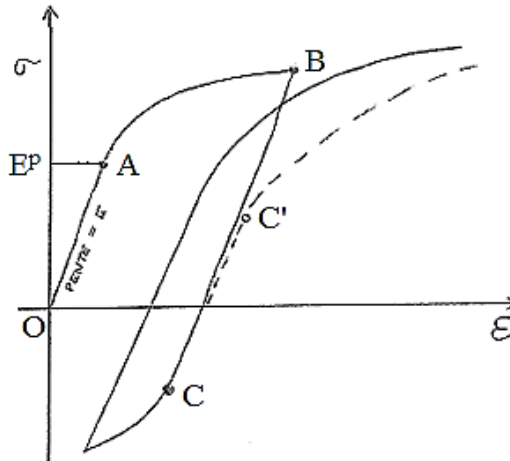


CHAP.2. DUREE DE VIE EN FATIGUE.

1- Comportement en fatigue des matériaux :

1.1. Chargement monotone:

La courbe de sollicitation uniaxiale (contrainte – déformation) se caractérise par une zone de déformation élastique et une zone de déformation plastique à partir du point A = limite élastique.



Lors d'un déchargement + chargement dans la direction inverse la courbe présente une première partie élastique puis à nouveau une zone non linéaire à partir du point C.

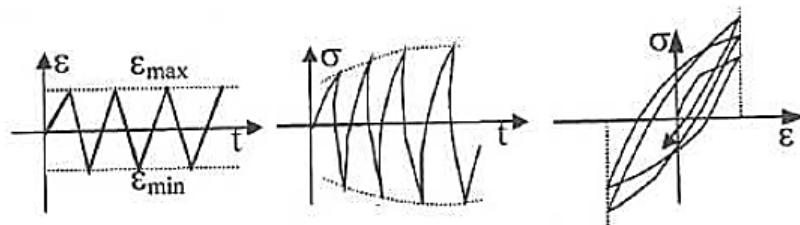
Le point C est généralement supérieur à la limite d'élasticité A, c'est l'effet Bauschinger.

La boucle parcourue dans la séquence déchargement / remise en charge est appelée boucle d'hystérèse, elle représente l'énergie dissipée en déformation plastique, principalement sous forme de chaleur.

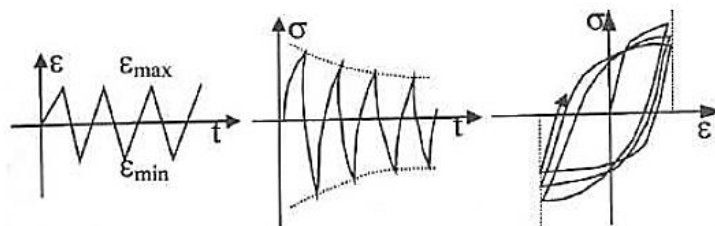
1.2. Chargement cyclique :

Lorsque la contrainte évolue de manière cyclique, la boucle d'hystérèse évolue, parfois elle tend à se stabiliser dans une forme définitive après une période d'« accommodation ». On distingue essentiellement 4 types d'évolutions:

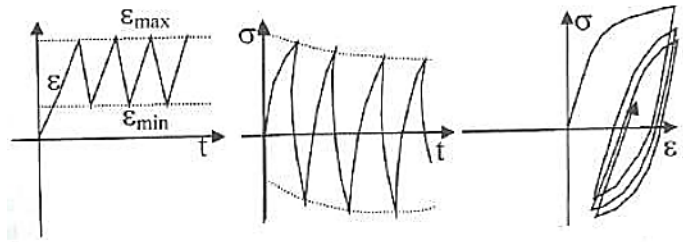
Durcissement cyclique :



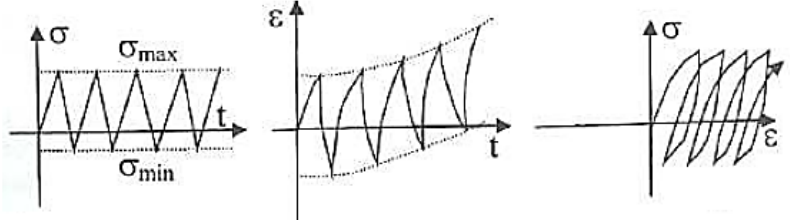
Adoucissement cyclique :



Relaxation de la contrainte moyenne

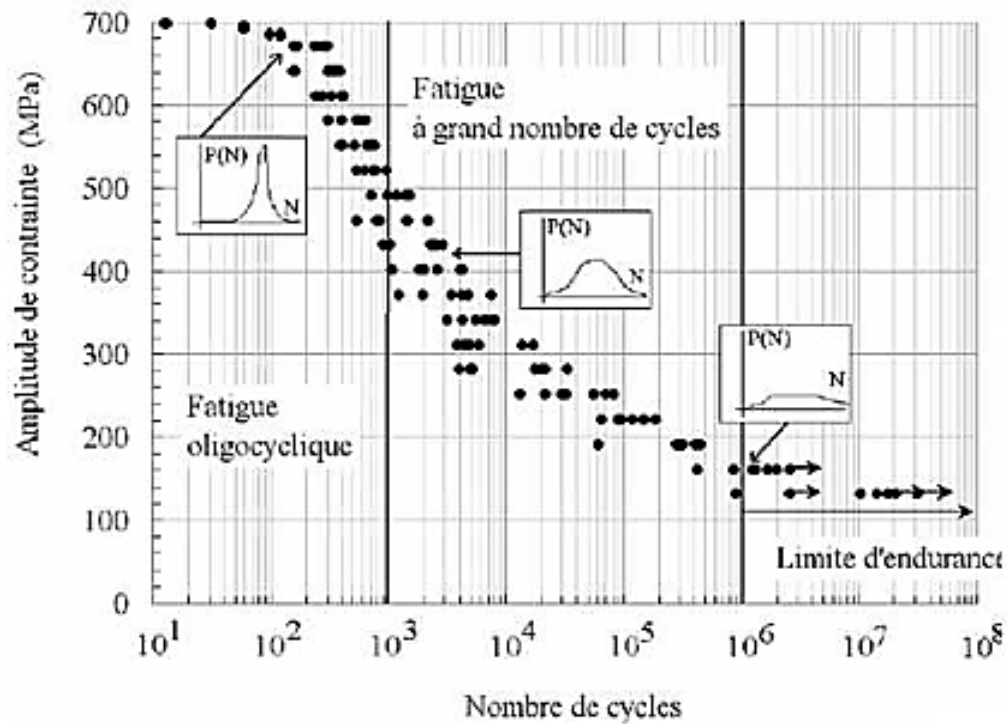


Effet « rochet »



