

CHAPITRE III

Principales actions de commande (Régulateur Tout-ou-Rien et PID)

3.1/ Introduction (principe général de la correction) / en série

Le contrôle par PID (pour "proportionnel, Intégral et dérivé") est une méthode de régulation qui consiste à introduire dans la chaîne directe, en amont du système $G(p)$, un dispositif supplémentaire de fonction de transfert $C(p)$, appelé "correcteur" et dont le rôle essentiel est de modifier les performances du système initial (Fig 3.1).

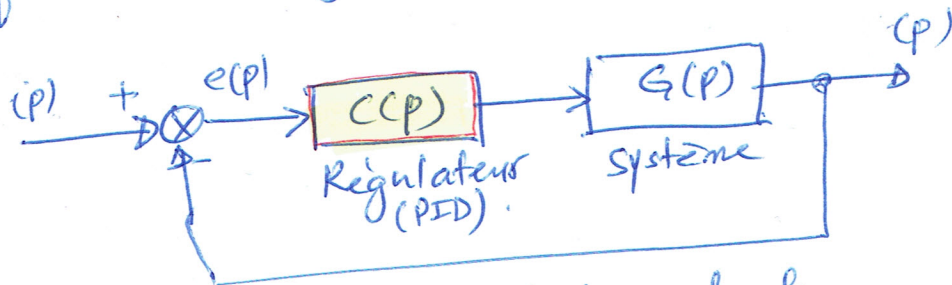


Fig 3.1 Schéma général d'une boucle de régulation corrigée.

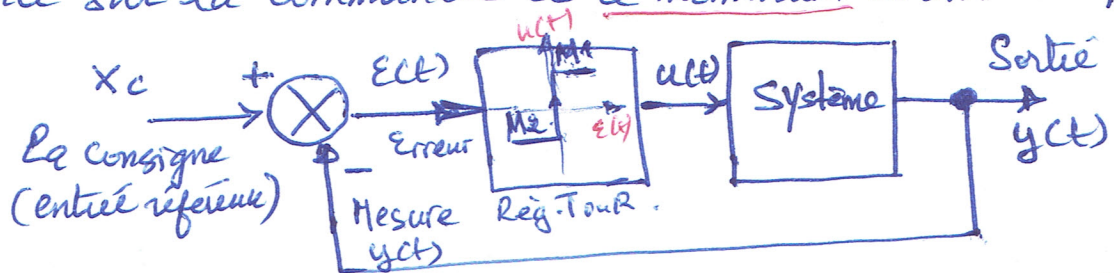
Le PID est le régulateur le plus utilisé dans l'industrie. L'idée de cet organe de contrôle est de modifier intentionnellement la valeur de l'erreur entre la consigne et la mesure effectuée. La manière dont le contrôleur (ou régulateur) produit le signal de commande est appelée "action de commande".

3.2/ Classification des contrôleurs (actions):

- ① - contrôleur à deux positions ON-OFF (Tout-ou-Rien).
- ② - Action proportionnel (P) ou contrôleur (P).
- ③ - Action Intégrateur (I)
- ④ - Action de Dérivée (D).
- ⑤ - Contrôleur PI
- ⑥ - " PD.
- ⑦ - " PID.

3.2.1/ Contrôleur Tout-ou-Rien (ON-Off)

Ce type de régulateur est le plus simple mais aussi le moins performant. Son principe est que lorsqu'on est loin du but à atteindre on envoie le maximum de puissance sur la commande et le minimum si on s'en rapproche.



