

Exercice n°1

Calculez les transformées de Laplace des fonctions temporelles suivantes :

- | | |
|--|--|
| a) $f(t) = e^{-at}$ | h) $f(t) = e^{-0.5t}u(t-2)$ |
| b) $f(t) = \cos(\omega t)$ | i) $f(t) = \frac{t^2}{2}$ |
| c) $f(t) = t^n \quad n \geq 1$ | j) $f(t) = \sin(2t + \frac{\pi}{4})$ |
| d) $f(t) = t^5 e^{2t}$ | k) $f(t) = e^{-0.5t} \sin(\omega t) + \cos(\omega t + \varphi)$ |
| e) $f(t) = 3(1 - e^{-4t})$ | l) $f(t) = t.e^{-at}.\delta(t-1)$ |
| f) $f(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$ | m) $f(t) = t.u(t-2) + \sin(2\pi t - \frac{\pi}{4}).u(t-3)$ |
| g) $f(t) = \begin{cases} A e^{-\alpha t} & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$ | avec : $u(t)$: échelon unitaire
$\delta(t)$: impulsion de Dirac |

Exercice n°2

Calculez les transformées inverses de Laplace des fonctions suivantes :

- | | |
|--|--|
| a) $F(p) = \frac{2}{p(p+1)(p-2)}$ | d) $F(p) = \frac{5p+16}{(p+2)^2(p+5)}$ |
| b) $F(p) = \frac{p(p+2)}{p^2+2p+2}$ | e) $F(p) = \frac{2(p+2)}{p^2-2p+2}$ |
| c) $F(p) = \frac{2p^2+7p+8}{p^2+3p+2}$ | f) $F(p) = \frac{5(p+2)}{p^2(p+1)(p+3)}$ |

Exercice n°3

Résolution d'équations différentielles en utilisant les transformées de Laplace :

- | | |
|---|---|
| a) $\ddot{y}(t) + 3y(t) = \sin(t)$ | avec $y(0) = 1; \dot{y}(0) = 2$ |
| b) $\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + 20y(t) = 4$ | avec $y(0) = -2; \dot{y}(0) = 0$ |
| c) $\frac{d^3 y(t)}{dt^3} + 5\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 6\frac{dy(t)}{dt} = 0$ | avec $y(0) = 3; \dot{y}(0) = -2; \ddot{y}(0) = 7$ |

Exercice n°4

En utilisant les théorèmes des valeurs initiale et finale, calculez $s(t \rightarrow 0^+)$ et $s(t \rightarrow \infty)$ pour les fonctions suivantes :

- | |
|--|
| a) $S(p) = \frac{p^2 + 2p + 4}{p^3 + 3p^2 + 2p}$ |
| b) $S(p) = \frac{p^3 + 2p^2 + 6p + 8}{p^3 + 4p}$ |