

CHAPITRE IV :

Transfert de Chaleur par Convection Forcée

IV.1. Convection forcée interne dans un tube

IV.1.1. Couche limite hydrodynamique :

On considère un écoulement stationnaire d'un fluide visqueux incompressible qui entre dans une conduite de section S avec une vitesse u supposé uniforme. Le régime d'écoulement, laminaire ou turbulent, est déterminé par la connaissance du nombre de Reynolds défini par :

$$Re_D = \frac{u_m \cdot D}{\nu} \quad (IV.1)$$

Où u_m est la vitesse moyenne sur une section.

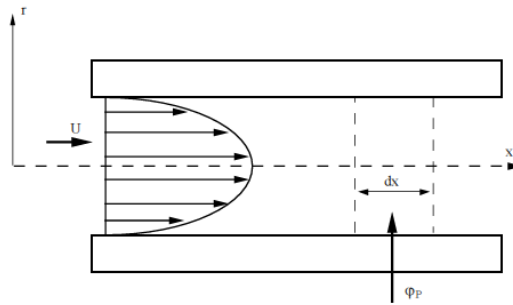


Figure IV.1 : Conduite circulaire sous un flux constant

L'expérience de Reynolds montre que l'écoulement laminaire correspond à un nombre de Reynolds allant de 0 à 2300. La turbulence est considérée comme pleinement développée au-delà de 10 000. Entre 2300 et 10 000 s'étend la zone de transition.

L'adhérence du fluide à la paroi provoque l'apparition d'une couche limite hydrodynamique. La couche limite ne s'étend pas indéfiniment, elle est limitée par le rayon du tube. Pour $x=L_{eH}$, cette couche limite occupe toute la section du tube et l'écoulement devient pleinement établi.

En régime laminaire ($Re_D < 2300$), la longueur d'établissement de la couche limite hydrodynamique, appelée aussi longueur d'entrée, est donnée par :

$$\frac{L_{eH}}{D} \approx 0.05 \cdot Re_D \quad (IV.2)$$

En régime turbulent, la longueur d'entrée ne dépend quasiment pas du nombre de Reynolds, et vaut approximativement 10 à 60 fois le diamètre :

$$10 \leq \frac{L_{eH}}{D} \leq 60 \quad (IV.3)$$

IV.1.2. Couche limite thermique

La longueur d'établissement de la couche limite thermique, notée L_{eT} peut être obtenue en régime laminaire, à partir de L_{eH} et du nombre de Prandtl :

$$\frac{L_{eT}}{L_{eH}} = Pr_D \Rightarrow \frac{L_{eT}}{D} = 0.05 \cdot Re_D \cdot Pr_D \quad (IV.4)$$

En régime turbulent, la longueur d'établissement thermique dépend très peu du nombre de Prandtl, elle est du même ordre que la longueur d'entrée hydrodynamique $L_{eT} \approx L_{eH} = 10D$

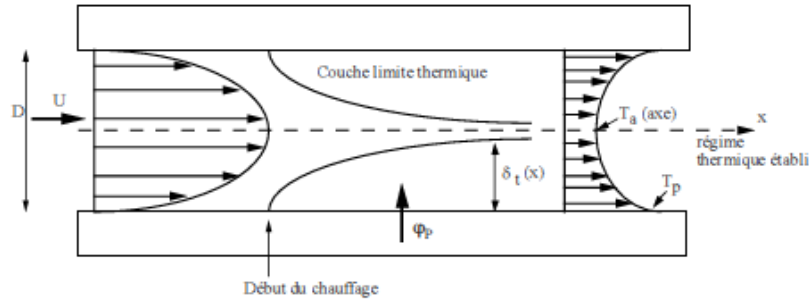


Figure VI.2. : Etablissement du régime thermique à l'entrée d'une conduite circulaire chauffée sous un flux constant

IV.1.3. Corrélations expérimentales

a)- Régime laminaire

Dans la région pleinement développée, le nombre de Nusselt Nu est caractérisé par :

$$\begin{cases} Nu_D = 3.66 & \text{température uniforme } T_p = \text{Cte} \\ Nu_D = 4.36 & \text{densité de flux uniforme } \varphi_p = \text{Cte} \end{cases}$$