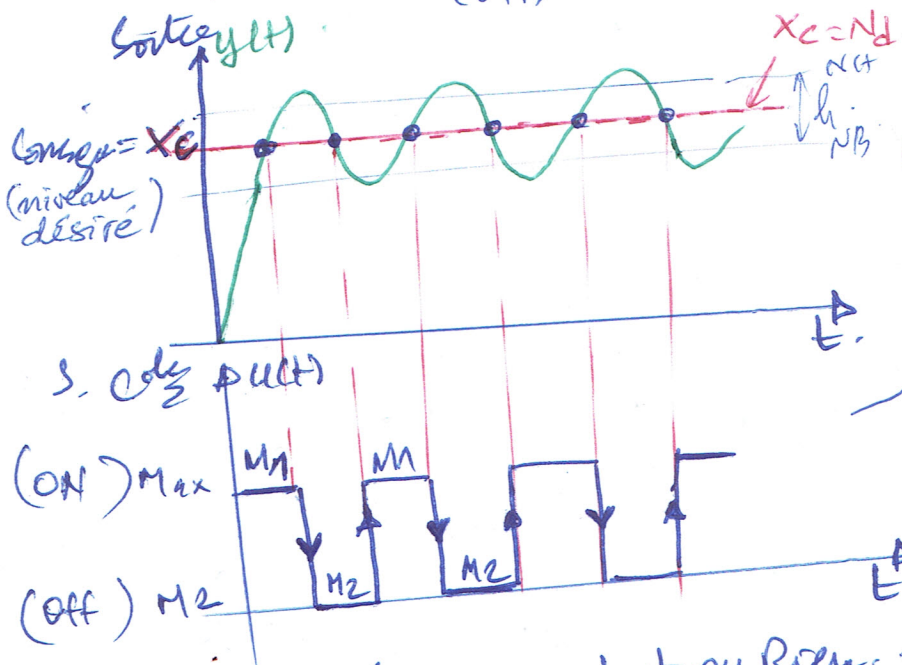
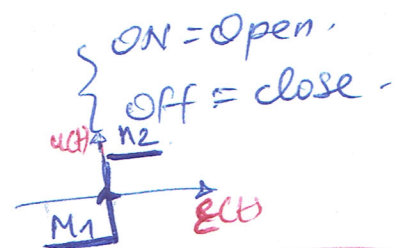
Soit $u(t)$ le signal de sortie du régulateur, et $e(t)$ est le signal d'erreur, ou $e(t) = \underbrace{x_c}_{\text{référence}} - \underbrace{y(t)}_{\text{mesure}}$.

Pour ce type du régulateur, le signal $u(t)$ prend l'une des deux valeurs (min ou max) tel que :

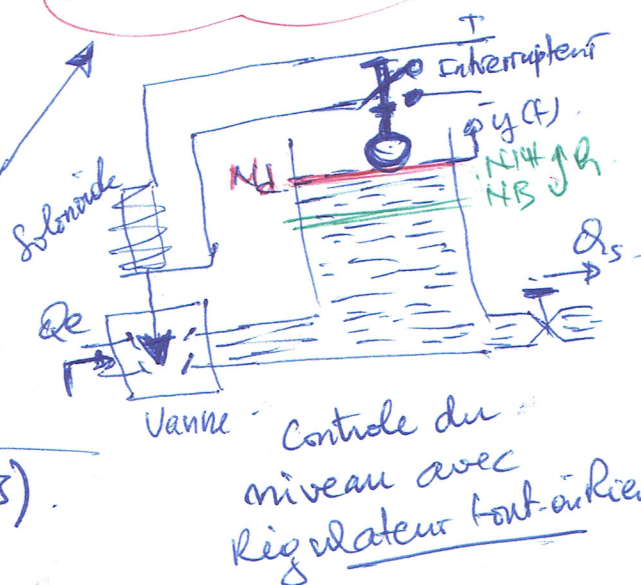
$$u(t) = \begin{cases} M_1 = \max & \text{si } e(t) > 0 \\ M_2 = \min & \text{si } e(t) < 0 \end{cases}$$

(ON) (OFF)

