que l'élément de sol soit à l'équilibre statique on doit appliquer une contrainte $\vec{e} = -\vec{\sigma}_1 - \vec{\sigma}_3$ sur ce plan. Ce vecteur contrainte se décompose en une composante σ , normale au plan, et une composante τ , tangente au plan.

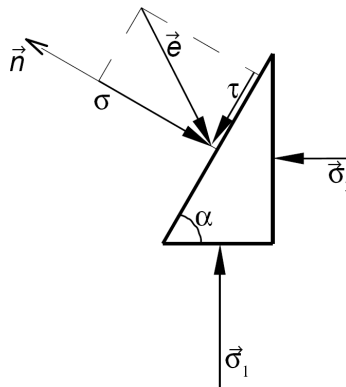


FIGURE 1.7 – Contraintes s'appliquant sur une facette d'orientation α .

On se rend donc compte qu'en imposant uniquement des contraintes normales σ_1 et σ_3 à la frontière d'un échantillon de sol (parallélépipédique par exemple), il se développe au sein de l'échantillon, sur des facettes d'orientation quelconque α , des contraintes de cisaillement τ qui vont conduire le matériau à la rupture.

Cercle de Mohr

Lorsque les contraintes σ_1 et σ_3 sont fixées, les valeurs des contraintes normale σ et tangentielle τ varie en fonction de l'orientation α de la facette considérée. Dans le plan de Mohr, les différentes valeurs que peuvent prendre σ et τ , en fonction de α , décrivent un cercle que l'on appelle *cercle de Mohr*, tel que montré sur la figure 1.8. La dimension du cercle de Mohr et sa position sur l'axe des abscisses dépend uniquement des contraintes principales majeure et mineure, σ_1 et σ_3 .

Si on connaît les valeurs des contraintes σ_1 et σ_3 , et l'orientation de la facette on en déduit facilement la position du point T sur le cercle dont les coordonnées correspondent aux contraintes σ et τ . La position du point T peut être trouvée :

- graphiquement en remarquant que l'orientation α de la facette, par rapport au plan portant la contrainte σ_1 , est égale sur le plan de Mohr à deux fois l'angle formé au centre M du cercle entre le segment MT et $M\sigma_1$ (voir l'exemple sur la figure 1.9),
- mathématiquement à l'aide des expressions suivantes :

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha \quad \text{et} \quad \sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha .$$

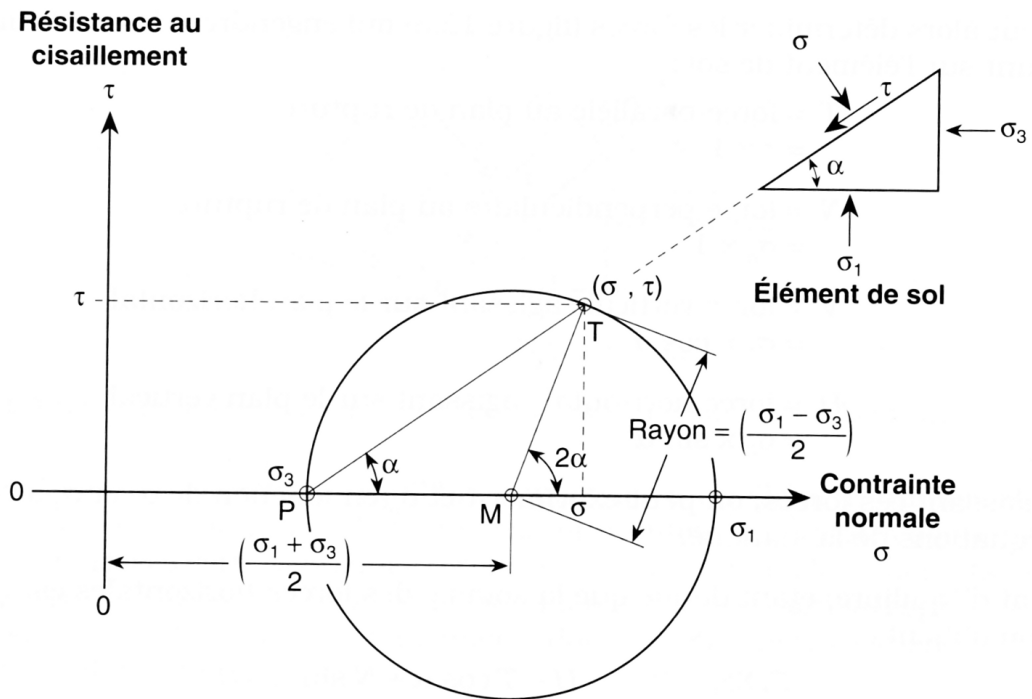


FIGURE 1.8 – Cercle de Mohr.

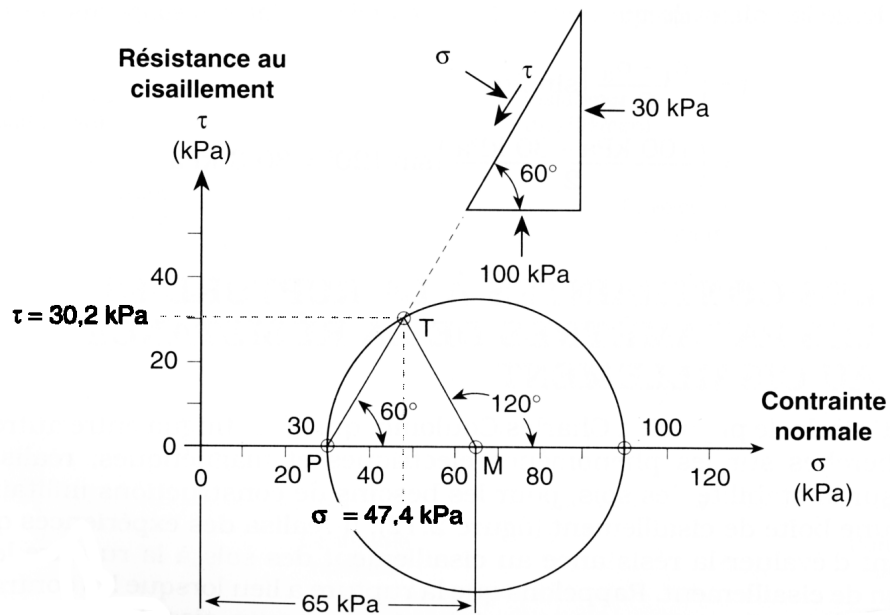


FIGURE 1.9 – Exemple de calcul des contraintes à l'aide du cercle de Mohr pour $\sigma_1 = 100$ kPa, $\sigma_3 = 30$ kPa et $\alpha = 30^\circ$.