

Chapitre 2.

Grandeurs thermodynamique statiques et totales dans les turbomachines

2-1-Types de transformations thermodynamiques :

Dans les turbomachines il existe généralement deux types de transformations :

- a)-comprimante
- b)-détendante

Ces deux types peuvent s'effectués de plusieurs façons :

Adiabatiquement, isentropiquement, isenthalpiquement, polytropiquement,..... .

2-2-Visualisation d'une transformation thermodynamique :

1°)--pour les visualisées on utilise généralement :

- a)-le diagramme entropique (T-S)
- b)-le diagramme enthalpique (h-S)

2°)--pour les intérêts suivants :

-soit pour une compression ou détente, ils visualisent directement les transferts d'énergie

- a)-quantitativement en ordonnées : (exemple : pour un gaz parfait on a : $\Delta h = C_p \Delta T$)
- b)-qualitativement en abscisses : (pour un gaz parfait on a : $\Delta S_{12} = C_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - r \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$)

2-3-Calcul des paramètres d'une transformation :

1°)-transformation isentropique : ($dS=0$) d'un gaz parfait ($PV=RT$ et $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$) :

si $\gamma = \text{const} \rightarrow$ a) $PV^\gamma = \text{const}$ b) $\frac{T}{P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \text{const}$ c) $\frac{T}{V^{\gamma-1}} = \text{const}$

2°) transformation poly tropique (réelles) :

les évolutions réelles 1-2 sont souvent décrites par l'équation d'une polytrope :

$P_1 V_1^k = P_2 V_2^k = P V^k = \text{const} \Rightarrow \frac{dP}{P} + k \frac{dV}{V} = 0$, avec n : coefficient poly tropique ;

si $k = \text{const} \Rightarrow$ a) $\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^k$ b) $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{k-1}{k}}$ c) $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1}$

Remarque :

► si on connaît les paramètres initiaux et finaux d'une transformation, on peut calculer le coefficient

polytropique k : $k = \frac{\ln P_1 - \ln P_2}{\ln V_1 - \ln V_2}$

► Les deux types de transformations peuvent s'effectués de plusieurs façons suivant k : (Figure 2-0)

- $k = \gamma$; compression ou détente isentropique (adiabatique réversible)
- $k > \gamma$ (cas théorique) ; compression avec apport de chaleur ou détente refroidie
- $k < \gamma$; compression refroidie ou détente avec apport de chaleur
- $k = 1$; compression ou détente isotherme

2-4-Définition d'une variable d'arrêt absolue :

► Les conditions d'arrêt sont les conditions que l'on obtiendrait par une transformation fictive ramenant isentropiquement (réversiblement et sans échange de chaleur) et sans échange de travail utile, le fluide à vitesse nulle.

-Pour l'enthalpie au point 2 englobe l'enthalpie statique, l'énergie cinétique et l'énergie potentiel en 1 d'où son nom d'enthalpie totale:

$$H = h_* = h_0 = h + \frac{c^2}{2} + gz$$

Pour un gaz parfait : $h_0 = C_p T_0$

- La température totale : $T_0 = T + \frac{c^2}{2C_p} + \frac{gz}{C_p}$

- La pression totale : $P_0 = P + \rho \frac{c^2}{2} + \rho gz$

► Généralement en néglige l'énergie potentiel ce qui donne :

-Pour l'enthalpie d'arrêt : $H = h_* = h_0 = h + \frac{c^2}{2}$

Pour un gaz parfait : $h_0 = C_p T_0$

-Pour la température d'arrêt : $T_0 = T + \frac{c^2}{2C_p}$

-pression et masse volumique d'arrêt : $P_0 = P + \rho \frac{c^2}{2}$

► Pour une transformation isentropique :

- pression et masse volumique d'arrêt : $P_0 = P \left(1 + \frac{c^2}{2C_p T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

-masse volumique d'arrêt et $\rho_0 = \rho \left(1 + \frac{c^2}{2C_p T}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$

