

TD n° 1

(Analyse et performances des SALC)

Exercice 1

Soit le système représenté par les fonctions de transfert suivantes (FTBO) :

$$\text{a) } G_1(p) = \frac{100}{1+0.5p} \quad \text{b) } G_2(p) = \frac{100}{(1+0.1p)^2} \quad \text{c) } G_3(p) = \frac{5}{p(1+0.2p)(1+0.3p)}$$

Tracer la réponse fréquentielle de chaque système, et ce dans le plans de :

1. Bode.
2. Nyquist.
3. Black.

Exercice 2

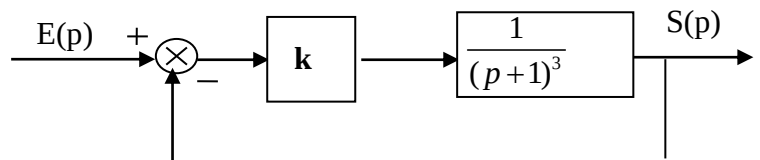
Un asservissement dont la fonction de transfert en boucle ouverte est la suivante :

$$G(p) = \frac{p+2}{p(p+10)}$$

- 1- Mettre cette fonction de transfert sous la forme de Bode.
- 2- Donner les pulsations de coupures du dénominateur et du numérateur de $G(j\omega)$.
- 3- Tracer les approximations asymptotiques des courbes de gain et de phase de $G(j\omega)$ dans le plan de Bode.
- 4- En déduire les courbes réelles de gain et de phase de Bode.

Exercice 3

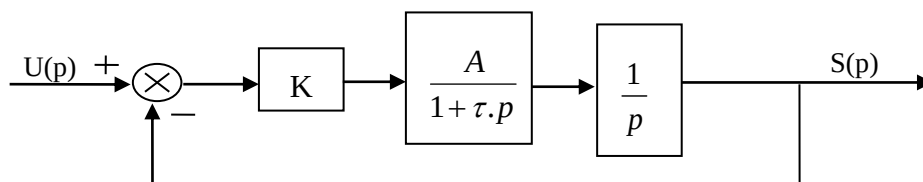
Soit la boucle de régulation à retour unitaire ci-contre (Figure 1) :



1. Pour $k=2$, en utilisant la FTBO :
 - a) Déterminer la pulsation de coupure (ω_{co}) ;
 - b) Déterminer la pulsation (ω_π) valeur de ω qui correspond à une phase de -180° (ou $-\pi$).
 - c) Calculer la marge de phase en degrés ($M\phi$) et la marge de gain en dB (MG) ;
 - d) Dites si le système est stable ou non en boucle fermée (justifier votre réponse).
2. Pour $k>2$, déterminer les nouvelles conditions de stabilité du système par le critère de Routh.

Exercice 4

On considère le système asservi représenté par le schéma fonctionnel ci-dessous :

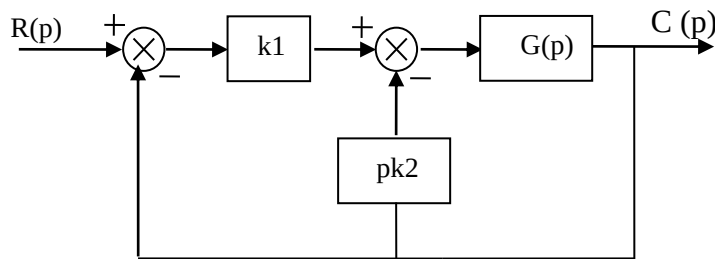


- 1°- Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée de ce système
- 2°- On applique à l'entrée un échelon unité. On exige que le 1^{er} dépassement transitoire soit égal à 5% de la valeur finale. Quelle valeur faut-il donner à K ? On donne $\tau=10s$ et $A=0.1$.
- 3°- Quel est alors le temps de réponse (à 5% près) du système à cet échelon ?

