

Td 3

La loi de Williams-Landel-Ferry (WLF)

Exercice 1

Un ingénieur teste un nouveau polymère pour des semelles de chaussures de sport.

- Si la semelle devient trop rigide, elle perd ses propriétés amortissantes. À quelle température le risque de rigidification est-il le plus élevé : par **grand froid** ou lors d'une **canicule** ?
- Si l'athlète court très vite (impacts au sol à **haute fréquence**), le matériau se comportera-t-il comme s'il faisait **plus chaud** ou **plus froid** que la température réelle ?

Exercice 2

Un fabricant de joints en caoutchouc (type nitrile) garantit que ses joints peuvent supporter une déformation continue pendant **2 ans à une température constante de 20°C** avant de perdre leur étanchéité (seuil de rupture ou de perte de rappel élastique).

Cependant, le client souhaite utiliser ces mêmes joints sur une machine qui fonctionne à **50°C**.

Données :

- Température de service habituelle T_{ref} : **20°C**.
- Température d'utilisation réelle (T) : **50°C**.
- Durée de vie à 20°C (t_{20}): **2 ans**
- Constantes WLF pour ce caoutchouc, $C_1 = 10$; $C_2 = 80$: (valeurs simplifiées pour l'exercice).

Questions :

1. Calculez le facteur de glissement $\log(a_T)$ pour le passage de 20°C à 50°C.
2. Déduisez-en la valeur de $\log(a_T)$.
3. Quelle sera la durée de vie prévisible du joint à 50°C (en jours) ?

Exercice 3

Un ingénieur étudie un caoutchouc (polymère amorphe) dont la température de transition vitreuse (T_g) est de **-70 °C**.

Les constantes WLF de ce matériau, mesurées à $T_{ref} = T_g$, sont les constantes "universelles" :

$$C_1 = 16.4$$

$$C_2 = 53.6 \text{ K}$$

À sa T_g (-70 °C), le matériau a un temps de relaxation (temps nécessaire pour se déformer sous une contrainte) de **10 000 secondes**.

Quelle sera son temps de relaxation si on le chauffe à -40°C

Td 3 (solutions)
La loi de Williams-Landel-Ferry (WLF)

Exercice 1

1. Température de rigidification :

Par grand froid.

Explication : Selon le principe ETT, une baisse de température réduit l'agitation thermique des chaînes moléculaires. Elles ne peuvent plus se déplacer pour absorber l'énergie du choc, le matériau devient donc "vitreux" (dur et cassant).

2. Effet de la course rapide (Fréquence) :

Comme s'il faisait **plus froid**.

Explication : Courir vite augmente la fréquence d'impact. Une fréquence élevée signifie un temps de contact très court. Le matériau "n'a pas le temps" de se déformer de façon souple. Ce comportement (temps court) est équivalent à un comportement à basse température.

Exercice 2

1. Calcul de $\log(a_T)$:

On utilise WLF

$$T_{\text{ref}} = 20^\circ\text{C}$$

$$T = 50^\circ\text{C}$$

$$\log(a_T) = \frac{-C_1 \cdot (T - T_{\text{ref}})}{C_2 + (T - T_{\text{ref}})}$$

$$\log(a_T) = \frac{-10 \cdot (50 - 20)}{80 + (50 - 20)}$$

$$\log(a_T) = -2.727$$

$$a_T = 10^{-2.727}$$

$$a_T = 0.001875$$

2. Calcul de la durée de vie à 50°C

Sachant la durée de vie (t) pour une température de 20°C est 20 ans

$$t_{20} = 2 \text{ ans} = 730 \text{ jours}$$

$$a_T = \frac{t}{t_{\text{ref}}}$$

$$t = a_T \cdot t_{\text{ref}}$$

$$t_{50} = a_T \cdot t_{20}$$

$$t_{50} = 0.001875.730$$

$$t_{50} = 1.37 \text{ jour}$$

Le résultat est frappant : une augmentation de seulement **30°C** (de 20°C à 50°C) fait passer la durée de vie d'un joint de **2 ans** à seulement **un peu plus d'une journée**.

Exercice 3

Un ingénieur étudie un caoutchouc (polymère amorphe) dont la température de transition vitreuse (T_g) est de **-70 °C**.

Les constantes WLF de ce matériau, mesurées à $T_{ref}=T_g$, sont les constantes "universelles" :

$$C_1 = 16.4$$

$$C_2 = 53.6 \text{ K}$$

À sa T_g (-70 °C), le matériau a un temps de relaxation (temps nécessaire pour se déformer sous une contrainte) de **10 000 secondes**.

Quelle sera son temps de relaxation si on le chauffe à à -40°C.

Solution

1- Données et conversion

$$T_{ref} = -70^\circ\text{C}$$

$$T = -20^\circ\text{C}$$

$$\Delta T = (T - T_{ref}) = ((-40 + 273.15) - (-70 + 273.15)) = 30 \text{ K}$$

2- Formule de WLF

$$\text{On cherche } a_T = \frac{t}{t_{ref}}$$

$$a_T = \frac{-C_1(T - T_{ref})}{C_2 + (T - T_{ref})}$$

$$\log(a_T) = \log\left(\frac{-C_1(T - T_{ref})}{C_2 + (T - T_{ref})}\right)$$

$$\log(a_T) = \log\left(\frac{-16.4(30)}{53.6 + (30)}\right)$$

$$\log(a_T) = -5.89$$

$$a_T = 10^{-5.98}$$

$$a_T = 1.3 \times 10^{-6}$$

Sachant que

$$a_T = \frac{t}{t_{ref}}$$

$$t = a_T * t_{ref}$$

$$t = 1.3 * 10^{-6} * 10\ 000$$

$$t = 1.3 * 10^{-2} s$$

Le temps de relaxation est passé de 10 000 secondes à $1.3 * 10^{-2}$ s