► En introduisant le nombre de Mach : $M = \frac{c}{a} = \frac{c}{\sqrt{\gamma r T}} \Rightarrow \frac{c^2}{2C_p T} = \frac{\gamma-1}{2} M^2$

$$\Rightarrow T_0 = T \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right] ; P_0 = P \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad \rho_0 = \rho \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

Ou : $\frac{T_0}{T} = \left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{\gamma-1} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2$ (État générateur ou Equation de Barré Saint V)

- La vitesse du fluide pour un écoulement adiabatique : $C = \left[\frac{2\gamma r}{\gamma-1} (T_0 - T)\right]^{1/2}$

- L'écoulement atteint la vitesse maximale lorsque $T=0$: $C_{max} = \left[\frac{2\gamma r T_0}{\gamma-1}\right]^{1/2}$

► Etat critique : on parle de quantités critiques ou sonique lorsque $M=1$:

$$\frac{T_0}{T^*} = \left(\frac{P_0}{P^*}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{\rho_0}{\rho^*}\right)^{\gamma-1} = \frac{\gamma+1}{2} \quad \text{et la vitesse : } C^* = a = \sqrt{\gamma r T^*} = \left[\frac{2\gamma r T_0}{\gamma+1}\right]^{1/2}$$

- le cas de l'entropie : $S = C_v \log \left(\frac{P}{\rho^\gamma}\right) = S_0$: Elle ne dépend pas du repère considéré.

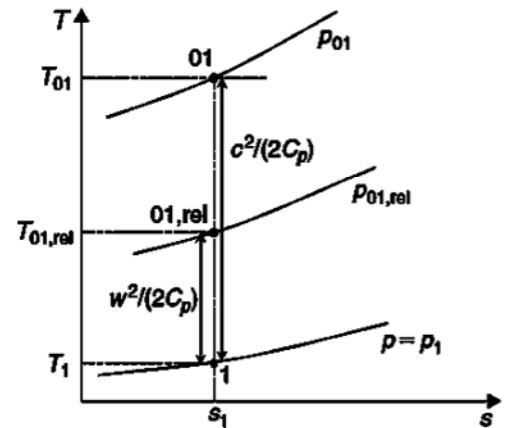


Fig.A : Relation entre la variable statique avec la variable d'arrêt absolue et relative sur un diagramme T-S

2-5-Définition d'une variable d'arrêt relatif :

- l'enthalpie d'arrêt relative : $H_R = h_R = h + \frac{w^2}{2}$

-Température d'arrêt relative : $T_R = T + \frac{w^2}{2C_p}$

2-6-Calcul de gain et de chute d'enthalpie statique :

Si $\gamma = \text{Cst}$, $R = \text{Cst}$, $k = \text{Cst}$, on peut calculer soit le gain ou chute d'enthalpie dans le cas d'une transformation isentropique ou réelle : (+ : compression (**gains**), - : détente (**chute**))

1°)-pour une transformation isentropique :

$$\pm(h_{2s} - h_1) = \pm C_p(T_{2s} - T_1) = \pm RT_1 \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left[\Pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$$

2°)-pour une transformation réelle: Travail réel (effective):

$$\pm(h_2 - h_1) = \pm C_p(T_2 - T_1) = \pm C_p T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \pm RT_1 \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left[\Pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$$

Avec : * $C_p = R \frac{\gamma}{\gamma-1}$, * $\Pi = \Pi_C = \frac{P_2}{P_1} > 1$: taux de compression * $\Pi = \Pi_D = \frac{P_2}{P_1} < 1$: taux de détente.

3°)-pour une transformation polytropique :

Le processus peut être décrit par l'équation $PV^k = \text{Cst} \Rightarrow \frac{T_{2s}}{T_1} = \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}}$

$$\int_1^2 (\pm dh) = \int_1^2 (\pm V dP) = \pm \frac{k}{k-1} \frac{P_1}{\rho_1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

2-7-Calcul de gain et de chute d'enthalpie totale absolue :

1°)-pour une transformation isentropique : Avec : * $C_p = R \frac{\gamma}{\gamma-1}$,