1-3- Courbe de durée de vie ou courbe de Wöhler :

Cette courbe représente la variation d'une des contraintes dynamiques S en fonction du nombre de cycles à rupture N_R (reporté sur échelle logarithmique). On distingue les essais menés à charge imposée et les essais menés à déformation totale imposée. Cette courbe partage le plan de coordonnées en trois domaines :



1. **Domaine de la fatigue oligocyclique :** correspond aux contraintes les plus grandes, supérieures à la limite d'élasticité macroscopique et où le nombre de cycles à la rupture s'étend de 0.5 jusqu'à 10^4 ou 10^5 (pour les aciers doux) $N \leq 10^5$ cycles. La contrainte σ_a est à la valeur de R_m , L'éprouvette atteint généralement un état d'accommodation plastique ou un rochet élastoplastique:

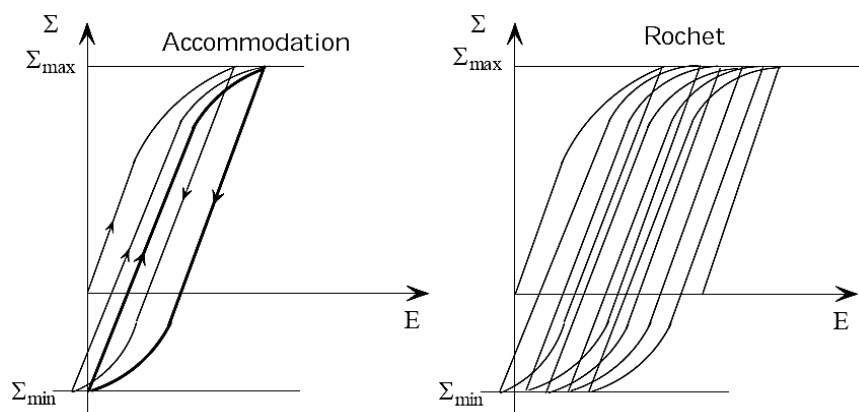
L'accommodation plastique se produit lorsque la réponse de l'éprouvette devient périodique, c'est à dire la déformation plastique devient périodique, un cycle d'hystérésis élastoplastique se produit.

Le rochet se produit lorsque la réponse de l'éprouvette n'atteint jamais un état périodique, la déformation plastique croît sans cesse, ce qui va provoquer la ruine de la structure en un nombre de cycles relativement très faible.

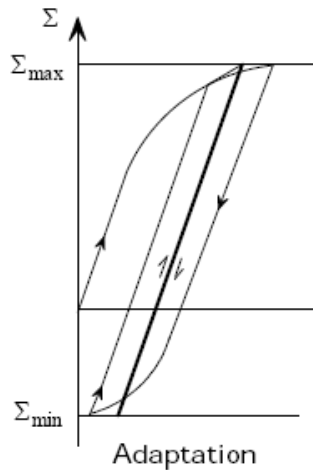
Dans cette zone, la rupture survient après un petit nombre d'alternances et est précédée d'une déformation plastique notable. Par suite de l'amplitude de la contrainte maximale, chaque cycle d'effort entraîne une déformation plastique d'ensemble accompagnée le plus souvent soit d'un durcissement notable, soit d'un adoucissement du métal.

La déformation plastique ε_p peut être souvent reliée au nombre de cycles à la rupture par une relation simple de la forme (loi de Manson-Coffin) : $N^k \varepsilon^p = C$

Où l'exposant k est voisin de 5 pour les métaux courants (aciers, alliages légers).



2. **Domaine d'endurance limitée ou domaine de fatigue:** où la rupture est atteinte après un nombre de cycles compris approximativement entre 10^5 à 10^7 ($N > 10^5$ cycles), ce domaine correspond à une fourchette de contraintes $R_m \geq \sigma_a \geq \sigma_D$. La rupture n'est pas accompagnée d'une déformation plastique d'ensemble, mesurable. La réponse de l'éprouvette atteint dans ce cas un régime adapté élastique. L'adaptation élastique est un état où la réponse de l'éprouvette devient purement élastique.



3. **Domaine d'endurance illimitée ou zone de sécurité** : Au-dessous d'un seuil $\sigma_a \leq \sigma_D$ les éprouvettes ne rompent plus c'est la vie infinie, Entre les deux derniers domaines la courbe de Wöhler présente un coude plus ou moins prononcé compris entre 10^6 et 10^7 cycles. le seuil de contrainte σ_D est appelée limite de fatigue ou limite d'endurance. la courbe tend vers une limite asymptotique parallèle à l'axe des N. Cette limite peut ne pas exister ou être mal définie pour certains matériaux (aciers à haute résistance, métaux non ferreux). Les grandes durées de vie concernent le domaine de la fatigue polycyclique.
4. **Limite de fatigue** : L'asymptote horizontale courbe. Tout chargement situé au-dessous de cette asymptote conduit à une durée de vie en fatigue « infinie ». C'est le cas de certains aciers et alliages de titane, à la température ambiante.
5. **limite d'endurance** : le seuil de contrainte σ_D , pour un nombre de cycles élevé (typiquement 10^7 à 10^8). C'est le cas de nombreux alliages non ferreux, par exemple les alliages d'aluminium.

La limite de fatigue ou d'endurance peut être nettement inférieure à la résistance à la traction, elle vaut environ 50% de celle-ci pour les aciers, 35% pour les alliages de nickel, cuivre ou magnésium (limite à 10^8 cycles) pour $R = 0$ à la température ambiante.