Dans la région d'entrée, l'équation d'énergie est plus difficile à résoudre et seules deux solutions analytiques ont été obtenues. Dans la région d'entrée thermique, le nombre de Nusselt Nu_D moyen est donné par la corrélation d'Edwards(1979)

$$Nu_D = 3.66 + \frac{0.065 \cdot Re_D \cdot Pr \cdot \frac{D}{L}}{1 + 0.04 \left(Re_D \cdot Pr \cdot \frac{D}{L} \right)^{2/3}} \cdot T_p = \text{Cte} \quad (IV.5)$$

On peut vérifier que pour $L \rightarrow \infty$, $Nu_D = 3.66$

Pour un écoulement laminaire développé, Sieder & Tate(1936) propose

$$Nu_D = 1.86 \left(Re_D \cdot Pr \cdot \frac{D}{L} \right)^{1/3} \cdot \left(\frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0.14} \quad 0.48 < Pr < 16700 \quad (IV.6)$$

b)- Régime turbulent

La turbulence homogénéise la température au cœur de l'écoulement, et on observe un fort gradient thermique près des parois. Les corrélations empiriques sont en assez grand nombre.

On n'en citera que :

-Corrélations de Colburn :

$$\begin{cases} 0.7 \leq Pr \leq 160 \\ Re_D > 400 \\ x/D \geq 10 \end{cases} \quad Nu_D = 0.023 \cdot Re_D^{0.8} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \quad (IV.7)$$

-Corrélation de Dittus –Boelter(1933)

$$Nu_D = 0.023 \cdot Re_D^{0.8} \cdot Pr^n \quad (IV.8)$$

$$\begin{cases} 0.7 \leq Pr \leq 160 \\ Re_D \geq 10000 \\ \frac{x}{D} \geq 10 \end{cases}$$

Avec $\begin{cases} n = 0.3 & \text{refroidissement} & T_m > T_p \\ n = 0.4 & \text{chauffage} & T_m < T_p \end{cases}$

Dans la région d'entrée dans un écoulement turbulent développé ($x/D < 10$), la corrélation de Colburn doit être corrigée de la manière suivante pour tenir de la variation du profil des vitesses :

$$Nu_D = 0.023 \cdot Re_D^{0.8} \cdot Pr^{1/3} \left[1 + \left(\frac{D}{x} \right)^{0.7} \right] \quad (IV. 9)$$

c)- Tubes non circulaires

Si la section du tube n'est pas circulaire, on peut utiliser une première approximation, en remplaçant le diamètre du tube par son diamètre hydraulique (D_h) et c'est ce diamètre qui est employé pour déterminer Re_D et Nu_D

$$D_h = \frac{4 \cdot S}{P}$$

S est la section de passage et P le périmètre mouillé.

Exemple : canalisation rectangulaire de côté a et b

$$D_h = \frac{4 \cdot a \cdot b}{2(a + b)} = \frac{2a \cdot b}{(a + b)}$$

IV.2. Convection forcée externe

Contrairement aux paragraphes précédents qui décrivent les échanges thermiques à l'intérieur d'une conduite on s'intéresse ici aux échanges lorsque le fluide s'écoule à l'extérieur d'un corps. On traitera ainsi le cas des écoulements sur plaque plane, laminaires ou turbulents, ainsi que quelques exemples d'écoulements autour d'obstacles.

IV.2.1. Couches limites : approche qualitative.

a) Couche limite hydrodynamique.

Considérons une plaque plane placée dans un écoulement parallèle, tel que la vitesse au niveau du bord d'attaque est uniforme et égale à u_∞ . L'adhérence du fluide à la paroi ($u=0$ en $y=0$) provoque l'apparition d'une zone d'épaisseur $\delta(x)$, dans laquelle existe un gradient de vitesse. Cette zone est appelée **couche limite hydrodynamique**. Au-delà de l'épaisseur $\delta_H(x)$, la vitesse de l'écoulement n'est plus modifiée de façon significative, et conserve la valeur u_∞ (en pratique, on peut adopter pour $\delta_H(x)$, par exemple, la valeur de y telle que $u = 0,99 u_\infty$).

