

III.1 Introduction:

Lorsque un fluide s'écoule avec une vitesse supérieure à la vitesse du son, ou lorsque le mouvement relatif d'un mobile est supérieur à la célérité du son, l'expérience qu'il existe dans le fluide des surfaces de discontinuité pour les propriétés du fluide : vitesse, masse volumique, température, ect

Ces surfaces sont appelées ondes de choc. Ce sont en réalité des volumes de très faible épaisseur (quelques 1/1000 mm par exemple) à la traversée desquels la vitesse et les propriétés du fluide éprouvent des variations très brutales.

III.2 Onde de choc plane et normale à l'écoulement :

Dans certaines conditions des discontinuités très minces et très irréversibles peuvent se produire dans écoulements isentropiques. Ces discontinuités sont connues comme ondes de choc et elle s'appelle comme l'onde de choc normal s'elle est perpendiculaire au vecteur vitesse d'écoulement.

Une onde de choc normal dans un écoulement unidimensionnel est montrée à la figure III.1.

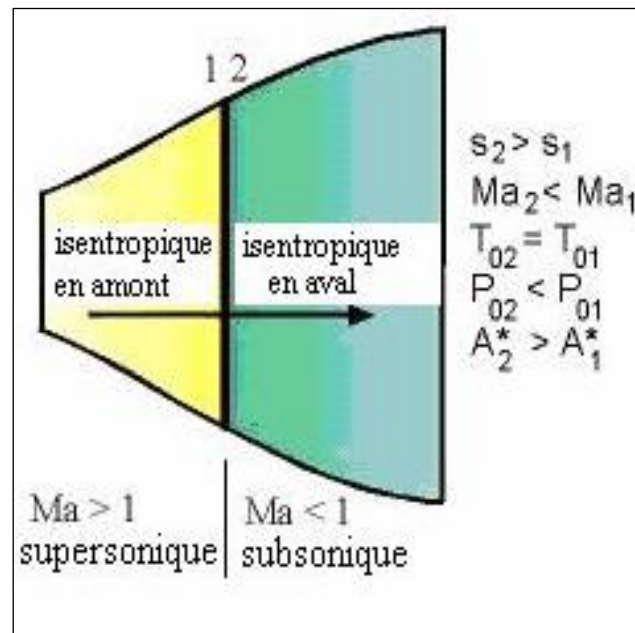


Figure III.1 : Onde de choc normale.

On peut encore imaginer la production d'une onde de choc plane normale de la manière suivante : puisque l'état du gaz change adiabatiquement, une augmentation de la température statique s'accompagne d'une augmentation de la pression (figure III.2a), la face arrière de l'onde de compression ayant une température plus grande, se propage plus rapidement que la face frontale de l'onde (figure III.2b), ces deux faces de l'onde se combinent en une mince discontinuité de la pression. Les ondes de choc sont associées avec nécessairement d'une augmentation de la pression et pas d'une réduction.

Puisque une onde de choc est essentiellement différente d'une onde sonore à cause de l'intense changement de la pression, la vitesse de propagation du choc est plus élevée que celle du son, et la hausse de la pression l'est aussi. Les ondes de choc se remarquent par exemple après une explosion, l'éjection des gaz brûlés à travers une tuyère d'échappement ou quand un avion ou un projectile vole à une vitesse supersonique (figures III.3, III.4).

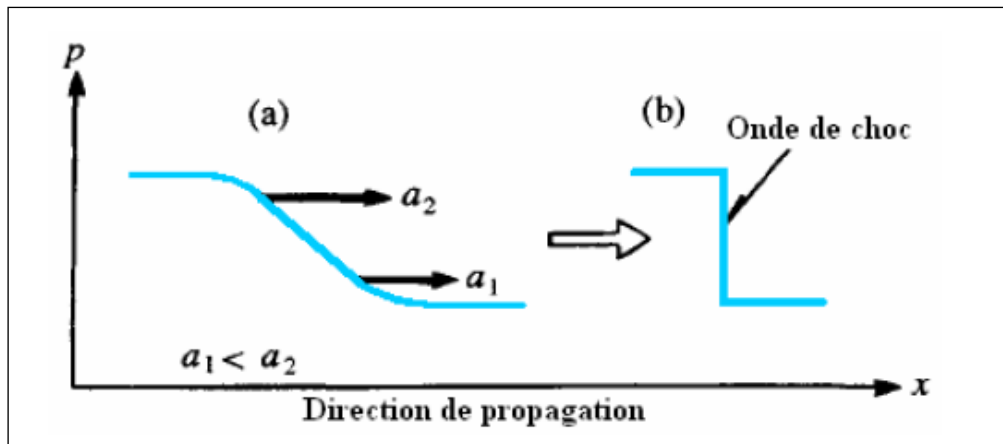


Figure III.2 : Propagation d'une onde de compression.

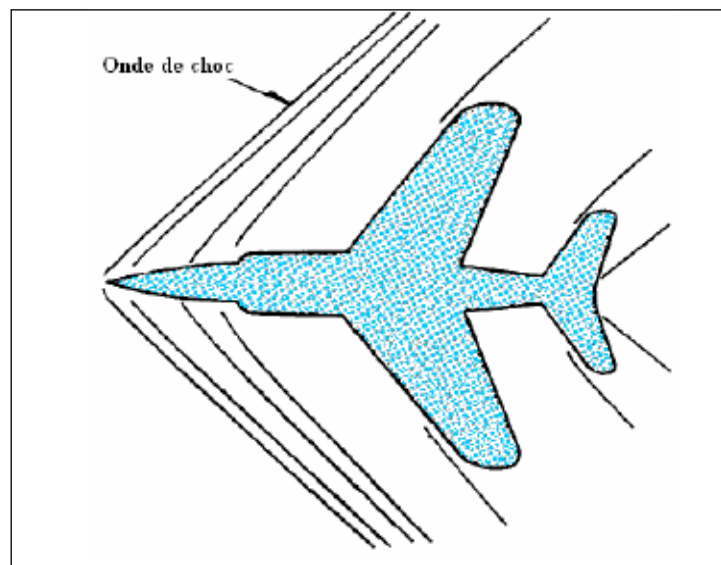


Figure III.3 : Avion à réaction volant à vitesse supersonique.

