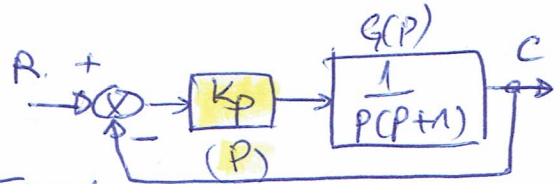


Solution des Exercices Supplémentaires (TD.1)

1. Ex 1.

1° Régulateur (P)

a) $FTBO = \frac{k_p}{P(P+1)} \Rightarrow$ système de type 1.
($d=1$).



b) Erreur de position: (l'entrée est un échelon)

$$\varepsilon_p = \frac{1}{1+k_p} \quad \text{ou} \quad k_p = \lim_{P \rightarrow 0} \frac{k_p}{P(P+1)} = \infty$$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon_p = \frac{1}{1+\infty} = 0.}$$

c) Erreur de vitesse (l'entrée est une rampe).

$$\varepsilon_v = \frac{1}{k_v} \quad \text{ou} \quad k_v = \lim_{P \rightarrow 0} P \cdot \frac{k_p}{P(P+1)} = k_p$$

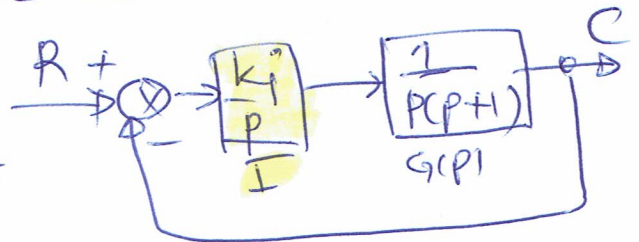
$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon_v = \frac{1}{k_v} = \frac{1}{k_p}}$$

FTBF = $\frac{k_p}{P^2 + P + k_p}$; le système est stable en boucle fermée pour $\forall k_p > 0$.

La 1ère condition de Routh devient suffisante (cas d'un système de 2^{ème} ordre).

2° Régulateur (I)

a) $FTBO = \frac{k_i}{P^2(P+1)} \Rightarrow$ le système est devenu de type 2.



b) Erreur statique:

$$\varepsilon_p = \frac{1}{1+k_p} \quad \text{ou} \quad k_p = \lim_{P \rightarrow 0} \frac{k_i}{P^2(P+1)} = \infty \Rightarrow \boxed{\varepsilon_p = 0}$$

$$\varepsilon_v = \frac{1}{k_v} \quad \text{ou} \quad k_v = \lim_{P \rightarrow 0} P \cdot \frac{k_i}{P^2(P+1)} = \infty \Rightarrow \boxed{\varepsilon_v = \frac{1}{\infty} = 0}$$

es stabilité du système.

$$FTBF = \frac{\frac{K_i}{P^2(P+1)}}{1 + \frac{K_i}{P^2(P+1)}} = \frac{K_i}{P^3 + P^2 + K_i}$$

Table de Routh.

$$1P^3 + 1P^2 + 0.P^1 + K_i P^0 = 0$$

P^3	1	0	0
P^2	1	K_i	0
P^1	$\frac{1 \times 0 - K_i \times 1}{1}$ $= -K_i$	0	
P^0	K_i	0	

Le système est donc instable pour toutes valeurs de K_i ($\forall K_i$).

Dans ce cas on constate que l'utilisation du régulateur (I) (l'action Intégrale) à améliorer la précision ($e_p = 0$, $e_v = 0$), mais on dépend de la stabilité.

En revanche l'ajout d'un régulateur (P) (1^{er} cas) ne change pas le type du système c.à.d aucun pôle ou zéro n'est ajouté au système mais seule la position des pôles et zéros peut changer.

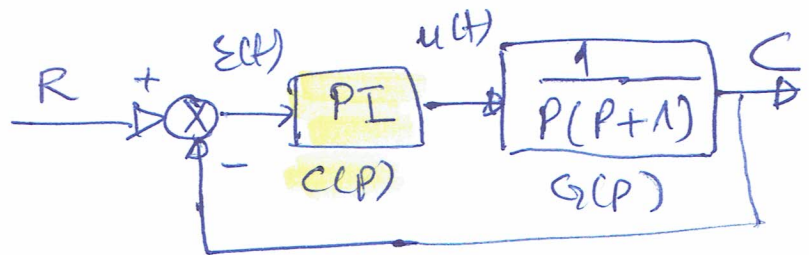
Exemple: utilis. PI.

On utilise le même système précédent, contrôle cette fois par un PI où $T_i = 20$.

$$= K_p \left(1 + \frac{1}{T_i P}\right) \text{ série}$$

$$C(p) = K_p + \frac{K_p}{T_i P}$$

$$= K_p \left(1 + \frac{1}{T_i P}\right)$$



- 1/ Quel est le type du système?
- 2/ Erreur pour une entrée $\rightarrow$ Echelon
 $\rightarrow$ rampe
- 3/ Stabilité.

1/ FTBO = $C(p) \cdot G(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i P}\right) \cdot \left(\frac{1}{P(P+1)}\right)$

$$= \frac{K_p (T_i P + 1)}{T_i P^2 (P+1)} = \frac{K_p \left(P + \frac{1}{T_i}\right)}{P^2 (P+1)}$$

système de type 2

2/ $E_p = ?$ $E_p = \frac{1}{1 + K_p} = 0$ (système type 2)

$E_v = 0$ (système type 2)

3/ FTBF =
$$\frac{K_p \left(P + \frac{1}{T_i}\right)}{P^2 (P+1)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{K_p \left(P + \frac{1}{T_i}\right)}{P^2 (P+1)}} = \frac{K_p (P + 0.5)}{P^3 + P^2 + K_p P + 0.5 K_p}$$

Table de Routh.

p^3	1	K_p
p^2	1	$0.5 K_p$
p^1	$0.5 K_p$	0
p^0	$0.5 K_p$	0

Le système est stable si $K_p > 0$.

L'ajout de l'action P au régulateur I a rétabli la stabilité du système et la précision reste améliorée ($e_p = 0, e_v = 0$).