Une telle courbe S-N n'est pas unique : elle dépend du rapport de charge (ou de la contrainte moyenne). Il faut donc tracer plusieurs courbes S-N avant de pouvoir dimensionner la pièce.

1-4- Approximation de la courbe de wohler :

Pour permettre une exploitation de la courbe dans l'engineering on procède à une approximation linéaire de la courbe. Par comparaison les courbes de Wöhler des alliages ferreux et non ferreux possèdent les limites pouvant être représentées par la figure suivante:

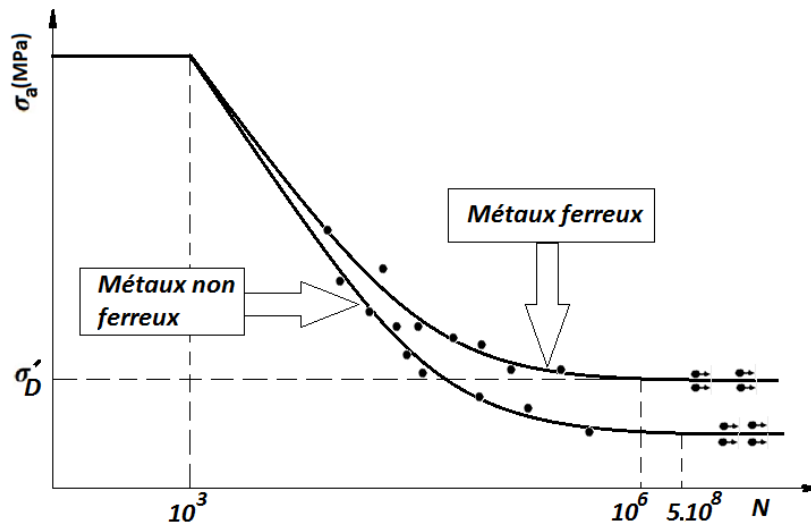
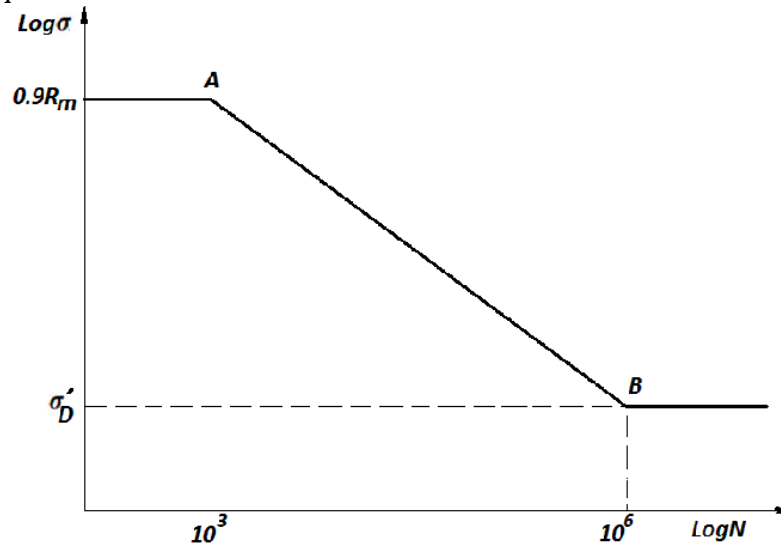


Figure. Forme générale des courbes de fatigue des métaux ferreux et non ferreux

En approximant linéairement la partie de la courbe ($10^3 < N < 10^6$) et en utilisant l'échelle logarithmique on aura :



Les coordonnées des points A et B sont respectivement: ($10^3, 0.9R_m$) et ($10^6, \sigma'_D$). La droite (AB) aura pour équation : $\text{Log} \sigma = \text{Log} a \cdot \text{Log} N + \text{Log} b$

Où Log représente le logarithme décimal et a et b sont positifs non nuls.

L'équation peut s'écrire : $\text{Log} \sigma = \text{Log} a \cdot \text{Log} N + \text{Log} b = \text{Log}(b \cdot a^{\text{Log} N})$

D'où $\sigma = b \cdot a^{\text{Log} N}$

$$\sigma'_D = b a^6$$

On applique les conditions aux limites aux points A et B : $0.9R_m = b a^3$

On obtient: $a = \left(\frac{\sigma'_D}{0.9R_m} \right)^{\frac{1}{3}}$ et $b = 0.9R_m \frac{0.9R_m}{\sigma'_D}$

Remplaçons dans $\sigma = b \cdot a^{\text{Log} N}$ on obtient ; $\sigma = 0.9R_m \frac{0.9R_m}{\sigma'_D} \cdot \left(\frac{\sigma'_D}{0.9R_m} \right)^{\frac{1}{3} \text{Log} N}$

$$\sigma = 0.9R_m \cdot \left(\frac{\sigma'_D}{0.9R_m} \right)^{\frac{1}{3} \text{Log} N - 1}$$

la Détermination des contraintes lorsque le nombre de cycles N est connu.

$$\sigma = 0.9R_m \cdot \left(\frac{\sigma'_D}{0.9R_m} \right)^{\frac{1}{3}(\log N - 3)}$$

L'expression $N=f(\sigma)$ du nombre de cycles N lorsque les contraintes sont connu. :

$$N = 1000 \left(\frac{\sigma}{0.9R_m} \right)^{\left[\frac{3}{\log \frac{\sigma'_D}{0.9R_m}} \right]}$$