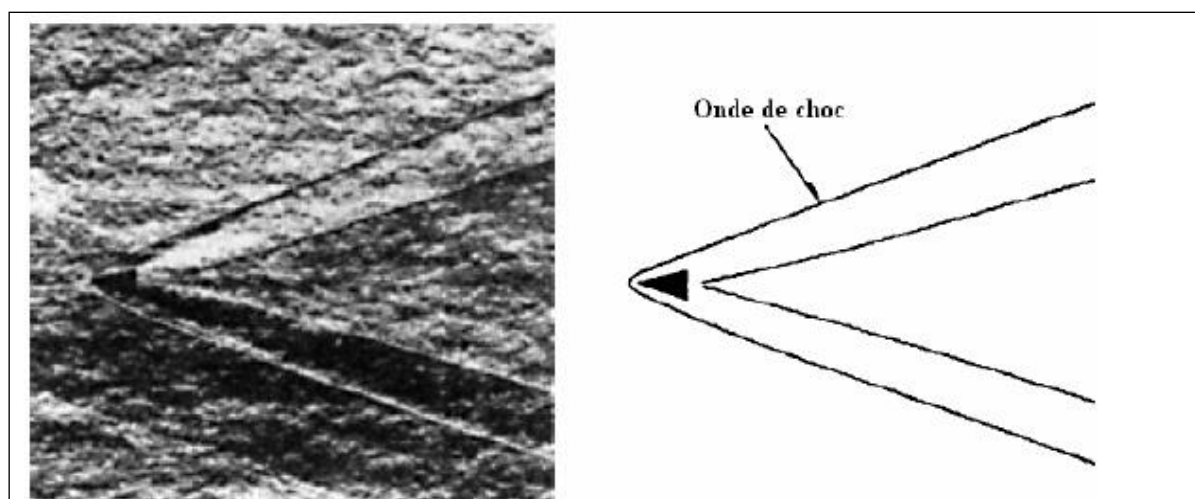


Figure III.4 : Cône volant à une vitesse supersonique (Mach 3) dans l'air (Schlieren method).

III.3 Etude d'une onde de choc droite

L'analyse des ondes de choc se base sur le concept d'une onde fixe de pression (figure III.5). Les états amont et aval de l'onde de choc sont désignés par les indices 1 et 2 respectivement.

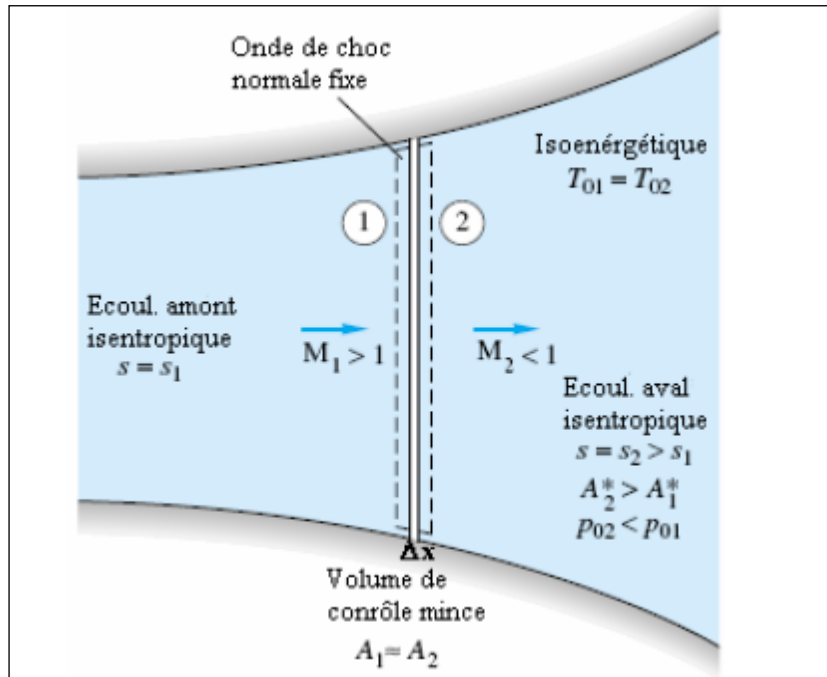


Figure III.5 : Ecoulement à travers d'une onde de choc normale fixe.

L'épaisseur d'une onde de choc Δx est tellement petite (approximativement des microns), qu'elle soit supposée n'ayant aucun changement de section (dans une conduite à section variable), donc $A_1 \approx A_2$.

III.3.1 Equation de base :

Pour faire l'étude on dispose des équations suivantes.

- **Conservation du débit massique**

On peut négliger l'épaisseur de l'onde de choc. Il n'y a pas de discontinuité au sens mathématique du mot. On a donc

$$\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2 \quad (\text{III.1})$$

ρ : la masse volumique ;

v : la vitesse .

- **Théorème d'Euler**

En appliquant au système matériel formé par l'onde de choc le théorème d'Euler.

$$q(v_2 - v_1) = SP_1 - SP_2 \quad (\text{III.2a})$$

q : le débit massique ;

v : la vitesse ;

P : la pression ;

S : la section.

Et comme le débit massique est donné par la relation suivante :

$$q = \rho_1 S v_1 = \rho_2 S v_2 \quad (\text{III.2b})$$

Donc l'équation (3.2a) prend la forme suivante :

$$\rho_1 S v_1 (v_2 - v_1) = S P_1 - S P_2 \Leftrightarrow \rho_2 v_2^2 - \rho_1 v_1^2 = P_1 - P_2$$

D'où :

$$P_1 + \rho_1 v_1^2 = P_2 + \rho_2 v_2^2 \quad (\text{III.2c})$$

La somme $P + \rho v^2$ est appelée d'ynalpie du fluide.

- **Théorème de Barré de Saint Venant**

Les relations de BSV sous toutes les formes conviennent aux évolutions adiabatiques irréversibles :

$$C_p T_1 + \frac{1}{2} v_1^2 = C_p T_2 + \frac{1}{2} v_2^2 \quad (\text{III.3a})$$

C_p : la chaleur massique à pression constante;

T : la température.

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P_1}{\rho_1} + \frac{1}{2} v_1^2 = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{1}{2} v_2^2 \quad (\text{III.3b})$$

$$\frac{T_i}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \quad (\text{III.3c})$$

γ : le rapport des chaleurs massiques ;

M : le nombre de Mach.

- **Equation caractéristique du fluide**

L'équation caractéristique du fluide est donnée par la relation suivante :

$$\frac{P}{\rho} = r T \quad (\text{III.4})$$

Avec :

p : la pression ;

ρ : la masse volumique ;

r : la constante massique des gaz parfaits ;

T : la température ;

III.3.2 Relations entre les rapports caractéristiques de l'onde droite

$$\frac{P_2}{P_1}, \frac{\rho_2}{\rho_1}, \frac{T_2}{T_1} :$$

Le théorème d'Euler peut s'écrire :

$$q(v_2 - v_1) = S(P_1 - P_2)$$

Multiplions les deux nombres par $(v_2 + v_1)$ pour faire apparaître $v_2^2 - v_1^2$:

$$\rho_1 v_1 S (v_2^2 - v_1^2) = S (v_2 + v_1) (P_1 - P_2)$$

Divisons les deux nombre par $\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2$:

$$v_2^2 - v_1^2 = (P_1 - P_2) \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \quad (\text{III.5})$$

D'autre part, l'équation (3.3b) :

$$\frac{1}{2} v_2^2 - \frac{1}{2} v_1^2 = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P_1}{\rho_1} - \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P_2}{\rho_2}$$