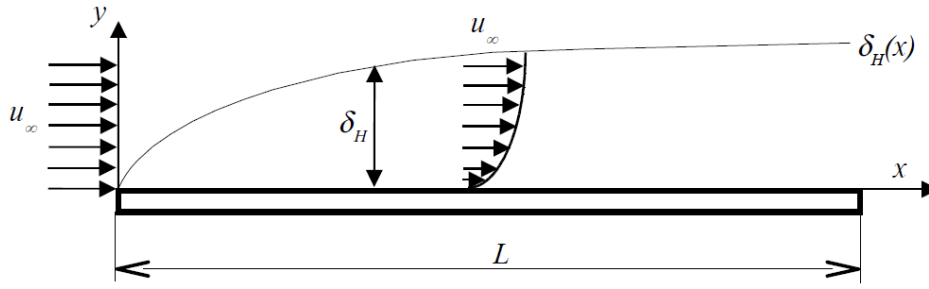


Figure IV.3. Couche limite hydrodynamique.

L'apparition de cette couche limite est responsable de l'effort exercé par le fluide sur la plaque (trainée). La contrainte de cisaillement τ_s au niveau de la plaque ($y=0$), est donnée par la relation :

$$\tau_s = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (\text{IV. 10})$$

Avec μ la viscosité dynamique.

b) Couche limite thermique.

Supposons à présent que la température du fluide T_∞ au niveau du bord d'attaque diffère de celle de la plaque T_p (supposée isotherme dans ce qui suit). On assiste alors à l'apparition d'une **couche limite thermique**, c'est à dire d'une zone dans laquelle le gradient de température perpendiculaire à la paroi est non nul. Pour fixer les idées, supposons que la plaque soit plus chaude que le fluide. Elle cède alors de la chaleur aux particules fluides qui sont à son contact, qui elles-mêmes communiquent une partie de cette énergie aux particules des couches supérieures, et ainsi de suite. De là l'apparition d'un gradient thermique. Au-delà d'une épaisseur δ_T , que l'on appelle épaisseur de couche limite thermique, le gradient peut être supposé nul, et la température du fluide égale à T_∞ , température au niveau du bord d'attaque (en pratique, on peut adopter pour δ_T la valeur de y telle que : $(T_p - T)/(T_p - T_\infty) = 0,99$).

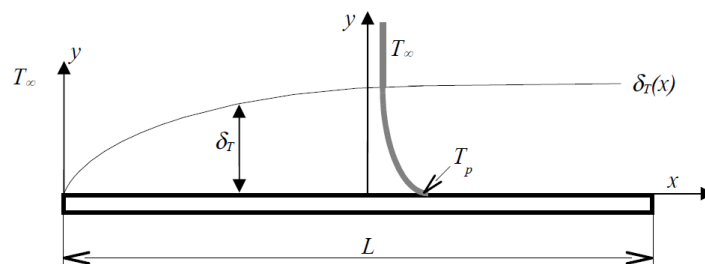
D'après la loi de Fourier, la densité de flux locale au niveau de la plaque (c'est à dire en $y=0$) a pour composante normale à la plaque :

$$\vec{q} \cdot \vec{y} = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (\text{IV. 11})$$

avec λ la conductivité thermique du fluide.

La définition du coefficient d'échange local h prend la forme ci-dessous :

$$h = \frac{\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{(T_\infty - T_p)} \quad (\text{IV. 12})$$

Figure IV.4. Couche limite thermique (le dessin correspond au cas $T_p > T_\infty$).

En remplaçant les termes de la relation (V.12) par leur ordre de grandeur, on obtient un résultat très important :

$$\bar{h} \sim \frac{\lambda \cdot \frac{T_\infty - T_P}{\delta_T}}{T_\infty - T_P} \Rightarrow \bar{h} \sim \frac{\lambda}{\delta_T} \quad (\text{IV. 13})$$

On reconnaît ici la conductance d'un mur plan d'épaisseur δ_T et de conductivité thermique λ .

Le coefficient d'échange est donc **la conductance de la couche limite thermique**.

c) Transition vers la turbulence

L'écoulement sur la première partie de la plaque est régulier : chaque particule fluide suit une ligne de courant bien déterminée, l'écoulement est **laminaire**. Si la longueur de la plaque se prolonge au-delà d'une certaine valeur que nous noterons x_c (distance critique), on observe une déstabilisation de l'écoulement, qui devient **turbulent**. Une zone intermédiaire, appelée zone de transition, s'étend entre les zones laminaire et turbulente. Le coefficient d'échange h que nous recherchons n'est évidemment pas le même dans les deux régimes.