2. Aspect statistique de la courbe de WOHLER :

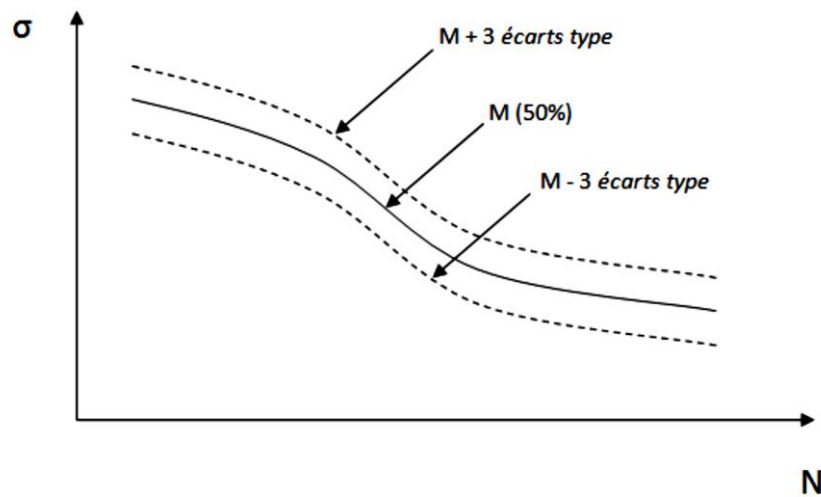
La courbe de Wöhler est tracée en soumettant successivement une multitude d'éprouvettes à des contraintes sinusoïdales de différentes amplitudes. Il y a une dispersion considérable dans les résultats, en particulier pour les grandes durées de vie. Pour une contrainte donnée, le rapport entre la valeur maximale et la valeur minimale du nombre de cycles à la rupture ≥ 10 . On attribue cette dispersion des résultats à :

- Hétérogénéité des matériaux,
- Aux défauts superficiels,
- Aux tolérances d'usinage,
- Des facteurs métallurgiques.

Parmi ces facteurs, les inclusions sont les plus importantes. La dispersion est due en fait, à ce que l'action de la fatigue dans un métal est en général fortement localisée. Le taux de fatigue dépend de la taille, de l'orientation et de la composition chimique de quelques grains de matériau qui sont situés dans une zone critique.

Il est par conséquent peu réaliste de vouloir caractériser la tenue en fatigue d'un matériau par une courbe de Wöhler tracée en effectuant un seul essai de fatigue à chaque niveau de contrainte. Il est plus juste de décrire cette tenue par une courbe à caractère statistique, l'axe des abscisses donnant la longévité N_p pour une survie de p % des éprouvettes.

On donne en général la courbe de longévité (ou courbe d'équiprobabilité) médiane (N_{50} , soit survie de 50% des éprouvettes) et parfois les courbes médianes ± 1 à 3 écarts type ou d'autres courbes à isoprobabilité.(exemple +ou- 10%)



Il est nécessaire de construire les courbes d'équiprobabilité, courbes P.S.N. (Probabilistics, Stresses, Number of cycles) qui associent à chaque sollicitation ou nombre de cycles N une probabilité de rupture $p\%$. La courbe de Wöhler étant alors la courbe médiane à 50%.

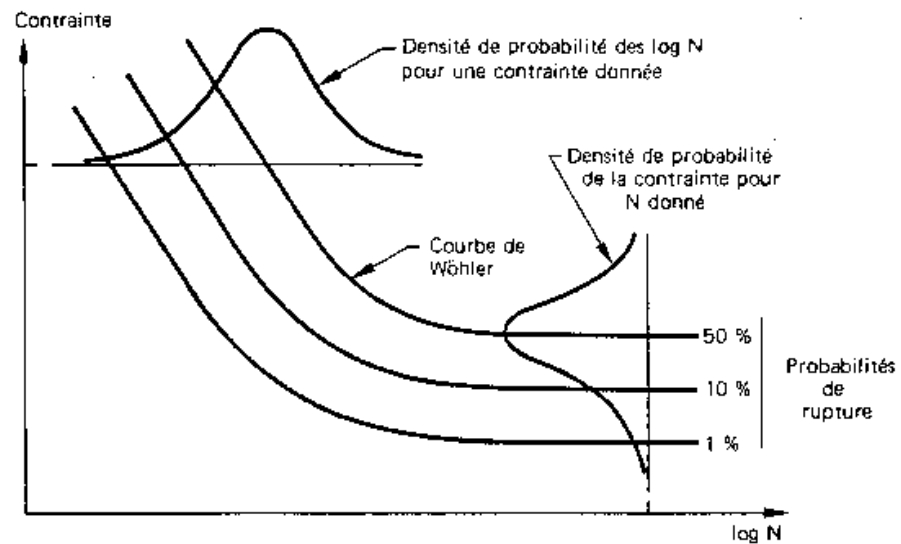
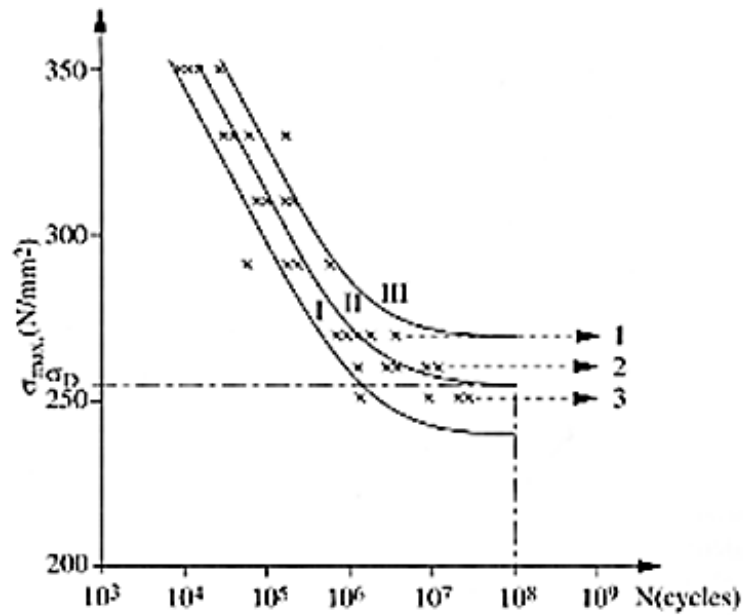
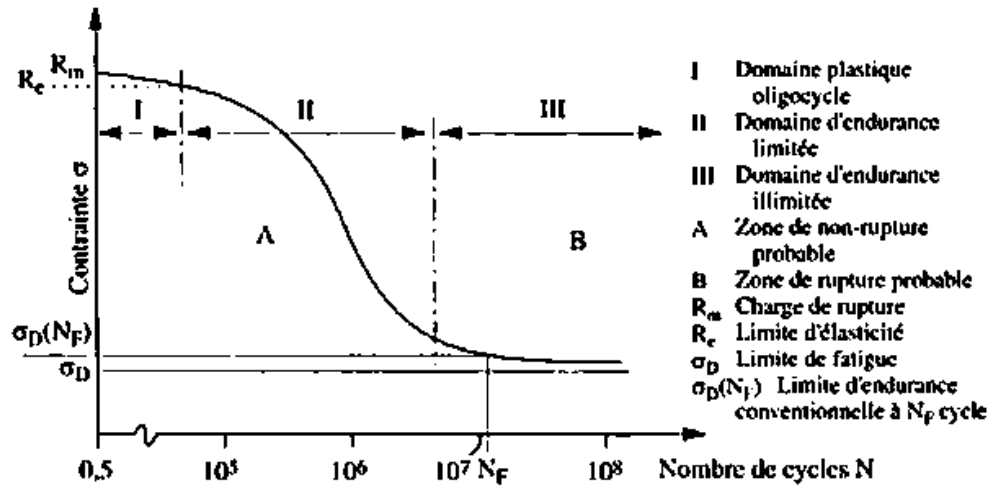


