

Chapitre 3. Equations générales des turbomachines

3-1-Principe de base dans les turbomachines:(Fig3-1 et 3-2)

Avec : W_m : pertes mécaniques (frottement sur les paliers)

W_T : travail échangé entre le fluide et l'opérateur (piston, ailettes, ...) ou Travail indiqué, moteur, technique....

Q_e : chaleur fournie ou reçue par le fluide entre l'entrée et la sortie (syst adiabatique $Q_e=0$)

C_1, C_2 : vitesses absolues du fluide à l'entrée et à la sortie

Q_f : Chaleur ou Travail de frottement lié à la viscosité du fluide (transformation réversible $Q_f=0$)

P, T : état du fluide (Pression, température)

Remarque : travail des forces de pesanteur négligeable pour les fluides compressibles.

► Principe de conservation de masse (PCM) : $\rho_1 S_1 V_{1d} = \rho_2 S_2 V_{2d}$

► Principe fondamentale de la dynamique (Eq- D'Euler) (PFD) :

$$W_T = [\Delta(U C_u)] = \left(\frac{U_2^2 - U_1^2}{2} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2} \right)$$

► Premier principe de la thermodynamique (1^{er} P) : $W_T + Q_e = \Delta h + \frac{\Delta C^2}{2} + \underbrace{g \Delta z}_{=0}$

► Deuxième principe de la thermodynamique (2^{ème} P) : $d(Q_f + Q_e) = T dS$

► Théorème de l'énergie cinétique (eq de GIBS) (PEC) : $W_T = - \int \frac{dp}{\rho} - \int T dS + \frac{C_1^2 - C_2^2}{2}$

Or l'enthalpie h : $dh = \int \frac{dp}{\rho} + \int T dS$

3-2-Principes et Equation d'énergie pour les canaux fixes (Turbine):(Fig3-3)

-écoulement adiabatique : $Q_e=0$ et sans échange de travail technique $W_T=0$

► (1^{er} P) : $0 = \Delta h + \frac{\Delta C^2}{2} \Rightarrow h_{01} = h_{02} \text{ ou } H_1 = H_2$

$\Rightarrow$ L'enthalpie totale du fluide reste constante.

► Coefficient de ralentissement de vitesse : $\varphi = \frac{C_2}{C_{2th}}$;

Avec : C_{2th} : vitesse théorique sans pertes

► Calcul des pertes adiabatiques : $\pi_s = h_2 - h_{2s} = \frac{C_{2th}^2}{2} (1 - \varphi^2)$

Si $q_1 = h_1 - h_{2s}$: chute (charge) statique disponible $\Rightarrow \pi_s = \left(q_1 + \frac{C_1^2}{2} \right) (1 - \varphi^2)$

► Coefficient de perte de pression dans le stator : $\zeta_s = 1 - \frac{P_{02}}{P_{01}}$

3-3- Principes et Equation d'énergie dans les canaux mobile (Turbine):(Fig3-4)

-dans les canaux mobiles les transformations sont traitées comme adiabatique $Q_e=0$ mais avec échange de travail technique donc $W_T \neq 0$

► En combinant (PFD) et (1^{er} P) : $\Rightarrow h_2 + \frac{W_2^2}{2} - \frac{U_2^2}{2} = h_3 + \frac{W_3^2}{2} - \frac{U_3^2}{2} \Rightarrow h_{u2} = h_{u3} =$: Rothalpie

$\Rightarrow$ Donc la rothalpie se conserve

► Cas de turbomachine axiale : $U_1 = U_2 \Rightarrow h_2 + \frac{W_2^2}{2} = h_3 + \frac{W_3^2}{2} \Rightarrow h_{R2} = h_{R3}$: Enthalpie totale relative

$\Rightarrow$ Donc dans le cas de turbomachine axiale l'enthalpie totale relative se conserve

► Coefficient de ralentissement de vitesse : On pose : $\psi = \frac{W_3}{W_{3th}}$

avec : C_{1th} : vitesse théorique sans pertes et ψ : Coefficient de ralentissement des vitesses

► **Calcul des pertes adiabatiques** : $\pi_r = h_3 - h_{3s} = \frac{W_{3th}^2}{2} (1 - \psi^2)$

Si $q_2 = h_2 - h_{3s}$: chute statique disponible dans le mobile $\Rightarrow \pi_r = \left(q_2 + \frac{W_2^2}{2}\right) (1 - \psi^2)$

► **Coefficient de perte de pression dans le Rotor** : $\zeta_r = 1 - \frac{P_{R3}}{P_{R3s}} \quad (\zeta: \text{zêta})$

3-4- Pertes par vitesse restante : (Fig3-5)

Plusieurs cas sont à considérer :

—lors d'une récupération complète de l'énergie cinétique de sortie, le coefficient de récupération de l'énergie cinétique $m=1$.