TD N°2 (Analyse et performances d'un SALC)

Exercice 1

Un processus de fonction de transfert : $G(p) = \frac{1}{p(p+1)}$ est intégré dans un schéma fonctionnel donné par la figure ci-dessous :



- 1/ Déterminer les valeurs de k_1 et k_2 qui permettent de modéliser le système en boucle fermée par une transmittance du second ordre avec un coefficient d'amortissement de 0.6 et une pulsation propre non amortie de 10 rad/s.
- 2/ Quel est en pourcent le dépassement maximal dans la réponse indicielle du système.
- 3/ Calculer l'erreur permanente correspondante.

Exercice 2

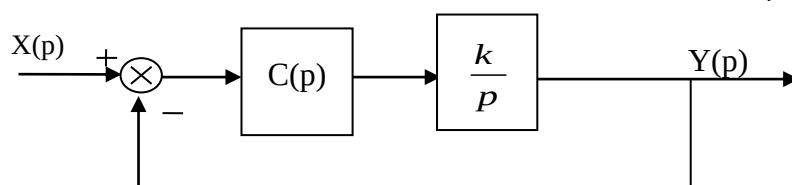
On considère un système asservi dont la fonction de transfert en boucle ouverte est donnée par :

$$G(p) = \frac{k}{(p+1)^3} \quad \text{avec } k > 0$$

1. Déterminer à l'aide de critère de Routh les conditions de stabilité de ce système en boucle fermée lorsqu'il est placé dans une boucle de régulation à retour unitaire.
2. Calculer l'erreur statique en fonction de k pour une entrée en échelon unitaire.
3. Pour annuler l'erreur statique, on introduit un intégrateur pur dans la chaîne directe. Déterminer les nouvelles conditions de stabilité ;
4. Que peut-on conclure en comparant les résultats trouvés en 1 et 3 ?
5. Calculer la valeur de k qui assure au système une marge de phase égale à 45° .

Exercice 3

A partir du schéma bloc de la figure1, ci-dessous, on se propose d'étudier les valeurs des coefficients (K_p et T_i) du régulateur $C(p)$ qui permettent d'obtenir des réponses apériodiques de la sortie $Y(p)$. La fonction du transfert du régulateur est donné par : $C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$



- 1- Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $F(p)$.
- 2- Exprimer la relation donnant T_i en fonction de K_p et k pour obtenir des réponses apériodiques.
- 3- Représenter cette relation sur un graphe en précisant les zones où les réponses sont apériodiques ($z \geq 1$) et les zones où elles sont oscillantes amorties ($0 < z < 1$).

Exercice 4

On considère un système de fonction de transfert en boucle ouverte $G(p)$ définie par :

$$G(p) = \frac{10}{p(p+1)^2}$$

Calculer, en boucle fermée, l'erreur de position et l'erreur de vitesse de ce système placé dans une boucle à retour unitaire.

Exercice 5

On considère un système de fonction de transfert en boucle ouverte $G(p)$ définie par :

$$G(p) = \frac{K}{(p+3)^2} \text{ avec } K > 0$$

On place ce système dans une boucle à retour unitaire. Déterminer la valeur de K qui assure au système en boucle fermée une erreur de position égale à 5 %.

Exercice 6

On considère un système de fonction de transfert en boucle ouverte $G(p)$ définie par :

$$G(p) = \frac{K}{p(p+5)^2} \text{ avec } K > 0$$

Déterminer la valeur de K qui assure à ce système, placé dans une boucle à retour unitaire, une marge de phase supérieure à 45° et un dépassement en boucle fermée inférieur à 10 %.
Quelle est alors la valeur du temps de montée ?

Exercice 7

On considère un système de fonction de transfert en boucle ouverte $G(p)$ définie par :

$$G(p) = \frac{K}{p(p+10)^2} \text{ avec } K > 0$$

On place ce système dans une boucle à retour unitaire.

Calculer l'erreur de position du système en boucle fermée.

Déterminer la valeur de K qui permet d'obtenir un temps de montée $t_m = 0,2$ s.

Déterminer la valeur de la marge de phase pour cette valeur de K . Conclure.

TD n° 3

(Correction des S.A.L.C)

Problème 1 : Asservissement d'un moteur électrique.