$\Rightarrow (y > x_c)$
 $\Rightarrow (y < x_c)$



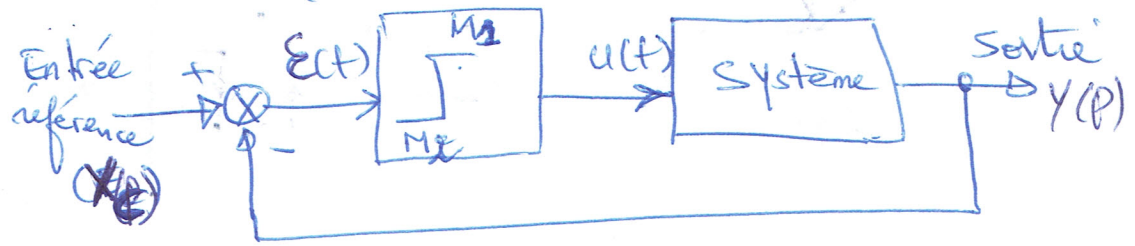
M_1 et M_2 sont des constantes (M_2 est soit 0 ou $-M_1$).



Régulateur tout ou Rien.
(sans bande de hystérésis).

Contrôle du niveau avec Régulateur tout-ou-Rien.

3.2.2 / Contrôleur ON-OFF (ou Toutou-Rien)



Soit $u(t)$ le signal de sortie du contrôleur, et $E(t)$ le signal d'erreur, où $E(t) = \text{Entrée (référence)} - \text{Sortie du système (mesure)}$.

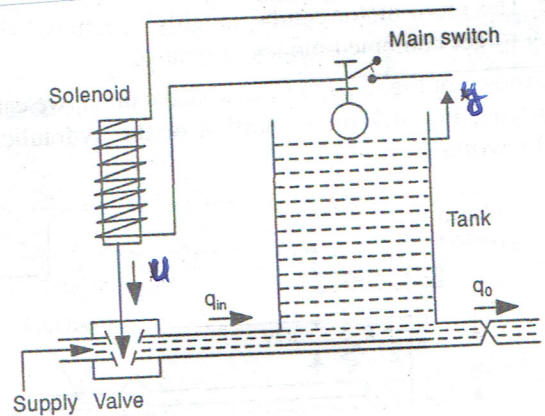
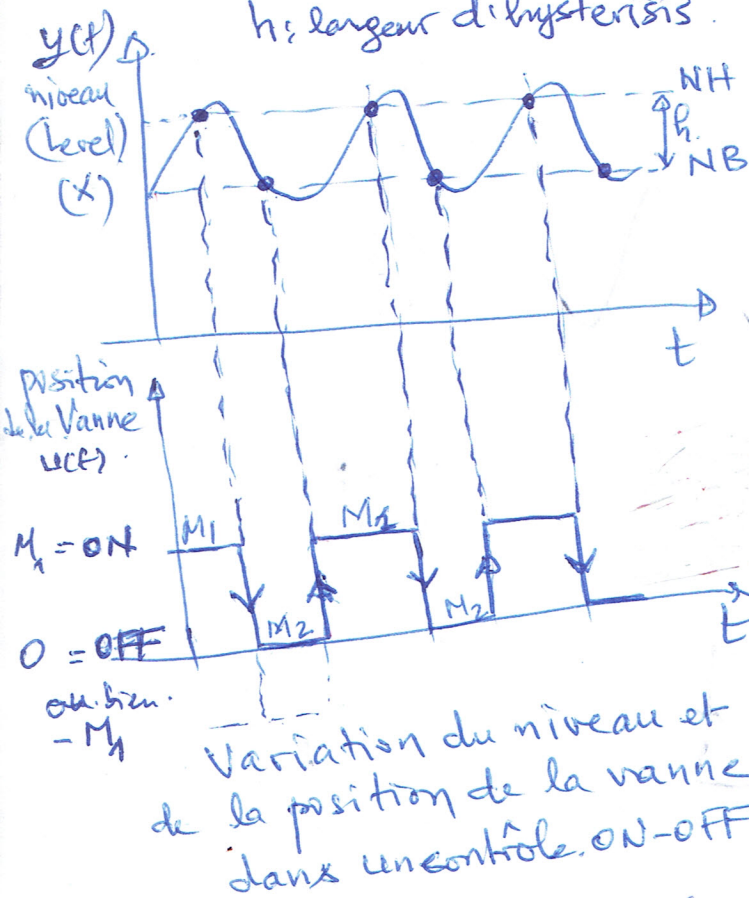
Pour ce type de contrôleur, le signal $u(t)$ prend l'une des deux valeurs (min ou max) tel que : ($M_1: \text{max}$; $M_2: \text{min}$).