—lors d'une perte complète de l'énergie cinétique de sortie, on a $m=0$.

—dans les cas intermédiaires, on ne perd pas complètement l'énergie cinétique $C_3^2/2$; on récupère donc $m C_3^2/2$.

$\Rightarrow$ La perte est alors : $\pi_v = (1 - m) \frac{C_3^2}{2}$

3-5-Rendement isentropique et poly tropique d'une transformation:

► **Pour une turbine**, le rendement isotherme η_{iso} , isentropique η_s et polytropique η_{pol} sont :

$$\eta_{iso} = \frac{W_{rD}}{W_{isoD}}, \quad \eta_s = \frac{W_{rD}}{W_{sD}} \quad \text{et} \quad \eta_{pol} = \frac{W_{rD}}{W_{pD}} = \frac{(k-1)/k}{(\gamma-1)/\gamma}$$

$$De \text{ sorte que la relation entre les deux rendements : } \eta_s = \frac{W_{rD}}{W_{sD}} = \frac{\left[1 - \left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\eta_{pol} \frac{(\gamma-1)}{\gamma}}\right]}{\left[1 - \left(\frac{P_{02}}{P_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}$$

► **Par contre pour un compresseur** :

$$\eta_{iso} = \frac{W_{isoC}}{W_{rC}}, \quad \eta_s = \frac{W_{sC}}{W_{rC}} \quad \text{et} \quad \eta_{pol} = \frac{W_{pC}}{W_{rC}} = \frac{\frac{\gamma-1}{\gamma}}{\frac{k-1}{k}} = \frac{(\gamma-1)/\gamma}{(k-1)/k}$$

Remarque :

► Le rendement polytropique η_{pol} considère que l'expansion ou la compression a lieu suivant une série d'étapes infinitésimales. Il s'agit donc d'une abstraction mathématique. Ce rendement est indépendant du rapport de pression entre l'entrée et la sortie.

► Quatre formes différentes de **rendements isentropiques** peuvent être identifiées:

1. **Totale à totale** : Ceci s'applique lorsque les énergies cinétiques à l'entrée et à la sortie sont importantes.
2. **Totale à statique** : lorsque l'énergie cinétique est disponible à l'entrée et à la sortie n'est pas utile ;
3. **Statique à totale** : s'applique lorsqu'il n'y a pas d'énergie cinétique à l'entrée, et en sortie est utile.
4. **Statique à statique** : s'applique lorsque les énergies cinétiques à l'entrée et à la sortie sont insignifiantes.

3-6-Définition du rendement Aérodynamique d'étage de Turbine:(Fig3-6).

Ayant négligé les pertes par frottement de disque et les pertes par fuites, nous utiliserons:

— Rendement **total à total** de l'étage: $\eta_{tt} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{03s}}$

c'est celui qui représente le mieux la qualité intrinsèque de la turbine ($m=1$).

— Rendement **total à statique** de l'étage : $\eta_{ts} = \frac{h_{01} - h_{03}}{h_{01} - h_{3ss}}$

Lorsque l'on tient compte de la perte par vitesse restante ($m=0$).

- Comme on peut trouver une relation entre les deux rendements : $\frac{1}{\eta_{tt}} = \frac{1}{\eta_{ts}} - \frac{C_3^2}{2W_T}$

3-7- Rendement Aérodynamique en fonction des pertes dans un étage de turbine :(Fig3-6).

Le rendement s'écrit : $\eta = \frac{h_{01}-h_{03}}{C_d^2/2} = \frac{U_2^2-U_3^2}{C_d^2} + \frac{C_2^2-C_3^2}{C_d^2} - \frac{W_2^2-W_3^2}{C_d^2}$

► Où $\overline{\Delta h}$: la chute d'enthalpie disponible pour l'étage : $\overline{\Delta h} = \frac{C_d^2}{2} = h_{01} - h_{3ss} - m \frac{C_3^2}{2}$

Avec : C_d Étant une vitesse fictive, représentant la chute disponible.