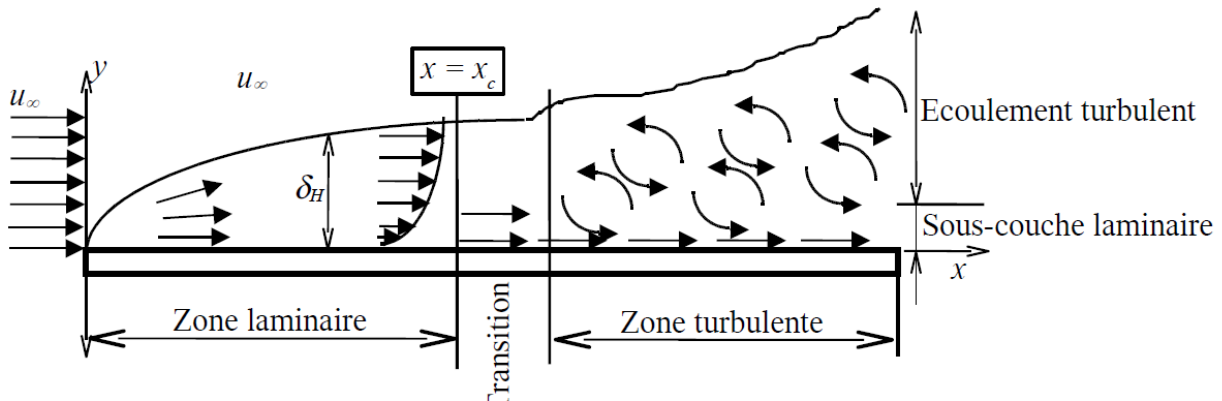


Figure IV.5. : Transition entre les régimes laminaire et turbulent.

IV. 2.2. Etude du régime laminaire.

IV.2.2.1. Equations de conservation.

Dans toute cette partie, nous retiendrons les hypothèses ci-dessous,

- 1 - *Fluide newtonien incompressible.*
- 2 - *Régime stationnaire.*
- 3 - *Propriétés physiques du fluide constantes (donc indépendantes de la température).*
- 4 - *Forces volumiques (dont le poids) négligeables.*
- 5 - *Dissipation visqueuse négligeable.*

Avec ces hypothèses, les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement s'écrivent respectivement, en coordonnées cartésiennes et pour un problème bidimensionnel selon les axes x et y

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (\text{IV. 14})$$

$$\begin{cases} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \end{cases} \quad (\text{IV. 15})$$

$$\begin{cases} u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \end{cases} \quad (\text{IV. 16})$$

Le vecteur vitesse est noté $\vec{V} = u.\vec{x} + v.\vec{y}$, la pression p , la masse volumique ρ et la viscosité cinématique $\nu = \mu/\rho$.

En négligeant la dissipation visqueuse, et en supposant qu'il n'y a pas de travaux autres que mécaniques, on obtient l'équation d'énergie suivante :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (\text{IV. 17})$$

Un traitement rigoureux de la couche limite nécessiterait la résolution complète des équations de Navier-Stokes. Leur complexité a donné à PRANDTL l'idée de les simplifier pour ne retenir que les termes les plus importants. L'idée principale consiste à négliger les gradients axiaux $\partial/\partial x$ devant les gradients transverses $\partial/\partial y$. On obtient ainsi les équations de PRANDTL de la couche limite:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (\text{IV. 18})$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (\text{IV. 19})$$

Ces équations ont été établies en supposant que $\frac{\partial}{\partial x} \ll \frac{\partial}{\partial y}$ et que la pression ne varie pas suivant la direction Oy. Un raisonnement analogue fournit une équation simplifiée de la température:

$$\frac{\partial T}{\partial y} \gg \frac{\partial T}{\partial x} \rightarrow u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{IV. 20})$$

La résolution combinée de ces 3 équations permet le traitement d'une couche limite thermique sur une paroi en présence d'un écoulement. Il est utile de rappeler qu'une couche limite résulte de la compétition entre deux effets qui sont:

- La diffusion (de quantité de mouvement ou de chaleur selon qu'on s'intéresse à une couche limite cinématique ou thermique).