$$u(t) = \begin{cases} M_1 (\text{ON}) & \text{si } E(t) > 0 \\ M_2 (\text{OFF}) & \text{si } E(t) < 0 \end{cases}$$

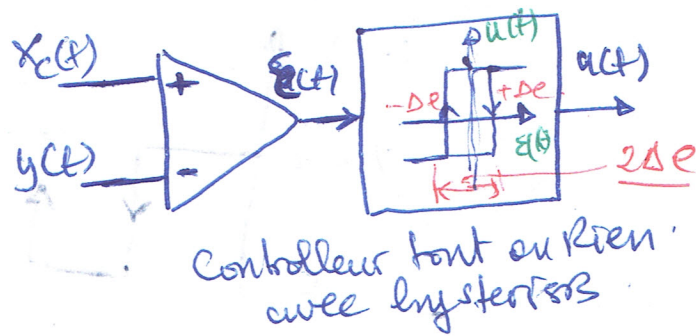
$\begin{cases} \text{ON} : \text{open} \\ \text{OFF} : \text{close} \end{cases}$

M_1 et M_2 sont des constantes (M_2 est soit 0 ou $-M_1$).

h : largeur d'hystérésis.



Contrôle du niveau avec régulation (ON-OFF)

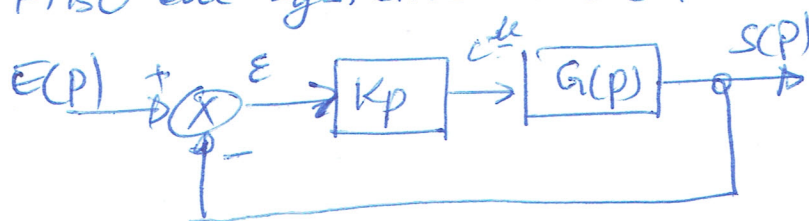


3.1 / Actions correctives élémentaires : (P, I, D)

Il y a 03 actions correctives élémentaires qui permettent individuellement de corriger telle ou telle performance. Lorsque le cahier de charge est trop exigeant, on envisage de combiner ces 3tes actions au sein d'un correcteur plus complexe (PI, PD, PID).

Correction à action proportionnelle (P)

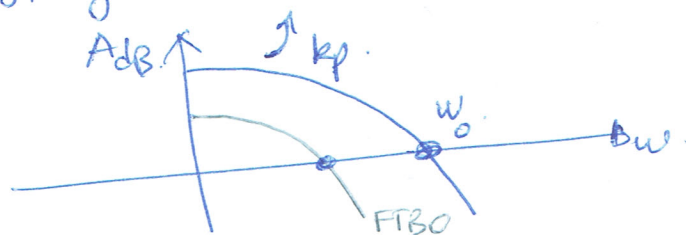
L'action proportionnelle consiste à modifier le gain de la FTBO du système bouclé.



$$C(p) = K_p \cdot \varepsilon$$

Impact (de la variation) de K_p sur la rapidité et la précision

- La rapidité sera d'autant plus grande que la BP du système asservi est grande.



- pour diminuer l'écart statique, il faut augmenter le gain de la FTBO.

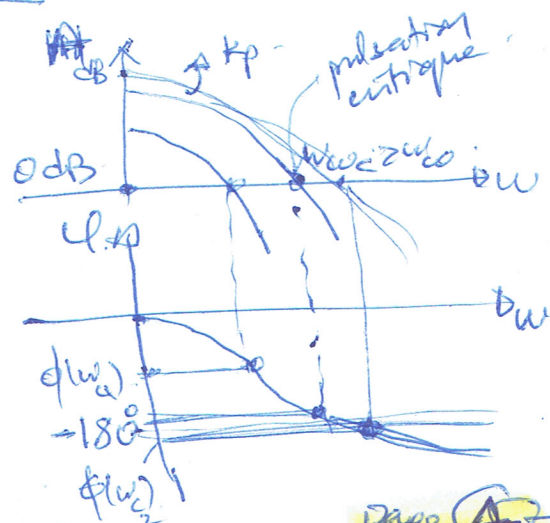
• FTBO de classe 0 $\rightarrow \varepsilon_{st} = \frac{1}{1+K_{BO}}$