Si on pose : $\pi_s = h_2 - h_{2s} \approx h_{3s} - h_{3ss}$

► On peut donc écrire le rendement en fonction des pertes sous la forme :

$$\eta = 1 - \frac{\pi_s}{C_d^2/2} - \frac{\pi_r}{C_d^2/2} - \frac{\pi_v}{C_d^2/2} = 1 - \xi^2 \left[\frac{1-\phi^2}{\phi^2} \left(\frac{C_1}{U} \right)^2 + \frac{1-\psi^2}{\psi^2} \left(\frac{W_2}{U} \right)^2 + m \left(\frac{C_2}{U} \right)^2 \right] \text{ avec : } \xi = \frac{U}{C_d}$$

3-8-Définition du degré de réaction (Turbine):

On peut proposer **deux définitions du degré de réaction R** soit en utilisant :

—les **chutes statiques disponibles** : $R = \frac{q_2}{q_1+q_2}$ Avec : $q_2 = h_2 - h_{3s}$ et $q_1 = h_1 - h_{2s}$

—les **chutes statiques réelles** : $R^* = \frac{q_2^*}{q_1^*+q_2^*}$ Avec : $q_2^* = h_2 - h_3$ et $q_1^* = h_1 - h_2$

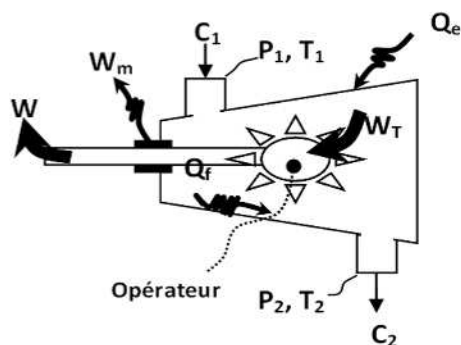


Fig-1-Détente

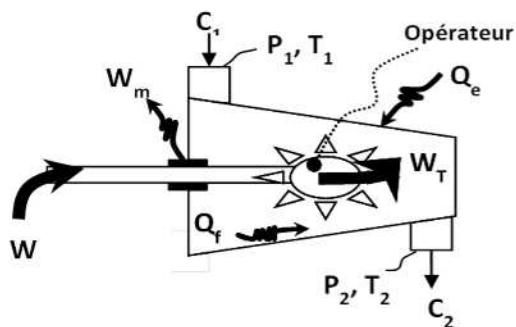


Fig-2-Compression

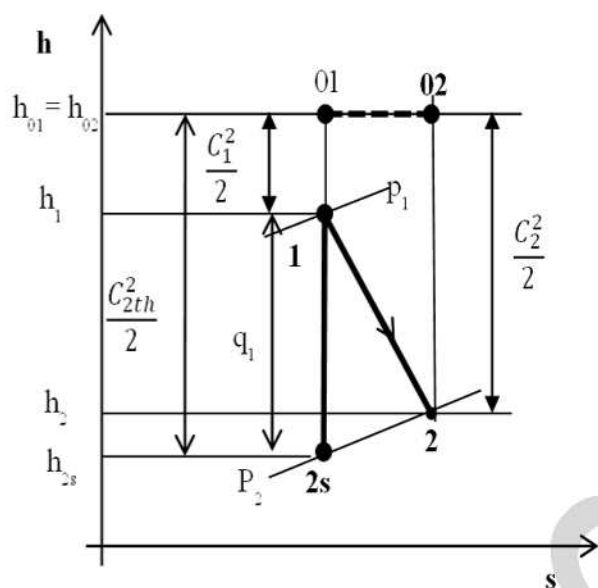


Fig-3-Diagramme enthalpique d'un Stator

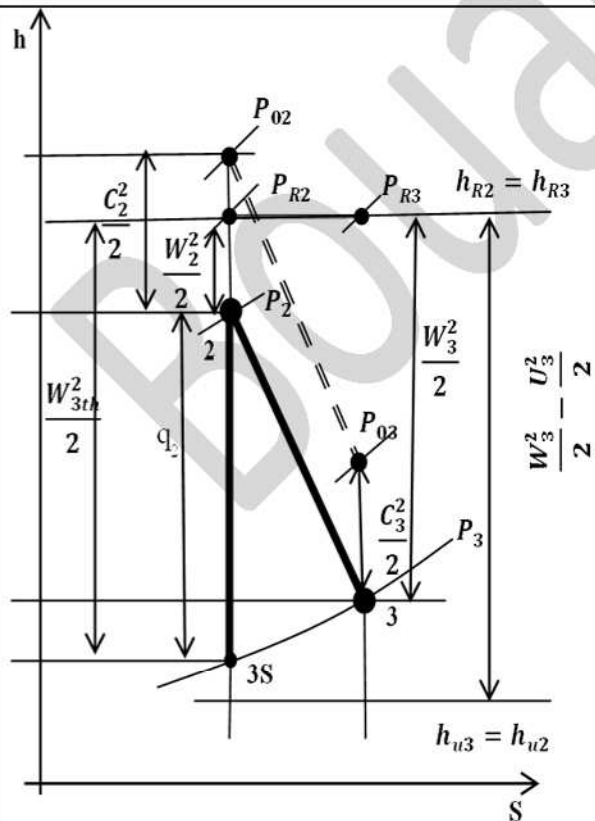


Fig-4-Diagramme enthalpique d'un Rotor

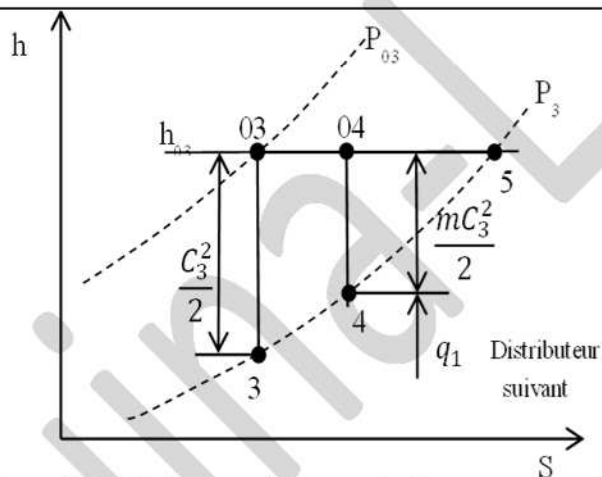


Fig-5-Pertes par vitesse restante

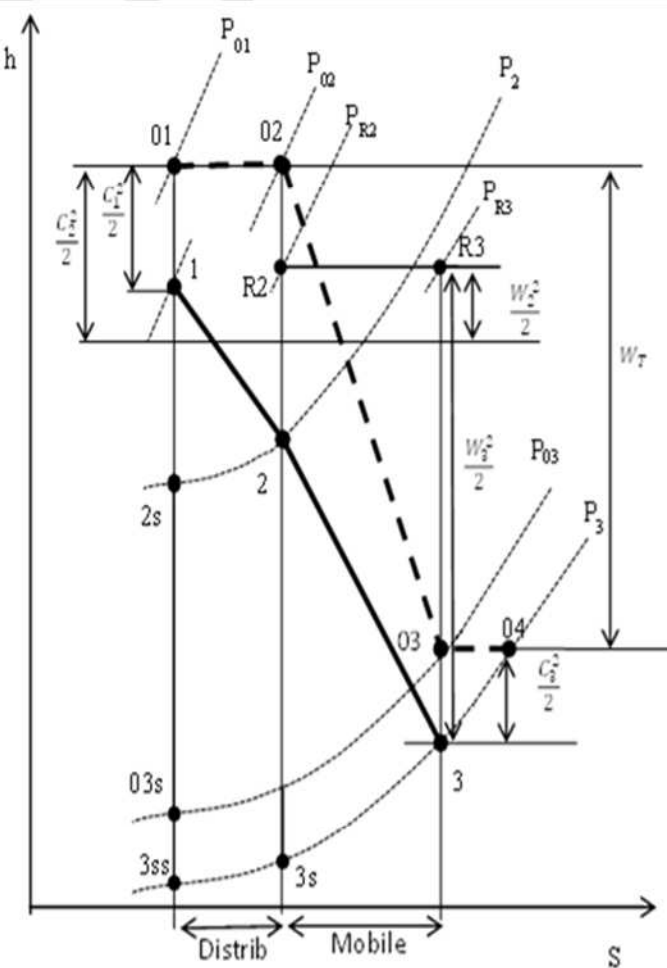


Fig-6-Diagramme enthalpique d'une Turbine Axiale