Celle-ci est dominante dans la direction y normale à la paroi qui présente les plus forts gradients.

- La convection, c.à.d. le transport, par l'écoulement lointain qui a lieu principalement suivant Ox.

IV.2.2.2.Épaisseur de la couche limite hydrodynamique.

Nous allons à présent essayer de trouver l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique, à partir des équations (conservation de la masse et de la quantité de mouvement). L'équation (V.14) a s'écrit, en termes d'ordres de grandeur

$$\frac{u_\infty}{L} \sim \frac{\nu}{\delta_H} \quad (\text{IV. 21})$$

Comme l'épaisseur de la couche limite est très petite devant la longueur de la plaque ($\delta_H \ll L$), on en déduit que la composante du vecteur vitesse normale à la plaque est très inférieure à la composante parallèle à la plaque ($v \ll u_\infty$). Exploitions à présent les équations de conservation de la quantité de mouvement. Le gradient de pression peut être supprimé de ces équations en prenant la dérivée partielle de (V.15) par rapport à y, celle de (V.16) par rapport à x, puis en soustrayant membre à membre. Il vient :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \nu \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y} + \nu \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} - \nu \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} - \nu \frac{\partial^3 v}{\partial y^2 \partial x} \quad (\text{IV. 22})$$

En tenant compte de la relation (IV.21) ainsi que des inégalités $\delta_H \ll L$ et $v \ll u_\infty$, la relation ci-dessus s'écrit, en termes d'ordres de grandeur :

On en tire facilement le résultat recherché :

$$\delta_H \sim \sqrt{\frac{\nu \cdot L}{u_\infty}} \quad (\text{IV. 23})$$

Enfin, on peut mettre ce résultat sous forme adimensionnelle, en introduisant le nombre de **Reynolds**

$$\begin{aligned} \text{Re}_L &= \frac{u_\infty L}{\nu} \\ \delta_H^2 &\sim \frac{\nu \cdot L}{u_\infty} \Rightarrow \delta_H^2 \sim \frac{\nu \cdot L^2}{u_\infty \cdot L} \\ \left(\frac{\delta_H}{L}\right)^2 &\sim \frac{\nu}{u_\infty \cdot L} \\ \frac{\delta_H}{L} &\sim \text{Re}_L^{-1/2} \end{aligned}$$

IV.2.2.3. Epaisseur de la couche limite thermique dans le cas $\delta_H \ll \delta_T$

Dans ce qui suit, on se place dans le cas où l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique est très faible devant celle de la couche limite thermique. On peut alors supposer qu'en tout point de cette dernière, l'écoulement est celui que l'on trouve à l'infini loin de la plaque. En d'autres termes : $u(x,y) \approx u_\infty = \text{constante}$, et $\nu \approx 0$. Dans ces conditions, l'équation (V.20) se simplifie :

$$\frac{u_\infty}{a} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{IV. 24})$$

On peut la simplifier encore en utilisant un argument basé sur les ordres de grandeur, et sur le fait que l'épaisseur de la couche limite thermique est très petite devant la longueur de la plaque ($\delta_T \ll L$). En effet :

$$\left| \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right| \sim \frac{|T_P - T_\infty|}{L^2} \quad \text{et} \quad \left| \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right| \sim \frac{|T_P - T_\infty|}{\delta_T^2}$$

Comme $\delta_T \ll L$, on en déduit $\left| \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right| \ll \left| \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right|$ et l'équation de conservation de l'énergie se simplifie encore :

$$\frac{u_\infty}{a} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (\text{IV. 25})$$

A partir de cette équation, on obtient facilement l'ordre de grandeur de l'épaisseur de la couche limite thermique :

$$\begin{aligned} \frac{u_\infty}{a} \frac{|T_P - T_\infty|}{L} &\sim \frac{|T_P - T_\infty|}{\delta_T^2} \\ \delta_T &\sim \sqrt{\frac{a \cdot L}{u_\infty}} \end{aligned} \quad (\text{IV. 26})$$