Un moteur électrique de 12V a une fonction de transfert du premier ordre entre la tension d'entrée (en volts) et sa vitesse de rotation (en rad/s).

$$G(p) = \frac{20}{1 + 0,3p}.$$

1. En alimentant le moteur avec 12V, quelle sera la vitesse nominale de rotation du moteur, en rad/s puis en tours par minute ?
2. Pour mesurer la vitesse, on utilise un capteur qui délivre une tension proportionnelle à la vitesse de rotation, de gain $R = 0,1 V.s/rad$. On réalise un asservissement du moteur avec le capteur dans la boucle de retour. Faire un schéma de l'asservissement. Quelle tension délivre le capteur quand le moteur tourne à sa vitesse nominale ? La consigne en entrée de l'asservissement pourra varier entre 0V et cette valeur $U_{\max}$
3. Quelle sera la vitesse de rotation du moteur en appliquant comme consigne $U_{\max}$? Quelle est l'erreur statique ?
4. On veut accélérer le moteur. La consigne varie linéairement entre 0V et $U_{\max}$ en 24 secondes. Quelle est l'erreur de vitesse ?
5. Pour supprimer l'erreur de vitesse, on choisit de mettre en place un correcteur avant le moteur : $C_1(p) = \frac{K}{p^\alpha}$

Quelle valeur minimale α permet de s'assurer que l'erreur de vitesse soit nulle ? Etudier la stabilité de cet asservissement.

6. L'asservissement sera-t-il stable si l'on applique le correcteur suivant ?

$$C_2(p) = \frac{K(1 + 0,3p)}{p^2}$$

Problème 2 : Régulation de la température d'un four.

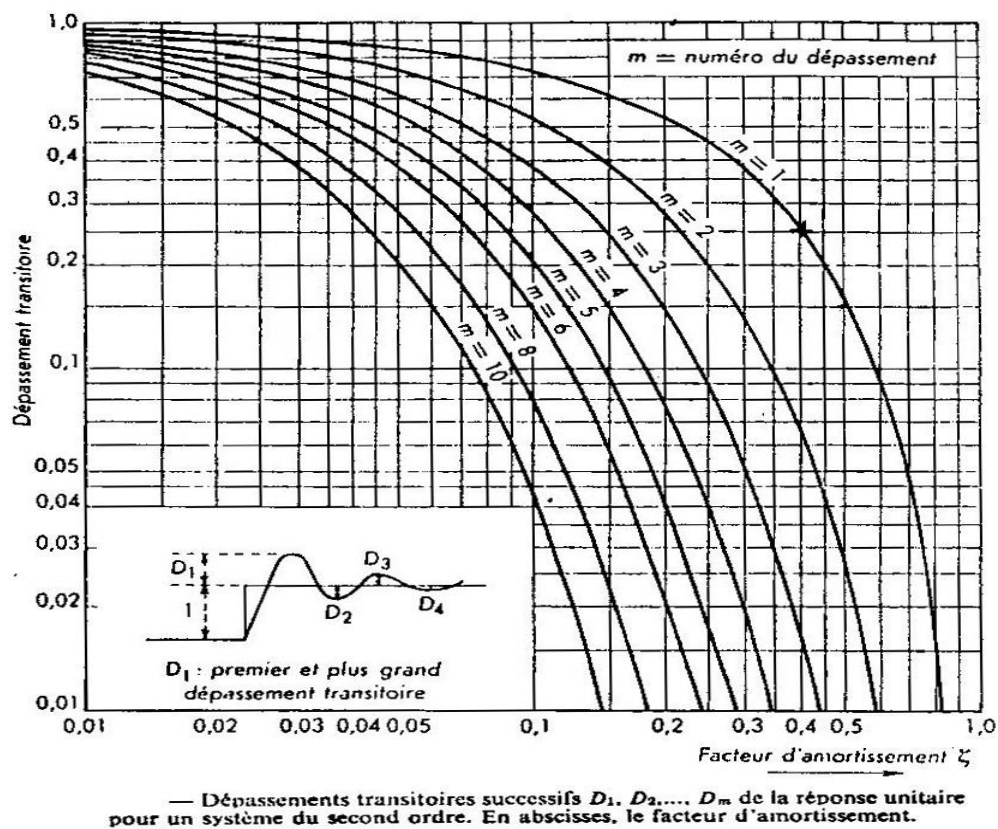
Un four électrique destiné au traitement thermique d'objets est constitué d'une enceinte close chauffée par une résistance électrique alimentée par une tension $v(t)$. Dix (10) objets peuvent prendre place simultanément dans le four. Le traitement thermique consiste à maintenir les objets pendant 1 heure à une température de 1200°C (régulée de façon optimale car les objets sont détruits si la température dépasse 1400°C). Entre deux cuissons, un temps de 24 minutes est nécessaire pour procéder au refroidissement du four et à la manutention.