A partir de ces deux relations on obtient :

$$(P_1 - P_2) \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) = 2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \right)$$

Donc :

$$\frac{1}{2} v_2^2 - \frac{1}{2} v_1^2 = \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \right) = \frac{1}{2} (P_1 - P_2) \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) = H_2 - H_1 \quad (\text{III.6})$$

Cette équation est appelée équation d'Hugoniot pour l'onde de choc, ou encore adiabatique dynamique. On peut la mettre sous les formes suivantes :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1 - \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \frac{\rho_2}{\rho_1}}{\frac{\rho_2}{\rho_1} - \frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \quad (\text{III.7})$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1 + \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \frac{P_2}{P_1}}{\frac{P_2}{P_1} + \frac{\gamma+1}{\gamma-1}} = \frac{v_1}{v_2} \quad (\text{III.8})$$

A partir de cette relation, quand $\frac{P_2}{P_1}$ augmente indéfiniment, le rapport $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ tend vers $\frac{\gamma+1}{\gamma-1}$ soit 5,95 pour l'air. Cette loi est différente de la loi isentropique $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$. Bien qu'adiabatique, l'onde de choc ne constitue pas un phénomène isentropique, car il est irréversible. Pour une telle onde, le rapport $\frac{P_2}{P_1}$ croît plus vite que pour une compression isentropique du même rapport $\frac{\rho_2}{\rho_1}$.

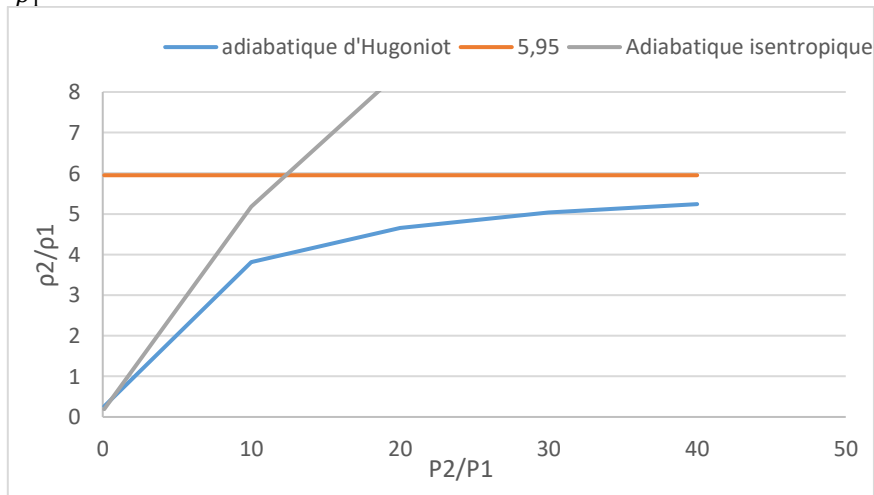


Figure 3 : Variation de $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ avec $\frac{P_2}{P_1}$ dans une compression isentropique et dans une compression d'onde de choc (irréversible).

Variation de la température

La relation $\frac{P}{\rho} = rT$ nous donne :

$$\begin{aligned} \frac{T_2}{T_1} &= \frac{P_2 \rho_1}{P_1 \rho_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{1 + \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \frac{P_1}{P_2}}{\frac{P_1}{P_2} + \frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \\ &= \frac{\gamma+1 + (\gamma+1) \frac{P_2}{P_1}}{(\gamma-1) \frac{P_2}{P_1} + (\gamma+1)} \quad (\text{III.9}) \end{aligned}$$

D'autre part, le rapport de température dans le cas d'une transformation isentropique est donné par :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (\text{III.10})$$

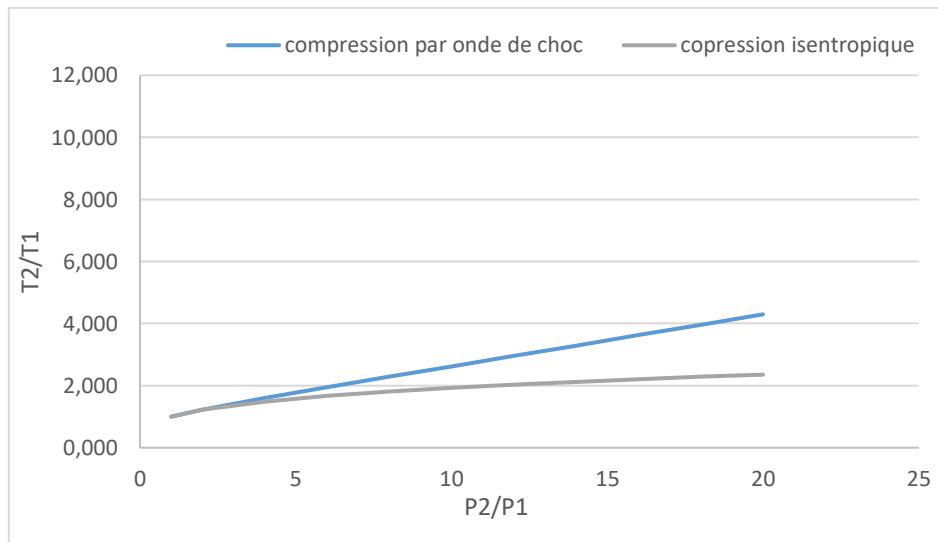


Figure 4 : Variation de $\frac{T_2}{T_1}$ avec $\frac{P_2}{P_1}$ dans une compression isentropique et dans une compression d'onde de choc (irréversible).

Variation de la vitesse

A partir de l'équation D'Euler :

$$q(v_2 - v_1) = S(P_1 - P_2) \Leftrightarrow \rho_2 v_2^2 - \rho_1 v_1^2 = P_1 - P_2$$

De la conservation du débit massique :

$$\rho_2 c_2 = \rho_1 c_1 \Leftrightarrow c_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} c_1$$

Donc :

$$\begin{aligned} P_1 - P_2 &= \rho_2 \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} v_1 \right)^2 - \rho_1 v_1^2 \\ &= \rho_1 v_1^2 \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \right) \end{aligned}$$