Ce résultat peut se mettre sous forme adimensionnée en introduisant le nombre de Prandtl, rapport de la viscosité cinématique sur la diffusivité thermique ($\text{Pr} = \nu/a$) :

$$\begin{aligned}\frac{\delta_T}{L} &\sim \sqrt{\frac{a \cdot L}{u_\infty \cdot L^2}} \Rightarrow \frac{\delta_T}{L} \sim \left(\frac{1}{\frac{u_\infty \cdot L^2}{a \cdot L}} \right)^{1/2} \\ \frac{\delta_T}{L} &\sim \left(\frac{1}{\frac{u_\infty \cdot L}{\nu}} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{1}{\frac{\nu}{a}} \right)^{1/2} \\ &\Rightarrow \frac{\delta_T}{L} \sim \left(\frac{1}{Re_L} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{1}{Pr} \right)^{1/2}\end{aligned}$$

$$\frac{\delta_T}{L} \sim (Re_L \cdot Pr)^{-1/2} \quad Re_L = \frac{u_\infty \cdot L}{\nu} \quad (IV.27)$$

Pour obtenir ce résultat, nous avons supposé que l'épaisseur de la couche limite thermique était d'une part très inférieure à la longueur de la plaque, et d'autre part très supérieure à l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique. La première hypothèse impose comme condition de validité $(Re_L \cdot Pr) \gg 1$. La deuxième implique :

$$\frac{\delta_H}{\delta_T} \sim Pr^{1/2} \ll 1 \quad (IV.28)$$

Le rapport de la viscosité cinématique ν sur la diffusivité thermique a est donc un nombre sans dimension appelé le nombre de **Prandtl**. Ce nombre ne dépend que de la nature du fluide.

On a $Pr \ll 1$ pour les métaux liquides, $Pr \gg 1$ pour la plupart des autres liquides (eau, huiles, solvants organiques,...), et $Pr \sim 1$ pour l'air. Une analyse plus détaillée permettrait de montrer que le rapport de l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique sur l'épaisseur de la couche limite thermique est une fonction de ce nombre et que, plus précisément :

$$\begin{aligned}Pr \ll 1 &\Rightarrow \frac{\delta_H}{\delta_T} \ll 1 \\ Pr \sim 1 &\Rightarrow \frac{\delta_H}{\delta_T} \sim 1 \\ Pr \gg 1 &\Rightarrow \frac{\delta_H}{\delta_T} \gg 1\end{aligned}$$

L'épaisseur de la couche limite hydrodynamique est donc inférieure à celle de la couche limite thermique dans les métaux liquides, et supérieure dans les autres liquides. Dans le cas important de l'air, les deux couches ont approximativement la même épaisseur

IV.2.2.4. Coefficient d'échange thermique dans le cas $Pr \ll 1$

Dans le cas particulier $Pr \ll 1$, on obtient facilement l'ordre de grandeur du coefficient d'échange en combinant les relations (V.13) (définition de h) et (V.26) (ordre de grandeur de δ_T) :

$$\bar{h} \sim \lambda \sqrt{\frac{u_\infty}{a \cdot L}} \quad (IV.29)$$

Ce résultat peut être obtenu sous forme adimensionnée en introduisant le nombre de **Nusselt** en plus du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl $Pr = \nu/a$:

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h} \cdot L}{\lambda} \Rightarrow \overline{Nu}_L \sim \left(\lambda \sqrt{\frac{u_\infty}{a \cdot L}} \right) \cdot \frac{L}{\lambda} \quad (IV.30)$$

$$\Rightarrow \overline{Nu}_L \sim \left(\sqrt{\frac{u_\infty \cdot L^2}{a \cdot L}} \right) \Rightarrow \overline{Nu}_L \sim \left(\sqrt{\frac{u_\infty \cdot L}{v} \cdot \frac{v}{a}} \right) \quad (IV.31)$$

$$\overline{Nu}_L \sim (Re_L \cdot Pr)^{\frac{1}{2}} \quad (IV.32)$$

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h} \cdot L}{\lambda}$$

IV.2.2.4. Coefficient d'échange thermique dans le cas ($Pr \sim 1$ ou $Pr \gg 1$)