• FTBO de classe 1 $\rightarrow \varepsilon_{st} = 0 ; \varepsilon_v = \frac{1}{K_{BO}}$

Ce type d'action est intéressant pour améliorer la rapidité et la précision mais -

Impact sur la stabilité.

Une $\uparrow$ de gain de la FTBO, augmente la pulsation ω_{co} qui peut être supérieure à la pulsation critique. Dans ce cas le système est instable.

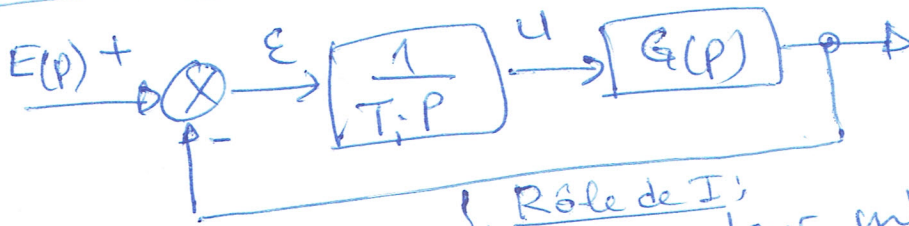


Finalement on retiendra.

		Rapacité	précision	stabilité
Action proportionnelle	K_p	+	+	-

c.à.d. Rapidité et précision augmente au détriment de la stabilité, la marge de phase diminue $\Rightarrow$ (ou $\downarrow$).

3.2/ Correction à action Intégrale (I)



$$C(p) = \frac{1}{T_i p}$$

T_i : cte du temps

$\Rightarrow$ Rôle de I :
le correcteur intégral a pour but est d'augmenter le type (ou classe) de la FTBO.

- Impact sur la précision: Nous avons vu que la précision dépend de la classe de la FTBO $\epsilon_s = 0$ pour $\alpha = 1$.
- Une intégration placée en amont d'une perturbation indicielle permet son rejet.
- Impact sur la stabilité: Le correcteur introduit un déphasage de -90° , ce qui peut dégrader sérieusement la marge de phase, voire rendre le système instable.