A partir de l'équation (3.8), nous aurons :

$$P_1 - P_2 = \rho_1 v_1^2 \left(\frac{1 + \frac{P_1 \gamma + 1}{P_2 \gamma - 1}}{\frac{P_1}{P_2} + \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} - 1 \right) \quad (\text{III.11})$$

$$\begin{aligned}
 &= \rho_1 v_1^2 \left(\frac{\gamma - 1 + \frac{P_1}{P_2}(\gamma + 1)}{\frac{P_1}{P_2}(\gamma - 1) + \gamma + 1} - 1 \right) \\
 &= \rho_1 v_1^2 \left(\frac{\gamma - 1 + \frac{P_1}{P_2}(\gamma + 1) - \frac{P_1}{P_2}(\gamma - 1) - \gamma - 1}{\frac{P_1}{P_2}(\gamma - 1) + \gamma + 1} \right) \\
 &= \rho_1 v_1^2 \left(\frac{-2 + 2 \frac{P_1}{P_2}}{\frac{P_1}{P_2}(\gamma - 1) + \gamma + 1} \right) \\
 &= \rho_1 v_1^2 \left(\frac{2(\frac{P_1}{P_2} - 1)}{\frac{P_1}{P_2}(\gamma - 1) + \gamma + 1} \right) \\
 &\Leftrightarrow v_1^2 = \frac{P_1 - P_2}{2\rho_1} \left(\frac{(\gamma - 1) \frac{P_1}{P_2} + (\gamma + 1)}{\frac{P_1}{P_2} - 1} \right) \\
 &\Leftrightarrow v_1^2 = \frac{P_2}{2\rho_1} \left((\gamma - 1) \frac{P_1}{P_2} + (\gamma + 1) \right)
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow v_1^2 = \frac{P_1}{2\rho_1} \left((\gamma - 1) + \frac{P_2}{P_1}(\gamma + 1) \right) \quad (\text{III.12a})$$

De même,

$$\Leftrightarrow v_2^2 = \frac{P_2}{2\rho_2} \left((\gamma - 1) + \frac{P_1}{P_2}(\gamma + 1) \right) \quad (\text{III.12b})$$

On introduisant les notions :

$$a_1 = \sqrt{\gamma \frac{P_1}{\rho_1}}$$

$$a_2 = \sqrt{\gamma \frac{P_2}{\rho_2}}$$

$$M = \frac{v}{a}$$

D'où :

$$v_1^2 = \frac{1}{2\gamma} a_1^2 \left((\gamma - 1) + \frac{P_2}{P_1}(\gamma + 1) \right) \Leftrightarrow \frac{v_1^2}{a_1^2} = \frac{1}{2\gamma} \left((\gamma - 1) + \frac{P_2}{P_1}(\gamma + 1) \right)$$

Donc :

$$M_1^2 = \frac{1}{2\gamma} \left((\gamma - 1) + \frac{P_2}{P_1}(\gamma + 1) \right) \quad (\text{III.13.a})$$

$$M_2^2 = \frac{1}{2\gamma} \left((\gamma - 1) + \frac{P_1}{P_2}(\gamma + 1) \right) \quad (\text{III.13.b})$$

Et ainsi on peut avoir :

$$\begin{aligned}
 \frac{P_2}{P_1} &= \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \\
 \frac{P_2}{P_1} &= \frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M_2^2} \quad (\text{III.14.a})
 \end{aligned}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{(\gamma+1)M_1^2}{2+(\gamma-1)M_1^2} \quad (\text{III.14.b})$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2+(\gamma-1)M_1^2}{(\gamma-1)M_2^2+2} \quad (\text{III.14.c})$$

$$M_2^2 = \frac{2+(\gamma-1)M_1^2}{2\gamma M_1^2-(\gamma-1)} \quad (\text{III.14d})$$

Avec $M_1 > 1$.

III.3.3 Relations Relation de Prandtl

L'équation d'Euler peut s'écrire comme suit :

$$v_2 - v_1 = \frac{P_1}{\rho_1 v_1} - \frac{P_2}{\rho_2 v_2}$$

Et compte tenu de l'expression de la vitesse du son : $a^2 = \gamma \frac{P}{\rho}$ donc l'équation précédente prend la forme suivante :

$$v_2 - v_1 = \frac{1}{\gamma} \frac{a_1^2}{v_1} - \frac{1}{\gamma} \frac{a_2^2}{v_2} \Leftrightarrow \gamma(v_2 - v_1) = \frac{a_1^2}{v_1} - \frac{a_2^2}{v_2} \quad (\text{A})$$

Le théorème de Barré de Saint Venant devient:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} v_1^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P_1}{\rho_1} &= \frac{1}{2} v_2^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P_2}{\rho_2} = \frac{1}{2} v_c^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P_c}{\rho_c} \quad (\text{B}) \\ &= \frac{1}{2} v_c^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} r T_c \\ &= \frac{1}{2} v_c^2 + \frac{a_c^2}{\gamma-1} \\ &= a_c^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\gamma-1} \right) \\ &= a_c^2 \left(\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)} \right) \end{aligned}$$

Donc l'équation (B) prend la forme suivante :

$$\frac{1}{2} v_1^2 + \frac{a_1^2}{\gamma-1} = \frac{1}{2} v_2^2 + \frac{a_2^2}{\gamma-1} = \frac{a_c^2}{2} \frac{\gamma+1}{\gamma-1}$$

En multipliant par $(\gamma-1)$:

$$\frac{\gamma-1}{2} v_1^2 + a_1^2 = \frac{\gamma-1}{2} v_2^2 + a_2^2 = \frac{a_c^2}{2} (\gamma+1)$$

Donc :

$$\frac{\gamma-1}{2} (v_1^2 - v_2^2) = a_2^2 - a_1^2 \Leftrightarrow a_1^2 = a_2^2 + \frac{\gamma-1}{2} (v_2^2 - v_1^2)$$

L'équation (A) s'écrit :

$$\begin{aligned} \gamma(v_2 - v_1) &= \frac{1}{v_1} \left[a_2^2 + (v_2^2 - v_1^2) \frac{\gamma-1}{2} \right] - \frac{a_2^2}{v_2} \\ \gamma(v_2 - v_1) &= \frac{1}{v_1} (v_2^2 - v_1^2) \frac{\gamma-1}{2} + \frac{a_2^2}{v_1} - \frac{a_2^2}{v_2} \\ &\Leftrightarrow \gamma v_1 - \frac{\gamma-1}{2} (v_2 + v_1) = \frac{a_2^2}{v_2} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\gamma+1}{2} v_1 - \frac{\gamma-1}{2} v_2 = \frac{a_2^2}{v_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\gamma+1}{2} v_1 v_2 = v_2^2 \frac{\gamma-1}{2} + a_2^2$$

$$\Leftrightarrow v_1 v_2 = a_c^2 \text{ (III.15)}$$

Cette équation dite de Prandtl permet de calculer la vitesse en aval de l'onde de choc normale, en connaissant les conditions en amont du choc.