Fig. Courbe de Wöhler probabilisée.



Relation entre la limite d'endurance et les propriétés statistiques des matériaux :

On trouve dans la littérature des formules établies empiriquement liant la limite d'endurance σ_D et son écart type aux caractéristiques mécaniques du matériau (coefficient de Poisson, module de Young, ...). On trouve par exemple, pour les aciers, les relations suivantes dans le tableau ci-après.

Houdremont et Mailander	$\sigma_D = 0,25(R_e + R_m) + 5$	R_e = contrainte limite élastique R_m = contrainte à la rupture
Lequis, Buchholtz et Schultz	$\sigma_D = 0,175(R_e + R_m - A\% + 100)$	$A\%$ = allongement [%]
Fry, Kesner et Öttel	$\sigma_D = \alpha R_m + \beta R_e$	α proportionnel à R_m et β inversement proportionnel
Heywood	$\sigma_D = \frac{R_m}{2}$ $\sigma_D = 150 + 0,43 R_e$	
Brand	$\sigma_D = 0,32 R_m + 121$	
Lieurade et Buthod [LIE 82]	$\sigma_D = 0,37 R_m + 77$ $\sigma_D = 0,38 R_m + 16$ $\sigma_D = 0,41 R_m + 2 A$ $\sigma_D = 0,39 R_m + S$	(à 15% près) S = striction [%]
Jüger	$\sigma_D = 0,2 (R_e + R_m + S)$	
Rogers	$\sigma_D = 0,4 R_e + 0,25 R_m$	
Mailander	$\sigma_D = (0,49 \pm 20\%) R_m$ $\sigma_D = (0,65 \pm 30\%) R_e$	
Stribeck	$\sigma_D = (0,285 \pm 20\%)(R_e + R_m)$	
Dans toutes les relations ci-dessus, σ_D , R_m et R_e sont exprimées en N/mm ²		
Feodossiev [FEO]	aciers, flexion : $\sigma_D \simeq 0,4 \text{ à } 0,5 \sigma_R$ aciers très résistants : $\sigma_D \simeq 4000 + \frac{1}{6} \sigma_R$ [Kg/cm ²] Métaux non ferreux : $\sigma_D \simeq 0,25 \text{ à } 0,5 \sigma_R$	

3-Facteurs influents sur la tenue en fatigue :

Il y a un grand nombre de paramètres susceptibles d'affecter la résistance à la fatigue et donc de modifier la courbe S-N. Ces facteurs peuvent être classés comme suit :

- Facteurs dépendants des conditions de sollicitation (nature des charges : traction/compression, flexion alternée, flexion rotative, torsion alternée, ...) ;
- Facteurs géométriques (effet d'échelle, forme, ...) ;
- Facteurs dépendant des conditions de surface ;
- Facteurs d'ordre métallurgiques ;

- Facteurs d'environnement (température, corrosion, ...) ;

La limite de fatigue d'une éprouvette peut ainsi être exprimée sous la forme:

$$\sigma_D = K_e \cdot K_s \cdot K_\theta \cdot K_d \cdot K_g \cdot K_h \cdot \sigma'_D$$

K_e : effet d'échelle

K_s : effet de surface

K_θ : effet de la température

K_d : effet de forme (entailles, congés, ...)

K_g : effet de fiabilité

K_h : effets divers (vitesse de charge, type de charge, corrosion, contraintes résiduelles, fréquence de la sollicitation, ...)

Paramètres d'ordre métallurgique

Taille des grains : Les structures à grains fins présentent une meilleure tenue en **fatigue que les structures à gros grains**.

Orientation du fibrage par rapport à la direction des efforts : L'orientation générale des grains (fibrage) confère au matériau une anisotropie plus ou moins marquée. Les caractéristiques statiques et la tenue en fatigue seront meilleures dans le sens long du fibrage que dans les autres sens (travers long et travers court).

Taux d'écrouissage : L'écrouissage résultant des opérations de formage a pour effet de consolider le matériau (augmentation de la limite d'élasticité), et par suite, améliore la tenue en fatigue.

Traitement thermique : Suivant que le traitement thermique provoque un adoucissement ou un durcissement du matériau, la tenue en fatigue sera diminuée ou augmentée. De plus, le traitement thermique peut modifier la taille des grains.

Santé métallurgique de l'alliage : Les défauts métallurgiques (lacunes, défauts interstitiels, précipités, inclusions) peuvent être à l'origine de l'endommagement par fatigue. Par incompatibilité des déformations, ils provoquent des concentrations de contraintes locales. L'abattement de durée de vie dépendra de leurs quantités, taille, nature, répartition, orientation par rapport aux efforts.

Paramètres d'ordre mécanique et géométrique :

Nature du chargement : Le chargement peut être monotone ou variable (et même aléatoire, spectre). Dans le cas des chargements monotones les paramètres prépondérants sont :

- **la forme du signal :** un signal de type carré est plus pénalisant que celui de type sinusoïdal;
- **le rapport R** (rapport entre la valeur minimale et la valeur maximale du chargement) : à contrainte maximale constante, si R augmente, la durée de vie augmente;
- **la contrainte moyenne :** à amplitude de chargement constante, si S_m augmente, la durée de vie diminue.