On considère que la durée du cycle de traitement thermique complet correspond au temps de montée en température requise du four (Cf rappel en annexe), à l'heure de cuisson à température constante puis au temps de refroidissement et de manutention. On considère que le zéro de température correspond à la température ambiante.

Le four est régi par l'équation différentielle : $\frac{d\theta}{dt} + 2000 \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} = 0,02 \cdot v(t)$.

1. Calculer la fonction de transfert $G(p)$ du four en boucle ouverte. Quel est le gain statique du four ? Que se passe-t-il si on alimente le four par une tension constante en boucle ouverte ? Peut-on stabiliser la température du four en boucle ouverte ?
2. En admettant malgré tout qu'on alimente le four en boucle ouverte en appliquant aux bornes de la résistance une tension de 100 V continue, au bout de quelle durée atteindrait-on, dans le four, une température de 1200°C.
 - La résolution Maple de l'équation $x + e^{-x} = 1,3$ donne, pour seule solution positive, $x = 0,89$.
3. On décide de réguler la température du four en utilisant un capteur de température qui délivre une tension $u(t)$. Le capteur, placé dans la chaîne de rétroaction, est régi par l'équation différentielle : $u(t) + 2 \cdot \frac{du}{dt} = 5 \cdot 10^{-3} \theta(t)$
 On introduit également un gain K dans la chaîne directe.
 Faire le schéma bloc de la boucle de régulation et calculer sa fonction de transfert en boucle fermée. Déterminer les conditions de stabilité de ce système.
4. On souhaite se placer dans des conditions de stabilité suffisantes en imposant une marge de phase de $\Delta\varphi = 45^\circ$. Quelle est la valeur du temps de montée en boucle fermée ?
 - Rappel : La marge de phase est donnée par :

$$\Delta\varphi = \pi + \arg(FTBO(j\omega_0))$$
 pour ω_0 la pulsation de coupure à 0dB de la FTBO
5. On souhaite réguler la température du four à 1200°C. Déterminer la valeur du signal de consigne à introduire dans le système. Le système étant réglé pour obtenir une marge de phase de $\Delta\varphi = 45^\circ$, quelle est la température maximale atteinte dans le four ? Conclure.



6. On souhaite atteindre une cadence de 100 objets par 24 heures. Quelle pulsation de coupure à 0dB a-t-on alors ? Que vaut alors la marge de phase ? Commenter ce résultat.

7. Proposer un correcteur à avance de phase qui limite le dépassement à 10% tout en conservant cette cadence.

Annexe (Rappel) :

1. Pour tout système linéaire d'ordre 2, l'approximation suivante permet de prédire la valeur de l'amortissement en boucle fermée :

$$\xi_{BF} \approx \frac{\Delta\varphi^\circ}{100}$$

2. Pour tout système d'ordre 2, la valeur du dépassement indicielle (dans le cas d'un amortissement $\xi < 1$) peut se calculer selon :

$$d\% = 100 \cdot e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

3. Pour tout système linéaire d'ordre 2, l'approximation suivante permet d'évaluer le

4. temps de montée en boucle fermée $t_m \cdot \omega_{cBO} \approx 3$

t_m : Est le temps de montée est définit comme le temps au bout duquel le signal franchit la 1er fois son asymptote dans le cas où ce phénomène se produit. Si l'on maîtrise le phénomène de dépassement, le temps de montée est un bon paramètre pour chiffrer la rapidité d'un système en boucle fermée

ω_{cBO} : Est la pulsation de coupure à 0dB du système en boucle ouverte.