III.3.4 Calcul des rapports caractéristiques de l'onde de choc en fonction du nombre de Mach amont

La conservation du débit permet d'écrire la relation suivante :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

Utilisant l'équation de Prandtl, l'équation se met sous la forme :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1^2}{a_2^2} \text{ (III.16a)}$$

Le théorème de Barré de Saint de Venant permet d'exprimer a_c en fonction des conditions amont :

$$\frac{1}{2} v_1^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} r T_1 = \frac{1}{2} v_c^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} r T_c$$

$$= \frac{1}{2} v_c^2 + \frac{a_c^2}{\gamma-1} = \frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}$$

Donc :

$$a_c^2 = \frac{2(\gamma-1)}{\gamma+1} \left(\frac{1}{2} v_1^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} r T_1 \right) \text{ (III.16b)}$$

$$a_c^2 = \frac{2}{\gamma+1} (a_1^2 + 2v_1^2) \text{ (III.16c)}$$

D'où on tire:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_1^2}{a_1^2} = \frac{v_1^2}{\frac{2}{\gamma+1} (a_1^2 + \frac{\gamma-1}{2} v_1^2)} = \frac{\frac{\gamma+1}{2} v_1^2}{(a_1^2 + \frac{\gamma-1}{2} v_1^2)} \text{ (III.16d)}$$

Divisant par a_1^2 , on obtient :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\frac{\gamma+1}{2} M_1^2}{(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2)} \text{ (III.16e)}$$

Pour $\gamma=1.4$;

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{6M_1^2}{5 + M_1^2} \text{ (III.16f)}$$

En remplaçant $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ par sa valeur dans l'expression de $\frac{P_2}{P_1}$:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1 - \frac{\gamma+1}{\gamma-1} \frac{\rho_2}{\rho_1}}{(\gamma-1) \frac{\rho_2}{\rho_1} - (\gamma+1)} = \frac{(\gamma-1) - (\gamma+1) \frac{\rho_2}{\rho_1}}{(\gamma-1) \frac{\rho_2}{\rho_1} - (\gamma+1)}$$

Après simplification on obtient :

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{2\gamma}{\gamma+1} M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \quad (\text{III.16g})$$

Dans le cas de l'air $\gamma=1.4$;

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{7M_1^2 - 1}{6} \quad (\text{III.16h})$$

On peut aussi mettre l'expression sous la forme :

$$M_1^2 = 1 + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \left(\frac{P_2}{P_1} - 1 \right) \quad (\text{III.16i})$$

Ce qui montre qu'un rapport $\frac{P_2}{P_1}$ supérieur à 1 ne peut être obtenue que si $M_1 > 1$.

Le rapport des températures :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{P_2}{P_1} = \frac{2(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2)(2\gamma M_1^2 - (\gamma-1))}{(\gamma+1)^2 M_1^2} \quad (\text{III.16j})$$

Si $\gamma=1.4$;

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{(M_1^2 + 5)(7M_1^2 - 1)}{36M_1^2} \quad (\text{III.16j})$$

III.3.5 Calcul des rapports caractéristiques de l'onde de choc en fonction du nombre de Mach amont et aval

Pour une méthode identique à celle du paragraphe précédent, on établit la relation :

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{v_2^2}{a_2^2} = \frac{\frac{\gamma+1}{2} M_2^2}{(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2)} \quad (\text{III.17a})$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{2\gamma}{\gamma+1} M_2^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \quad (\text{III.17b})$$

Et :

$$M_2^2 = 1 + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \left(\frac{P_1}{P_2} - 1 \right) \quad (\text{III.17c})$$

On en déduit que, comme $\frac{P_2}{P_1} < 1$ et $M_2 < 1$ l'écoulement est toujours subsonique à l'aval

d'une onde de choc droite. D'après la relation de Prandtl :

$$\frac{v_1^2}{a_c^2} * \frac{v_2^2}{a_c^2} = 1 \quad (\text{III.17d})$$

On trouve une relation entre M_1 et M_2 que l'on peut mettre sous la forme :

$$M_2^2 = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{\gamma M_1^2 - \frac{\gamma-1}{2}} \quad (\text{III.17e})$$

Dans le cas $\gamma=1.4$;

$$M_2^2 = \frac{5 + M_1^2}{7M_1^2 - 1} \quad (\text{III.17f})$$

On peut aussi démontrer la relation suivante :

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M_2^2} \quad (\text{III.17g})$$

De même :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2} \quad (\text{III.17h})$$

TABLE III.1 : Ecoulement gaz parfait ($\gamma = 1.4$) avec onde de choc normale.

M_1	M_2	p_2 / p_1	ρ_2 / ρ_1 V_1 / V_2	T_2 / T_1	p_{02} / p_{01}	A_2^* / A_1^*	$\frac{\Delta s}{R}$
$M_1 \sin \sigma$	$M_2 \sin(\sigma - \delta)$		V_{n1} / V_{n2}				
1.00	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.000
1.02	0.9805	1.0471	1.0334	1.0132	1.0000	1.0000	0.000
1.04	0.9620	1.0952	1.0671	1.0263	0.9999	1.0001	0.000
1.06	0.9444	1.1442	1.1009	1.0393	0.9998	1.0002	0.000
1.08	0.9277	1.1941	1.1349	1.0522	0.9994	1.0006	0.001
1.10	0.9118	1.2450	1.1691	1.0649	0.9989	1.0011	0.001
1.12	0.8966	1.2968	1.2034	1.0776	0.9982	1.0018	0.002
1.14	0.8820	1.3495	1.2378	1.0903	0.9973	1.0027	0.003
1.16	0.8682	1.4032	1.2723	1.1029	0.9961	1.0040	0.004
1.18	0.8549	1.4578	1.3069	1.1154	0.9946	1.0055	0.005
1.20	0.8422	1.5133	1.3416	1.1280	0.9928	1.0073	0.007
1.22	0.8300	1.5698	1.3764	1.1405	0.9907	1.0094	0.009
1.24	0.8183	1.6272	1.4112	1.1531	0.9884	1.0118	0.012
1.26	0.8071	1.6855	1.4460	1.1657	0.9857	1.0145	0.014
1.28	0.7963	1.7448	1.4808	1.1783	0.9827	1.0176	0.017
1.30	0.7860	1.8050	1.5157	1.1909	0.9794	1.0211	0.021
1.32	0.7760	1.8661	1.5505	1.2035	0.9758	1.0249	0.025
1.34	0.7664	1.9282	1.5854	1.2162	0.9718	1.0290	0.029
1.36	0.7572	1.9912	1.6202	1.2290	0.9676	1.0335	0.033
1.38	0.7483	2.0551	1.6549	1.2418	0.9630	1.0384	0.038
1.40	0.7397	2.1200	1.6897	1.2547	0.9582	1.0436	0.043
1.42	0.7314	2.1858	1.7243	1.2676	0.9531	1.0492	0.048
1.44	0.7235	2.2525	1.7589	1.2807	0.9476	1.0552	0.054
1.46	0.7157	2.3202	1.7934	1.2938	0.9420	1.0616	0.060
1.48	0.7083	2.3888	1.8278	1.3069	0.9360	1.0684	0.066
1.50	0.7011	2.4583	1.8621	1.3202	0.9298	1.0755	0.073
1.52	0.6941	2.5288	1.8963	1.3336	0.9233	1.0830	0.080
1.54	0.6874	2.6002	1.9303	1.3470	0.9166	1.0910	0.087
1.56	0.6809	2.6725	1.9643	1.3606	0.9097	1.0993	0.095
1.58	0.6746	2.7458	1.9981	1.3742	0.9026	1.1080	0.103
1.60	0.6684	2.8200	2.0317	1.3880	0.8952	1.1171	0.111
1.62	0.6625	2.8951	2.0653	1.4018	0.8877	1.1266	0.119
1.64	0.6568	2.9712	2.0986	1.4158	0.8799	1.1365	0.128
1.66	0.6512	3.0482	2.1318	1.4299	0.8720	1.1468	0.137
1.68	0.6458	3.1261	2.1649	1.4440	0.8639	1.1575	0.146
1.70	0.6405	3.2050	2.1977	1.4583	0.8557	1.1686	0.156
1.72	0.6355	3.2848	2.2304	1.4727	0.8474	1.1801	0.166
1.74	0.6305	3.3655	2.2629	1.4873	0.8389	1.1921	0.176
1.76	0.6257	3.4472	2.2952	1.5019	0.8302	1.2045	0.186
1.78	0.6210	3.5298	2.3273	1.5167	0.8215	1.2173	0.197
1.80	0.6165	3.6133	2.3592	1.5316	0.8127	1.2305	0.207
1.82	0.6121	3.6978	2.3909	1.5466	0.8038	1.2441	0.218
1.84	0.6078	3.7832	2.4224	1.5617	0.7948	1.2582	0.230
1.86	0.6036	3.8695	2.4537	1.5770	0.7857	1.2728	0.241
1.88	0.5996	3.9568	2.4848	1.5924	0.7765	1.2877	0.253
1.90	0.5956	4.0450	2.5157	1.6079	0.7674	1.3032	0.265
1.92	0.5918	4.1341	2.5463	1.6236	0.7581	1.3191	0.277
1.94	0.5880	4.2242	2.5767	1.6394	0.7488	1.3354	0.289