La période du signal a en général peu d'influence sur la durée de vie. Cette règle est infirmée quand le phénomène de fatigue est associé à d'autres modes d'endommagement fonction du temps : fatigue/corrosion, fatigue/fluage, ou lorsque la rapidité des sollicitations produit un échauffement.

Dans le cas des chargements variables, les paramètres prépondérants sont :

- la présence de surcharges : la répétition périodique d'une surcharge peut retarder la propagation de fissures;
- l'ordre d'apparition des cycles.

Accidents de forme (discontinuité dans la géométrie : entailles, trous...) : Un accident de forme augmente localement le niveau de contrainte. Cette augmentation peut être traduite par un coefficient de contrainte élastique K_t : rapport entre la contrainte locale maximale et la contrainte nominale. Dans le domaine d'endurance limité (domaine visé par l'industrie aéronautique), si la valeur de K_t augmente, la durée de vie diminue.

Effet d'échelle : A niveau de contrainte égale, deux pièces de même géométrie mais de dimensions différentes n'auront pas la même tenue en fatigue : plus les dimensions d'une pièce croissent, plus sa résistance à la fatigue diminue. Cette observation s'explique principalement par le volume de matière sollicité : plus celui-ci est grand, plus la probabilité d'avoir des défauts métallurgiques est grande. Weibull en a donné une interprétation phénoménologique. Z. Bazant a ensuite apporté une explication quantitative grâce à la mécanique de la rupture.

Qualité de l'usinage : Généralement, l'endommagement par fatigue apparaît en premier lieu à la surface des pièces. La prise en compte des deux aspects suivants améliore la tenue en fatigue :

- **l'aspect micro géométrie de la surface :** un mauvais usinage provoque en surface des microreliefs susceptibles d'augmenter localement le niveau de contrainte ; l'amorçage des fissures en surface est donc retardé lorsque la rugosité est faible ;
- **l'aspect contraintes résiduelles :** l'usinage peut introduire des contraintes résiduelles de traction en surface (elles sont équilibrées en profondeur par des contraintes résiduelles de compression) ; ces contraintes se superposant à celles du chargement accélèrent l'endommagement par fatigue.

Environnement : Un milieu agressif (températures élevées, milieux corrosifs...) aggrave le phénomène de fatigue. Il apparaît des phénomènes nouveaux comme le fluage ou la corrosion. Leur action est liée au temps d'exposition.

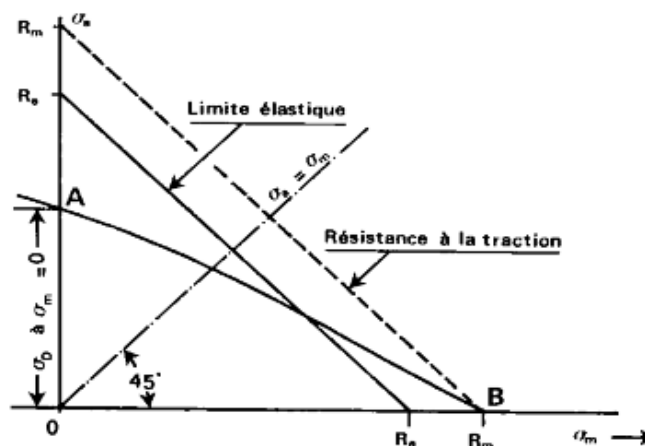
4-Diagrammes de représentation de la fatigue :

1- Diagramme de Goodman :

Sur ce diagramme on représente l'amplitude de contrainte σ_a en fonction de la contrainte moyenne σ_m . Deux points particuliers apparaissent :

- **le point A :** représente la limite d'endurance σ_D en sollicitation purement alternée ($\sigma_D = \sigma_a$) ;
- **le point B :** représente le comportement limite du matériau pour une contrainte alternée nulle. Ce point correspond R_m au cours d'un essai statique.

L'ensemble des limites d'endurance observées pour diverses valeurs de la contrainte moyenne, se placent alors sur une **courbe AB** ajustée en fonction des résultats d'essais. Le domaine limité par cette **courbe AB** et les deux axes de coordonnées, représentent le **domaine de fonctionnement autorisé** avec le matériau pour avoir une durée de vie supérieure ou égale aux nombres de cycles pour lequel a été déterminée la limite d'endurance.



Sur ce diagramme on utilise parfois des « rayons » qui représentent le rapport entre σ_a et σ_m . Ces rayons sont alors paramétrés en fonction des valeurs que prend ce rapport. Le diagramme de Haigh peut être ensuite limité par la droite représentant la limite d'élasticité du matériau.

Plusieurs représentations de la courbe AB ont été proposées et qui permettent déconstruire un diagramme d'endurance approché, lorsqu'on ne connaît que la limite d'endurance en sollicitation purement alternée et les caractéristiques mécaniques statistiques (R_e , R_m) du matériau.

$$\text{Droite de Goodman : } \sigma_a = \sigma_D \left(1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \right) ;$$

$$\text{Droite de Söderberg : } \sigma_a = \sigma_D \left(1 - \frac{\sigma_m}{R_e} \right) ;$$

$$\text{Parabole de Gerber : } \sigma_a = \sigma_D \left(1 - \left(\frac{\sigma_m}{R_m} \right)^2 \right) ;$$

La figure ci-dessous montre que les droites de Goodman et Söderberg, pénalisent fortement la tenue en fatigue par rapport à la formule parabolique de Gerber. Cette dernière relation est intéressante dans le domaine $\sigma_a > 0$.