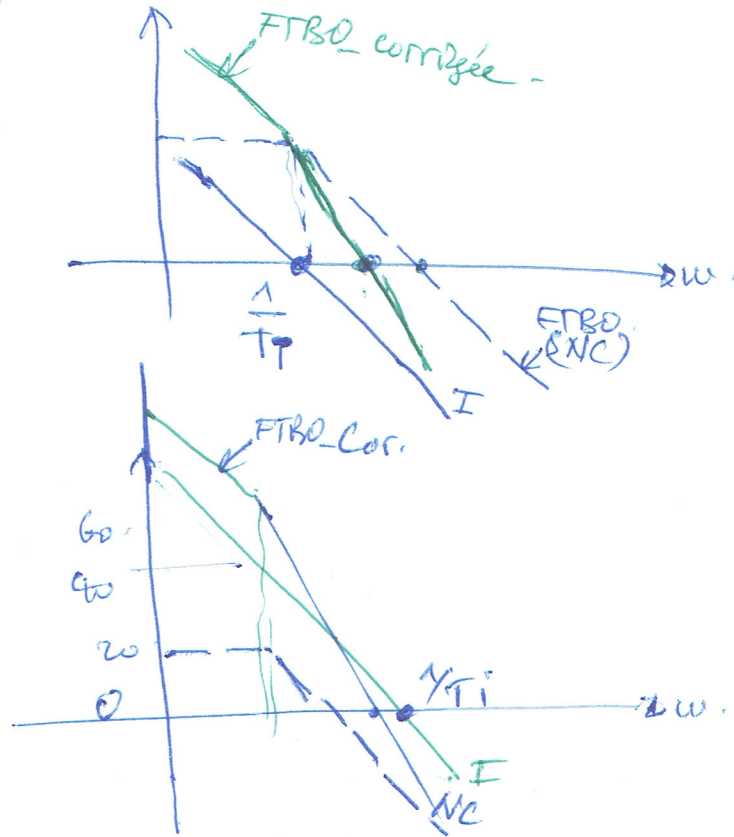
Impact sur la rapidité

Si $\frac{1}{T_i} < \omega_{\text{OdB-FTBO non cor}}$

⇒ le système est moins rapide BP↓.

Si $\frac{1}{T_i} > \omega_{\text{OdB-FTBO non cor}}$

⇒ le système est plus rapide, BP↑.

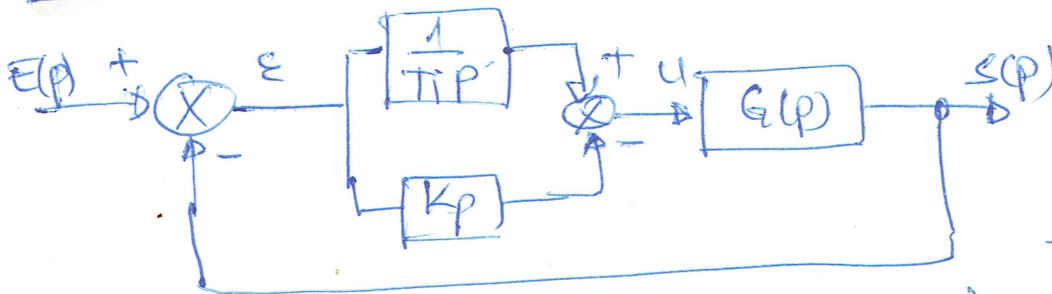


Ensemble

	Rapidité	précision	stabilité
Action Intégrale	$+ \text{ si } \frac{1}{T_i} > \omega_{\text{OdB-FTBO}}$ $= \text{ si } \frac{1}{T_i} < \omega_{\text{OdB-FTBO}}$	$+$ augmentation de la classe FTBO	$-$ diminution de la marge de phase.

L'action de ce correcteur peut être associée à une action proportionnelle.

3.3/ Correction à action proportionnelle et intégrale (PI)



$$C(p) = \underbrace{K_p}_{\text{action P}} + \underbrace{\frac{1}{T_i p}}_{\text{action I}} = K_p \left(1 + \frac{1}{K_p T_i p} \right) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$$

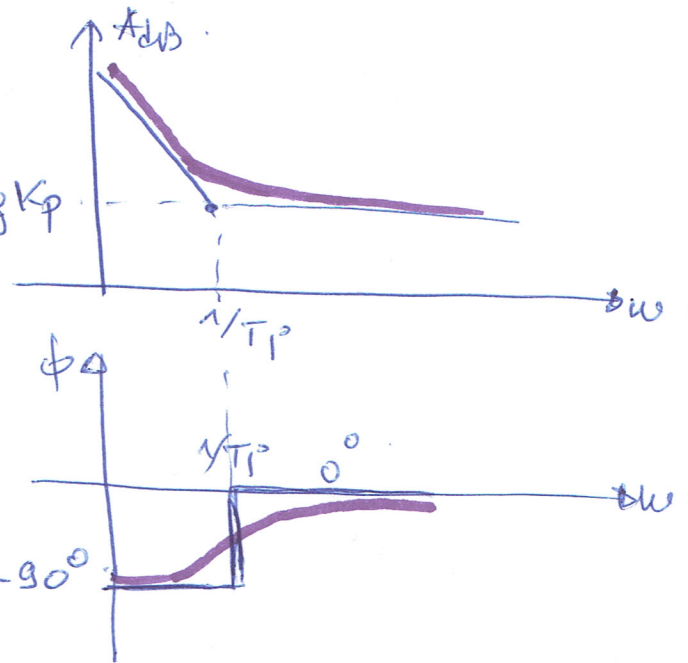
$$= K_p \frac{1 + T_i p}{T_i p}$$

Page 6

Le correcteur (PI) → suite.

$$C(p) = K_p \left(\frac{1 + T_i p}{T_i p} \right)$$

⇒ Par rapport au correcteur (I),
le déphasage introduit $20 \log K_p$
par ce correcteur (PI) tend
vers 0° pour les pulsations
supérieures à $\frac{1}{T_i}$



⇒ intéressant en matière
de stabilité.