M_1	M_2	p_2 / p_1	ρ_2 / ρ_1	T_2 / T_1	p_{02} / p_{01}	A_2^* / A_1^*	$\frac{\Delta s}{R}$
$M_1 \sin \sigma$	$M_2 \sin(\sigma - \delta)$		V_1 / V_2 V_{n1} / V_{n2}				
1.96	0.5844	4.3152	2.6069	1.6553	0.7395	1.3522	0.302
1.98	0.5808	4.4071	2.6369	1.6713	0.7302	1.3695	0.314
2.00	0.5774	4.5000	2.6667	1.6875	0.7209	1.3872	0.327
2.02	0.5740	4.5938	2.6962	1.7038	0.7115	1.4054	0.340
2.04	0.5707	4.6885	2.7255	1.7203	0.7022	1.4241	0.354
2.06	0.5675	4.7842	2.7545	1.7369	0.6928	1.4433	0.367
2.08	0.5643	4.8808	2.7833	1.7536	0.6835	1.4630	0.381
2.10	0.5613	4.9783	2.8119	1.7704	0.6742	1.4832	0.394
2.12	0.5583	5.0768	2.8402	1.7875	0.6649	1.5039	0.408
2.14	0.5554	5.1762	2.8683	1.8046	0.6557	1.5252	0.422
2.16	0.5525	5.2765	2.8962	1.8219	0.6464	1.5469	0.436
2.18	0.5498	5.3778	2.9238	1.8393	0.6373	1.5692	0.451
2.20	0.5471	5.4800	2.9512	1.8569	0.6281	1.5920	0.465
2.22	0.5444	5.5831	2.9784	1.8746	0.6191	1.6154	0.480
2.24	0.5418	5.6872	3.0053	1.8924	0.6100	1.6393	0.494
2.26	0.5393	5.7922	3.0319	1.9104	0.6011	1.6638	0.509
2.28	0.5368	5.8981	3.0584	1.9285	0.5921	1.6888	0.524
2.30	0.5344	6.0050	3.0845	1.9468	0.5833	1.7144	0.539
2.32	0.5321	6.1128	3.1105	1.9652	0.5745	1.7406	0.554
2.34	0.5297	6.2215	3.1362	1.9838	0.5658	1.7674	0.569
2.36	0.5275	6.3312	3.1617	2.0025	0.5572	1.7948	0.585
2.38	0.5253	6.4418	3.1869	2.0213	0.5486	1.8227	0.600
2.40	0.5231	6.5533	3.2119	2.0403	0.5401	1.8514	0.616
2.42	0.5210	6.6658	3.2367	2.0595	0.5317	1.8806	0.632
2.44	0.5189	6.7792	3.2612	2.0788	0.5234	1.9105	0.647
2.46	0.5169	6.8935	3.2855	2.0982	0.5152	1.9410	0.663
2.48	0.5149	7.0088	3.3095	2.1178	0.5071	1.9721	0.679
2.50	0.5130	7.1250	3.3333	2.1375	0.4990	2.0039	0.695
2.52	0.5111	7.2421	3.3569	2.1574	0.4911	2.0364	0.711
2.54	0.5092	7.3602	3.3803	2.1774	0.4832	2.0696	0.727
2.56	0.5074	7.4792	3.4034	2.1976	0.4754	2.1035	0.744
2.58	0.5056	7.5991	3.4263	2.2179	0.4677	2.1380	0.760
2.60	0.5039	7.7200	3.4490	2.2383	0.4601	2.1733	0.776
2.62	0.5022	7.8418	3.4714	2.2590	0.4526	2.2093	0.793
2.64	0.5005	7.9645	3.4936	2.2797	0.4452	2.2461	0.809
2.66	0.4988	8.0882	3.5156	2.3006	0.4379	2.2835	0.826
2.68	0.4972	8.2128	3.5374	2.3217	0.4307	2.3218	0.842
2.70	0.4956	8.3383	3.5590	2.3429	0.4236	2.3608	0.859
2.72	0.4941	8.4648	3.5803	2.3642	0.4166	2.4005	0.876
2.74	0.4926	8.5922	3.6015	2.3858	0.4097	2.4411	0.892
2.76	0.4911	8.7205	3.6224	2.4074	0.4028	2.4825	0.909
2.78	0.4896	8.8498	3.6431	2.4292	0.3961	2.5246	0.926
2.80	0.4882	8.9800	3.6635	2.4512	0.3895	2.5676	0.943
2.82	0.4868	9.1111	3.6838	2.4733	0.3829	2.6115	0.960
2.84	0.4854	9.2432	3.7039	2.4955	0.3765	2.6561	0.977
2.86	0.4840	9.3762	3.7238	2.5179	0.3701	2.7017	0.994
2.88	0.4827	9.5101	3.7434	2.5405	0.3639	2.7481	1.011
2.90	0.4814	9.6450	3.7629	2.5632	0.3577	2.7954	1.028
2.92	0.4801	9.7808	3.7821	2.5861	0.3517	2.8436	1.045
2.94	0.4788	9.9175	3.8012	2.6091	0.3457	2.8927	1.062
2.96	0.4776	10.0552	3.8200	2.6322	0.3398	2.9427	1.079
2.98	0.4764	10.1938	3.8387	2.6555	0.3340	2.9937	1.096