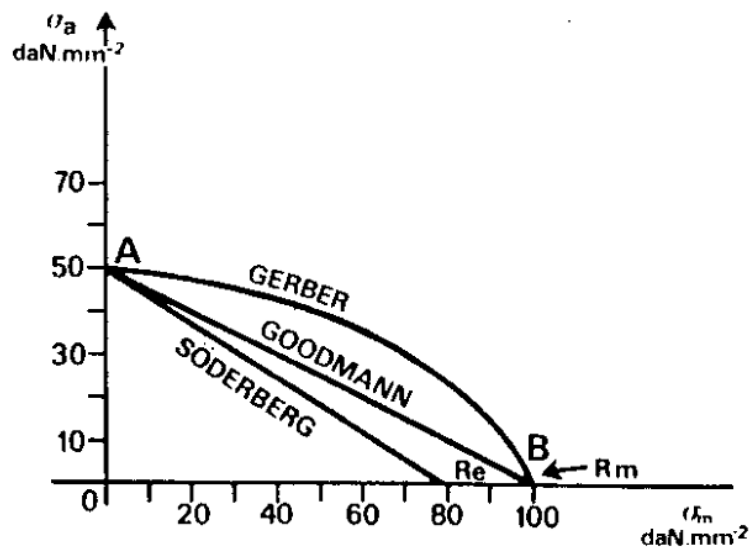
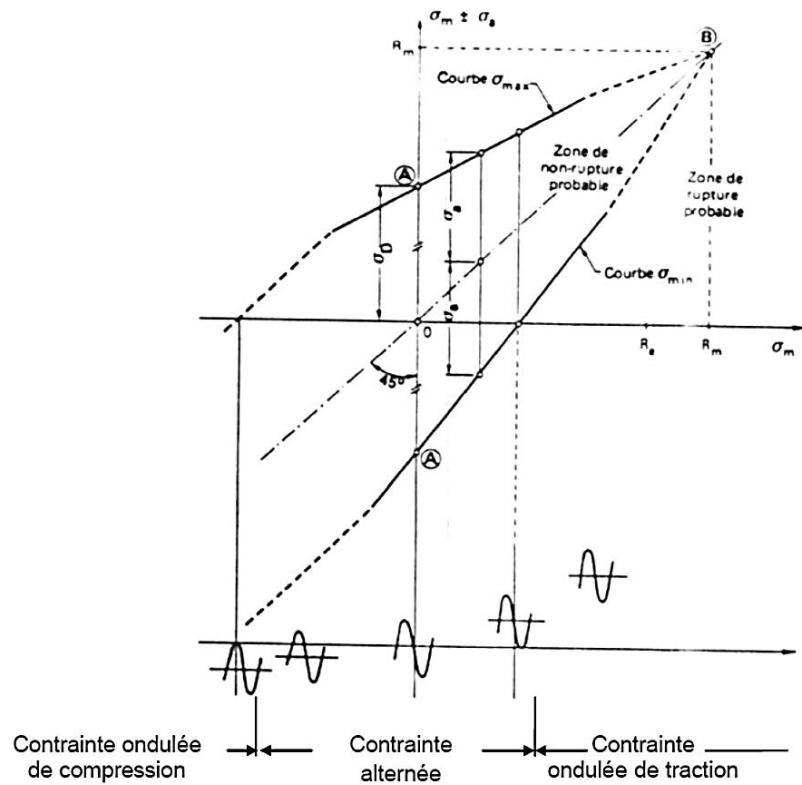
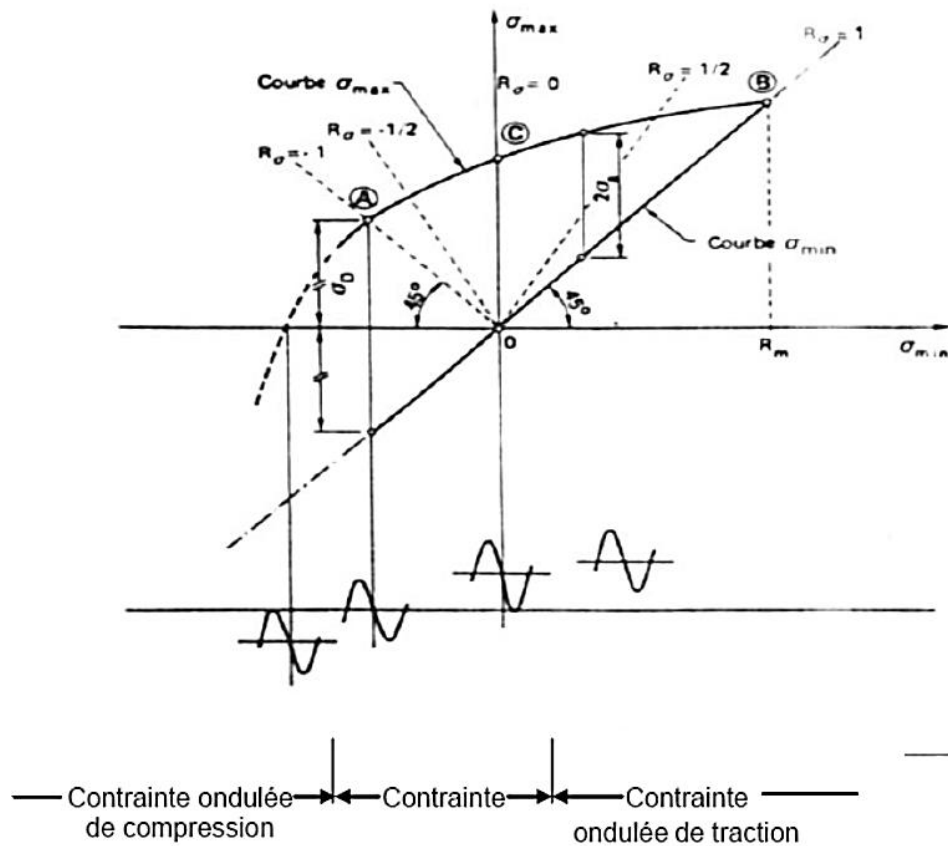