Le processus peut être décrit par l'équation $PV^\gamma = \text{Cst} \Rightarrow \frac{T_{02s}}{T_{01}} = \frac{T_{02}}{T_{01}} = \left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

$$W_s = \pm(h_{02s} - h_{01}) = \pm C_p(T_{02s} - T_{01}) = \pm \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P_{01}}{\rho_{01}} \left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right]$$

2°)-pour une transformation réelle : Travail réel (effective):

Le processus peut être décrit par l'équation $PV^k = \text{Cst} \Rightarrow \frac{T_{02s}}{T_{01}} = \frac{T_{02}}{T_{01}} = \left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}}$

$$W_r = \pm(h_{02} - h_{01}) = \pm C_p(T_{02} - T_{01}) = \pm \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{P_{01}}{\rho_{01}} \left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

3°)-pour une transformation polytropique : $W_p = \sum (\pm dh_s) > \pm(h_{2s} - h_1)$

Le processus peut être décrit par l'équation $PV^k = \text{Cst} \Rightarrow \frac{T_{02s}}{T_{01}} = \frac{T_{02}}{T_{01}} = \left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}}$

$$W_p = \int_{01}^{02} (\pm dh_s) = \int_{01}^{02} (\pm V dP) = \pm \frac{k}{k-1} V_{01} P_{01} \left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] = \pm \frac{k}{k-1} \frac{P_{01}}{\rho_{01}} \left[\left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

Remarque1 : pour une transformation isotherme: (avec : $\Delta h = 0$ et $\rho_0 = \frac{p_0}{rT}$)

Le processus peut être décrit par l'équation $PV = \text{Cst}$

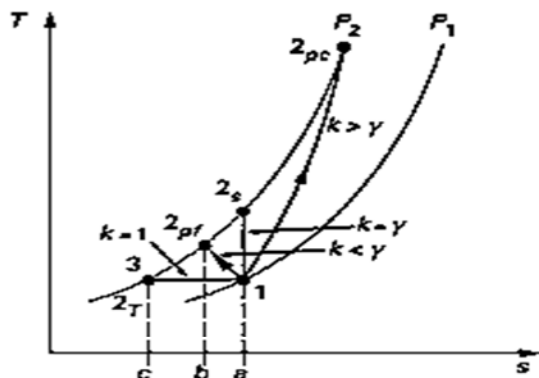
Le travail sur l'arbre est: $W_{st} = -T\Delta S = rT \ln \left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)$ ou $\partial W_{st} = \frac{\partial p_t}{\rho_t} = rT \frac{\partial p_0}{p_0} \Rightarrow W_{st} = rT \ln \left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)$

Remarque 2: - pour la compression le travail technique : $W_{st} < (W_p)_{k < \gamma} < W_s < (W_p)_{k > \gamma}$

- pour la détente les travaux sont dans l'ordre : $|W_{st}| > |(W_p)_{k < \gamma}| > |W_s| > |(W_p)_{k > \gamma}|$

Ainsi, on cherchera toujours à refroidir le gaz au cours d'une compression (jamais à le réchauffer), on cherchera souvent à réchauffer un gaz en cours de détente (jamais à le refroidir, sauf pour des questions éventuelles de tenue des matériaux à la température).