M_1	M_2	p_2 / p_1	ρ_2 / ρ_1 V_1 / V_2	T_2 / T_1	p_{02} / p_{01}	A_2^* / A_1^*	$\frac{\Delta s}{R}$
$M_1 \sin \sigma$	$M_2 \sin(\sigma - \delta)$		V_{n1} / V_{n2}				
3.00	0.4752	10.3333	3.8571	2.6790	0.3283	3.0456	1.114
3.02	0.4740	10.4738	3.8754	2.7026	0.3227	3.0985	1.131
3.04	0.4729	10.6152	3.8935	2.7264	0.3172	3.1523	1.148
3.06	0.4717	10.7575	3.9114	2.7503	0.3118	3.2072	1.165
3.08	0.4706	10.9008	3.9291	2.7744	0.3065	3.2630	1.183
3.10	0.4695	11.0450	3.9466	2.7986	0.3012	3.3199	1.200
3.12	0.4685	11.1901	3.9639	2.8230	0.2960	3.3778	1.217
3.14	0.4674	11.3362	3.9811	2.8475	0.2910	3.4368	1.235
3.16	0.4664	11.4832	3.9981	2.8722	0.2860	3.4969	1.252
3.18	0.4654	11.6311	4.0149	2.8970	0.2811	3.5580	1.269
3.20	0.4643	11.7800	4.0315	2.9220	0.2762	3.6202	1.287
3.22	0.4634	11.9298	4.0479	2.9471	0.2715	3.6835	1.304
3.24	0.4624	12.0805	4.0642	2.9724	0.2668	3.7480	1.321
3.26	0.4614	12.2322	4.0803	2.9979	0.2622	3.8136	1.339
3.28	0.4605	12.3848	4.0963	3.0234	0.2577	3.8803	1.356
3.30	0.4596	12.5383	4.1120	3.0492	0.2533	3.9483	1.373
3.32	0.4587	12.6928	4.1276	3.0751	0.2489	4.0174	1.391
3.34	0.4578	12.8482	4.1431	3.1011	0.2446	4.0877	1.408
3.36	0.4569	13.0045	4.1583	3.1273	0.2404	4.1593	1.425
3.38	0.4560	13.1618	4.1734	3.1537	0.2363	4.2321	1.443
3.40	0.4552	13.3200	4.1884	3.1802	0.2322	4.3061	1.460
3.42	0.4544	13.4791	4.2032	3.2069	0.2282	4.3815	1.477
3.44	0.4535	13.6392	4.2178	3.2337	0.2243	4.4581	1.495
3.46	0.4527	13.8002	4.2323	3.2607	0.2205	4.5361	1.512
3.48	0.4519	13.9621	4.2467	3.2878	0.2167	4.6154	1.529
3.50	0.4512	14.1250	4.2609	3.3150	0.2129	4.6960	1.547
3.52	0.4504	14.2888	4.2749	3.3425	0.2093	4.7780	1.564
3.54	0.4496	14.4535	4.2888	3.3701	0.2057	4.8614	1.581
3.56	0.4489	14.6192	4.3026	3.3978	0.2022	4.9461	1.599
3.58	0.4481	14.7858	4.3162	3.4257	0.1987	5.0323	1.616
3.60	0.4474	14.9533	4.3296	3.4537	0.1953	5.1200	1.633
3.62	0.4467	15.1218	4.3429	3.4819	0.1920	5.2091	1.650
3.64	0.4460	15.2912	4.3561	3.5103	0.1887	5.2997	1.668
3.66	0.4453	15.4615	4.3692	3.5388	0.1855	5.3918	1.685
3.68	0.4446	15.6328	4.3821	3.5674	0.1823	5.4854	1.702
3.70	0.4439	15.8050	4.3949	3.5962	0.1792	5.5805	1.719
3.72	0.4433	15.9781	4.4075	3.6252	0.1761	5.6773	1.736
3.74	0.4426	16.1522	4.4200	3.6543	0.1731	5.7755	1.754
3.76	0.4420	16.3272	4.4324	3.6836	0.1702	5.8754	1.771
3.78	0.4414	16.5031	4.4447	3.7130	0.1673	5.9770	1.788
3.80	0.4407	16.6800	4.4568	3.7426	0.1645	6.0801	1.805
3.82	0.4401	16.8578	4.4688	3.7723	0.1617	6.1849	1.822
3.84	0.4395	17.0365	4.4807	3.8022	0.1589	6.2914	1.839
3.86	0.4389	17.2162	4.4924	3.8323	0.1563	6.3997	1.856
3.88	0.4383	17.3968	4.5041	3.8625	0.1536	6.5096	1.873
3.90	0.4377	17.5783	4.5156	3.8928	0.1510	6.6213	1.890
3.92	0.4372	17.7608	4.5270	3.9233	0.1485	6.7348	1.907
3.94	0.4366	17.9442	4.5383	3.9540	0.1460	6.8500	1.924
3.96	0.4360	18.1285	4.5494	3.9848	0.1435	6.9671	1.941
3.98	0.4355	18.3138	4.5605	4.0157	0.1411	7.0861	1.958
4.00	0.4350	18.5000	4.5714	4.0469	0.1388	7.2069	1.975
4.02	0.4344	18.6871	4.5823	4.0781	0.1364	7.3296	1.992