Contrairement au cas précédent, il faut tenir compte des variations de la vitesse dans la couche limite thermique. Il faut donc commencer par résoudre le problème hydrodynamique pour obtenir le champ de vitesse, puis l'insérer dans l'équation de conservation de l'énergie (VI.17) avant de pouvoir la résoudre. Malgré les simplifications basées sur le faible rapport d'aspect des couches limites ($\delta_H \ll L$ et $\delta_T \ll L$), la résolution n'est que semi-analytique autrement dit, il faut recourir à des solutions numériques à certaines étapes). Tous calculs faits, le nombre de Nusselt moyen sur la partie laminaire de la plaque est donné par :

$$\overline{Nu}_L = 0.664 \cdot Re_L^{1/2} Pr^{1/3} \quad (IV.33)$$

IV. 2.3. Régime turbulent.

L'expérience montre que la distance critique x_c marquant la fin de la zone laminaire s'obtient pour un nombre de Reynolds valant approximativement $5 \cdot 10^5$ (cette valeur peut varier avec l'état de surface de la plaque, ainsi que le niveau de turbulence de l'écoulement incident). La transition entre les deux régimes s'obtient donc pour :

$$\frac{u_\infty x_c}{v} \cong 5 \cdot 10^5 \quad (IV.34)$$

Contrairement au régime laminaire, la résolution analytique des équations de conservation n'est plus possible, et même la simulation numérique de l'écoulement est assez lourde à réaliser. On a donc recours à des corrélations empiriques, c'est à dire basées sur de multiples expériences, au cours desquelles on fait varier les différents paramètres du problème. On obtient le résultat suivant pour le nombre de Nusselt local dans la zone turbulente :

$$Nu_x = 0.0296 \cdot Re_x^{4/5} \cdot Pr^{1/3} \quad (IV.35)$$

Cette corrélation est valable pour $0,6 < Pr < 60$ et $Re_{xc} < Re_x < 10^8$

IV. 2.4. Ecoulements forcés autour d'obstacles

a)- Obstacles cylindriques

Cette situation correspond par exemple à celle des échangeurs à tubes et calandre dans lesquels le fluide de la calandre croise les tubes. L'écoulement autour d'un cylindre dépend fortement de Re (voir Figure IV.6).

- Si $Re \ll 1$ (rare) : écoulement purement visqueux symétrique
- Si Re augmente mais reste inférieur à 40, il existe 2 tourbillons attachés derrière le cylindre
- Si $Re > 40$, il existe une allée de tourbillons de Von Karman à l'aval du cylindre

- Si Re augmente encore, la couche limite qui se développe à partir du point d'arrêt à $\theta = 0$ devient turbulente et décolle à θ_d .

$$Re < 3 \cdot 10^5 \rightarrow \theta_d = 80^\circ$$

$$Re > 3 \cdot 10^5 \rightarrow \theta_d = 120^\circ \text{ et la couche limite est turbulente même entre } \theta = 0 \text{ et } \theta = \theta_d$$

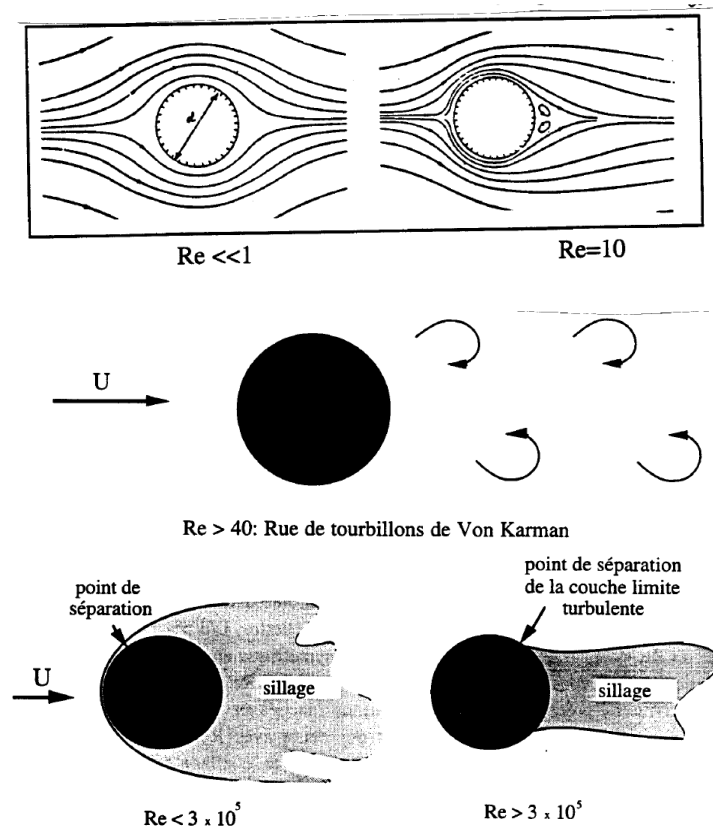


Figure IV.6: Écoulement autour d'un cylindre.