Canal comprimant



Canal détenant

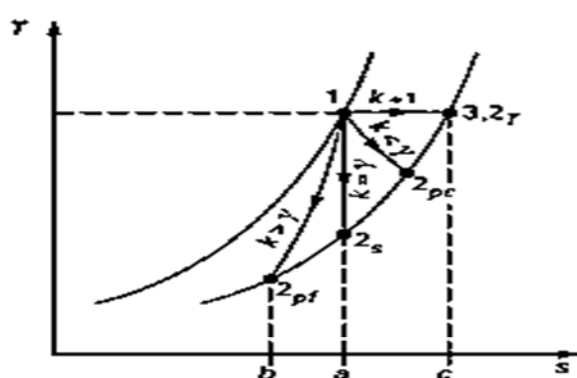
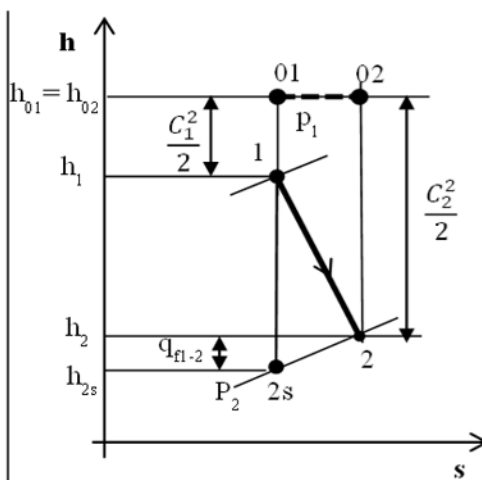
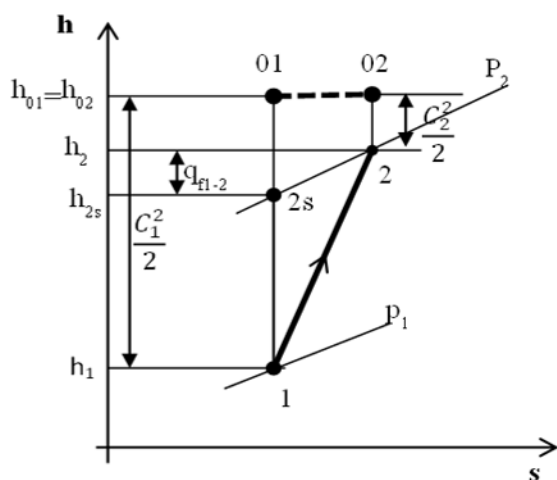
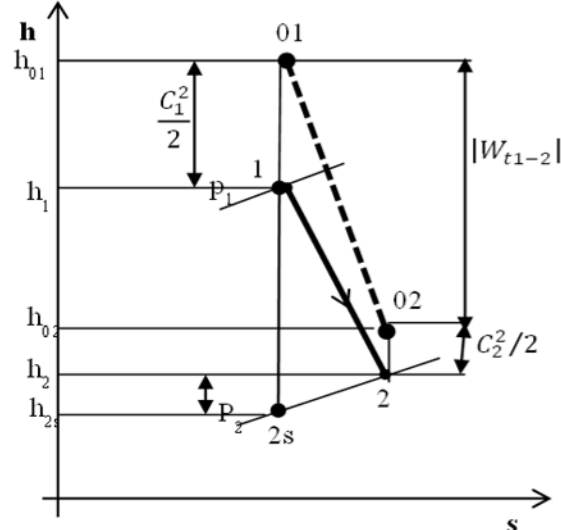
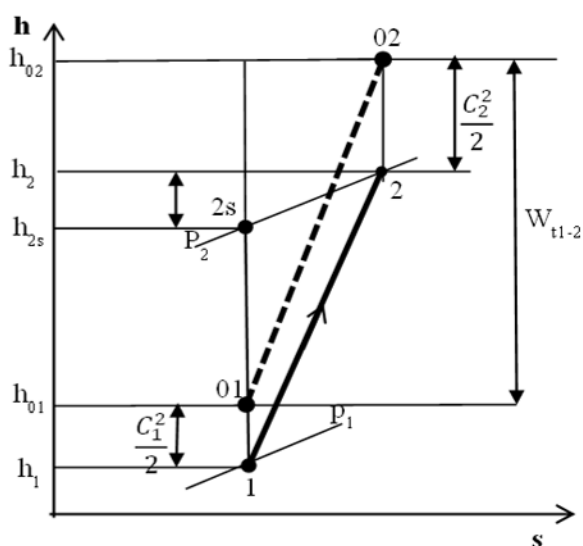


Fig-2-0 :-Visualisation de la transformation isentropique et poly tropique sur un diagramme entropique (T-s)



Transformations finies

Fig-2-1- :-Transformation adiabatiques du fluide dans les canaux fixes



Transformations finies

Fig-2-2- :-Transformation adiabatiques du fluide dans les canaux mobiles

— Etat thermodynamique du gaz

----- Energie totale du gaz