Figure : Diagramme de Goodman. Différentes représentations de la courbe AB

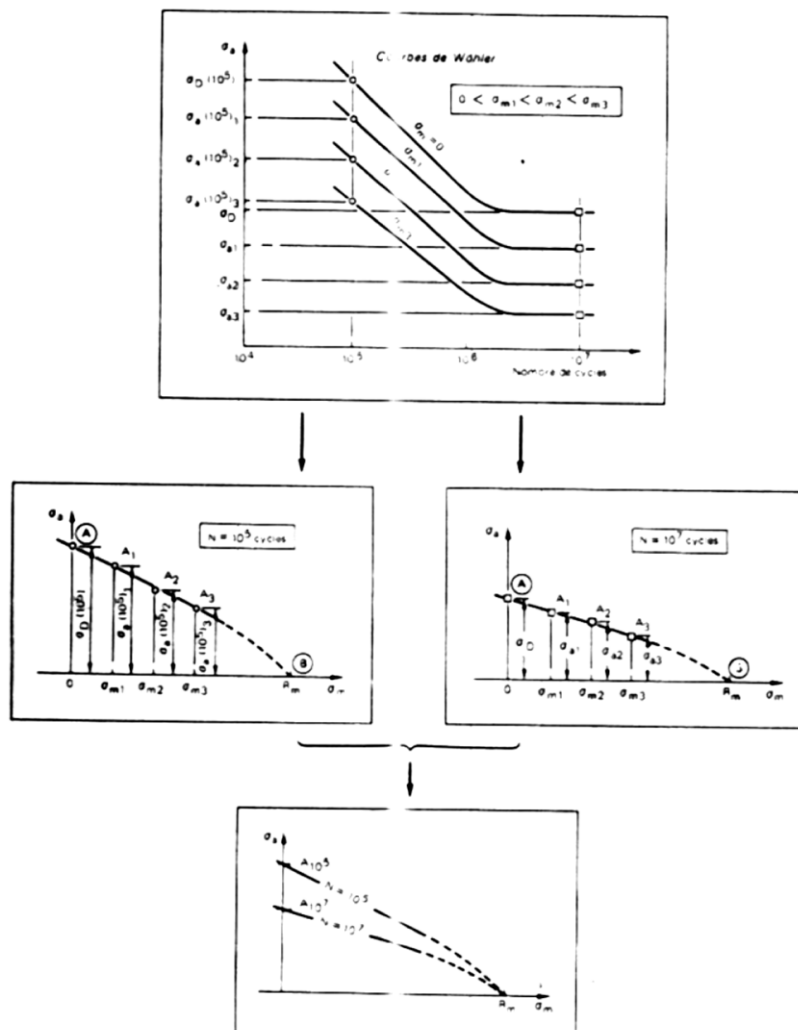
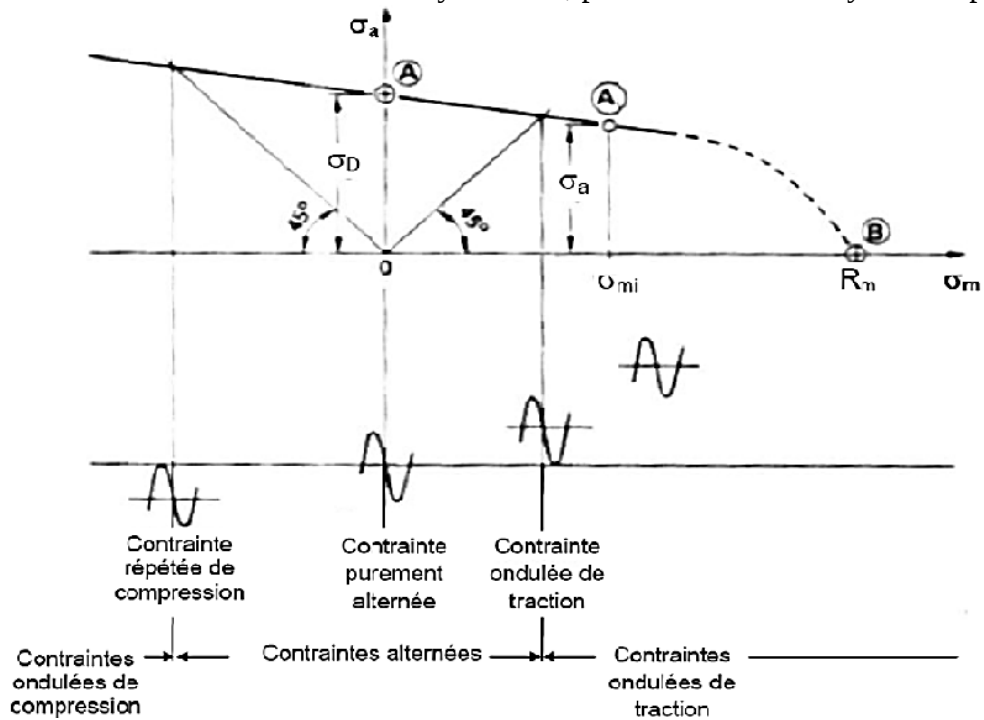
2-Diagramme de Goodman-Smith : On représente sur ce diagramme la variation des contraintes maximales $\sigma_{\max}$ et minimales $\sigma_{\min}$ en fonction de la contrainte moyenne σ_m . On retrouve Les points particuliers A et B, ainsi que les différentes formes de courbes droite de Goodman, parabole de Gerber ou toute autre courbe représentative d'une fonction ajustée aux résultats d'essais.



3- Diagramme de R σ : Ce diagramme est utilisé dans les pays anglo-saxon, il représente la variation de la contrainte maximale σ_{max} en fonction de la contrainte minimale σ_{min} . En plus des deux points particuliers A et B, apparaît un autre point particulier C correspond à $\sigma_{min} = 0$. Un certain nombre de valeurs particulières du rapport des contraintes ($R\sigma = R_{max}/R_{min}$) et ($R\sigma = -1/2$ et $R\sigma = 1/2$) sont portées au diagramme.



4- Diagramme de Haigh : Ce diagramme représente la variation de l'amplitude de la contrainte σ_a en fonction de la contrainte moyenne σ_m , pour un nombre de cycles à rupture.



5- **Diagramme de Moore- Kommers- Jaspers** : Essentiellement utilisé dans les pays germaniques, il est peu connu, ce diagramme présente la variation de la contrainte maximale $\sigma_{\max}$ en fonction du rapport des contraintes $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$. Ce diagramme présente un grand intérêt pour la détermination de $\sigma_{\max}$ lorsqu'on ne connaît pas la contrainte moyenne σ_m .