-Résultats expérimentaux concernant les échanges thermiques :

- Si Re petit, Nu est petit (de quelques unités), surtout à l'aval où les recirculations sont peu actives.
- Pour $Re > 426\,000$, Nu augmente beaucoup (plusieurs centaines) avec un max vers $\theta_d = 120^\circ$

Synthèse des résultats expérimentaux :

$Re \in [1, 4000]$	$\overline{Nu} = 0.43 + 0.53 \cdot Pr^{0.31} \cdot Re^{0.5}$
$Re \in [4000, 40000]$	$\overline{Nu} = 0.43 + 0.193 \cdot Pr^{0.31} \cdot Re^{0.618}$
$Re \in [40000, 400000]$	$\overline{Nu} = 0.43 + 0.265 \cdot Pr^{0.31} \cdot Re^{0.805}$

b)- Obstacles non circulaires

La encore on introduit un coefficient d'échange h tel que:

$$\Phi = h \cdot S \cdot \Delta T$$

de sorte que le nombre de Nusselt devient:

$$Nu_d = \frac{\phi}{\lambda \cdot \frac{\Delta T}{d} \cdot S} = \frac{h \cdot S \cdot \Delta T}{\lambda \cdot \frac{\Delta T \cdot S}{d}} = \frac{h \cdot d}{\lambda} \quad (IV.36)$$

On pose : $Nu_d = C \cdot Re_d^m \cdot Pr^{0.35}$ (IV.37)

avec $Re_d = \frac{U_\infty \cdot d}{\nu}$

Les valeurs de C et m pour diverses géométries sont données dans le tableau IV.1.

c)- Obstacle sphérique

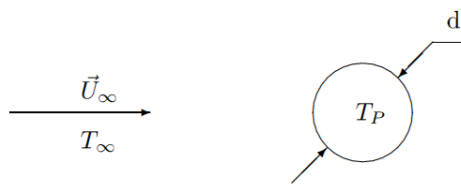


Figure IV.7: Ecoulement autour d'une sphère:

nombre de Nusselt en fonction de Re et Pr.

Dans les conditions suivantes:

$$0.6 < Pr < 400 \quad \text{et} \quad Re < 7 \cdot 10^4$$

On a :

$$Nu_d = \frac{h \cdot d}{\lambda} = 2 + 0.6 \cdot Pr^{1/3} \cdot Re_d^{1/2} \quad (IV.38)$$

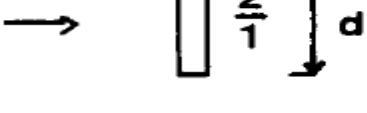
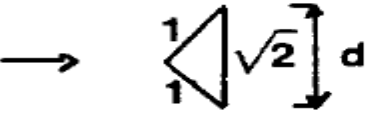
	Re_d	C	m
	$5 \cdot 10^3 \text{ à } 10^5$	0,25	0,588
	$2,5 \cdot 10^3 \text{ à } 8 \cdot 10^3$ $5 \cdot 10^3 \text{ à } 10^5$	0,180 0,104	0,699 0,675
	$2,5 \cdot 10^3 \text{ à } 1,5 \cdot 10^4$	0,25	0,612
	$3 \cdot 10^3 \text{ à } 1,5 \cdot 10^4$	0,096	0,804
	$5 \cdot 10^3 \text{ à } 10^5$	0,156	0,638
	$5 \cdot 10^3 \text{ à } 1,95 \cdot 10^4$ $1,95 \cdot 10^4 \text{ à } 10^5$	0,162 0,0395	0,638 0,782
	$3 \cdot 10^3 \text{ à } 2 \cdot 10^4$	0,264	0,66
	$4 \cdot 10^3 \text{ à } 1,5 \cdot 10^4$	0,232	0,731
	$3 \cdot 10^3 \text{ à } 2 \cdot 10^4$	0,246	0,61

Tableau V.1: Coefficients d'échanges en fonction de la géométrie en convection forcée externe. La flèche indique le sens de l'écoulement.