M_1	M_2	p_2 / p_1	ρ_2 / ρ_1	T_2 / T_1	p_{02} / p_{01}	A_2^* / A_1^*	$\frac{\Delta s}{R}$
$M_1 \sin \sigma$	$M_2 \sin(\sigma - \delta)$		V_1 / V_2 V_{n1} / V_{n2}				
4.04	0.4339	18.8752	4.5930	4.1096	0.1342	7.4542	2.009
4.06	0.4334	19.0642	4.6036	4.1412	0.1319	7.5807	2.026
4.08	0.4329	19.2541	4.6141	4.1729	0.1297	7.7092	2.042
4.10	0.4324	19.4450	4.6245	4.2048	0.1276	7.8397	2.059
4.12	0.4319	19.6368	4.6348	4.2368	0.1254	7.9721	2.076
4.14	0.4314	19.8295	4.6450	4.2690	0.1234	8.1067	2.093
4.16	0.4309	20.0232	4.6550	4.3014	0.1213	8.2433	2.109
4.18	0.4304	20.2178	4.6650	4.3339	0.1193	8.3819	2.126
4.20	0.4299	20.4133	4.6749	4.3666	0.1173	8.5227	2.143
4.22	0.4295	20.6098	4.6847	4.3994	0.1154	8.6656	2.159
4.24	0.4290	20.8072	4.6944	4.4324	0.1135	8.8107	2.176
4.26	0.4286	21.0055	4.7040	4.4655	0.1116	8.9579	2.193
4.28	0.4281	21.2048	4.7135	4.4988	0.1098	9.1074	2.209
4.30	0.4277	21.4050	4.7229	4.5322	0.1080	9.2591	2.226
4.32	0.4272	21.6061	4.7322	4.5658	0.1062	9.4131	2.242
4.34	0.4268	21.8082	4.7414	4.5995	0.1045	9.5693	2.259
4.36	0.4264	22.0112	4.7505	4.6334	0.1028	9.7279	2.275
4.38	0.4260	22.2151	4.7595	4.6675	0.1011	9.8889	2.291
4.40	0.4255	22.4200	4.7685	4.7017	0.0995	10.0522	2.308
4.42	0.4251	22.6258	4.7773	4.7361	0.0979	10.2179	2.324
4.44	0.4247	22.8325	4.7861	4.7706	0.0963	10.3860	2.340
4.46	0.4243	23.0402	4.7948	4.8053	0.0947	10.5566	2.357
4.48	0.4239	23.2488	4.8034	4.8401	0.0932	10.7297	2.373
4.50	0.4236	23.4583	4.8119	4.8751	0.0917	10.9053	2.389
4.52	0.4232	23.6688	4.8203	4.9102	0.0902	11.0835	2.405
4.54	0.4228	23.8802	4.8287	4.9455	0.0888	11.2642	2.422
4.56	0.4224	24.0925	4.8369	4.9810	0.0874	11.4476	2.438
4.58	0.4220	24.3058	4.8451	5.0166	0.0860	11.6336	2.454
4.60	0.4217	24.5200	4.8532	5.0523	0.0846	11.8222	2.470
4.62	0.4213	24.7351	4.8612	5.0882	0.0832	12.0135	2.486
4.64	0.4210	24.9512	4.8692	5.1243	0.0819	12.2076	2.502
4.66	0.4206	25.1682	4.8771	5.1605	0.0806	12.4044	2.518
4.68	0.4203	25.3861	4.8849	5.1969	0.0793	12.6040	2.534
4.70	0.4199	25.6050	4.8926	5.2334	0.0781	12.8064	2.550
4.72	0.4196	25.8248	4.9002	5.2701	0.0769	13.0117	2.566
4.74	0.4192	26.0455	4.9078	5.3070	0.0756	13.2199	2.582
4.76	0.4189	26.2672	4.9153	5.3440	0.0745	13.4309	2.598
4.78	0.4186	26.4898	4.9227	5.3811	0.0733	13.6449	2.613
4.80	0.4183	26.7133	4.9301	5.4184	0.0721	13.8619	2.629
4.82	0.4179	26.9378	4.9374	5.4559	0.0710	14.0820	2.645
4.84	0.4176	27.1632	4.9446	5.4935	0.0699	14.3050	2.661
4.86	0.4173	27.3895	4.9518	5.5313	0.0688	14.5311	2.676
4.88	0.4170	27.6168	4.9589	5.5692	0.0677	14.7604	2.692
4.90	0.4167	27.8450	4.9659	5.6073	0.0667	14.9928	2.708
4.92	0.4164	28.0741	4.9728	5.6455	0.0657	15.2283	2.723
4.94	0.4161	28.3042	4.9797	5.6839	0.0647	15.4671	2.739
4.96	0.4158	28.5352	4.9865	5.7224	0.0637	15.7092	2.754
4.98	0.4155	28.7671	4.9933	5.7611	0.0627	15.9545	2.770
5.00	0.4152	29.0000	5.0000	5.8000	0.0617	16.2031	2.785
∞	0.3780	∞	6.0000	∞	0	∞	∞

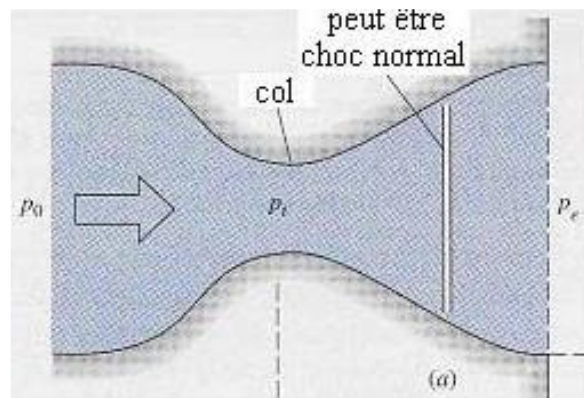
Université de Med Boudiaf M'sila
Département de Génie Mécanique
Option : Energétique

Série N°3

Exo01 :

L'air s'écoule à partir d'un réservoir où $P_0 = 300 \text{ kPa}$ et $T_0 = 500 \text{ K}$ à travers un col de section ($S = 1 \text{ m}^2$) comme le montre la figure suivante (Il y a une onde de choc $S_2 = S_1 = 2 \text{ m}^2$). Déterminer :

- La pression P_1 (avant le choc);
- La pression P_2 (après le choc);
- La pression d'arrêt P_{02} ;
- La section critique S^*_2 ;
- La pression d'arrêt P_{03} P_{0e} ;
- La section critique S^*_e ;
- La pression P_e et T_{0e} .



Exo02 :

En un point d'écoulement isentropique la température locale est 20°C et la pression 1 bar.

- Si la vitesse est 200 m/s . Calculer M , T_i , P_i .
- La même question si $c = 400 \text{ m/s}$.
- Pour $c = 400 \text{ m/s}$, il se forme une onde en ce point. Calculer les caractéristiques P_2 , T_2 , M_2 après l'onde de choc.
- On place une sonde d'arrêt après l'onde. Calculer la pression d'arrêt.

Exo03 :

Une tuyère conv-div est alimentée par de l'air ($r = 287 \text{ J/kgK}$, $\gamma = 1.4$), dont $P_i = 3 \text{ bar}$ et $T_i = 600 \text{ K}$. Cette tuyère a une section d'entrée et 5 cm^2 dans laquelle $c = 146 \text{ m/s}$.

On constate dans l'étude expérimentale du fonctionnement de la tuyère la présence d'une onde de choc dans la section $S = 2.53 \text{ cm}^2$.

- Calculer la pression, la température et la masse volumique au col et le débit massique de la tuyère.
- Calculer la pression, la température immédiatement à l'amont et à l'aval de l'onde de choc.
- Calculer la pression et la température dans la section de sortie ($S = 2.7 \text{ cm}^2$).

Exo04 :

L'air est fourni à travers une tuyère convergente – divergente dont le col a un rapport de section A_4/A_t comme montré à la figure suivante. L'air vient d'un réservoir à une pression de $P = 2 \text{ MPa}$ et $T = 400 \text{ K}$. Un choc normal survient dans la tuyère divergente à une section où $P_{01} = P_{02} = 2 \text{ MPa}$ et le nombre de Mach en amont est de 1.4.

Déterminez :

- le nombre de Mach en aval de l'onde de choc,
- le nombre de Mach à la sortie,
- la pression à la sortie,
- la température à la sortie.