Impact sur la stabilité:

- Si la cte du temps du correcteur (T_i) est correctement dimensionnée, le risque de dégradation de la marge de phase est faible.
- Toutefois une augmentation du gain K_p peut diminuer la marge de phase. ($K_p > 1$)

Impact sur la rapidité et la précision.

- On retrouve l'intérêt d'une correction intégrale sur la précision (car elle $\rightarrow$ la classe du système).
- Une intégration en amont d'une perturbation indicielle permet son rejet.
- Une augmentation du gain K_p rend le système plus rapide.

Finalement

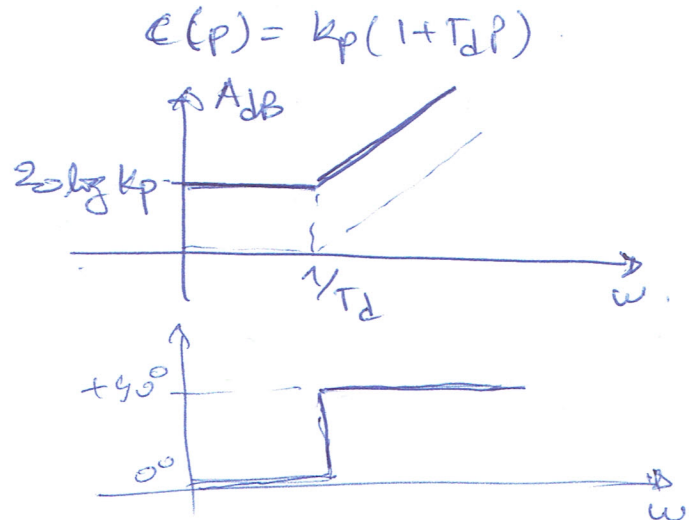
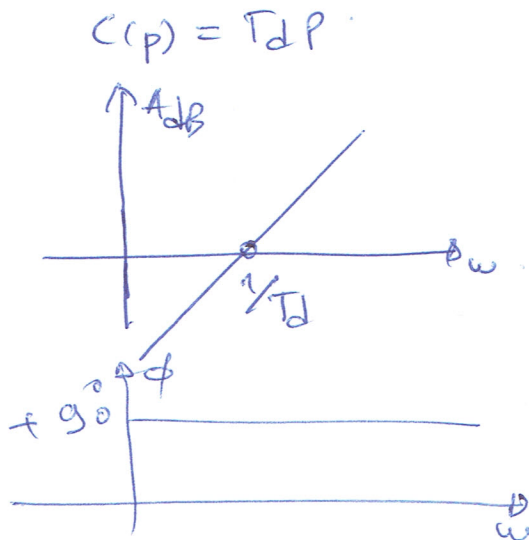
	Rapidité	précision	stabilité
Action PI	+	+	nécessite un bon dimensionnement de T_i
	si augmentation de K_p	augmentation de la classe FTBO	

3.4/ L'action dérivée (D)

Correcteur dérivé : $C(p) = T_d P$

Correcteur Proportionnel-dérivé : $C(p) = K_p(1 + T_d P)$

⇒ Ces correcteurs amplifient considérablement les bruits rendant le signal de commande inexploitable.



Dans la pratique l'action dérivée, dont l'objectif est "d'ajouter" de la phase, se fera au moyen d'un correcteur à avance de phase.

$$C(p) = K_p \frac{1 + T_d P}{1 + b T_d P}$$

avec $b < 1$

ou.

$$C(p) = K_p \frac{1 + a T_d P}{1 + T_d P}$$

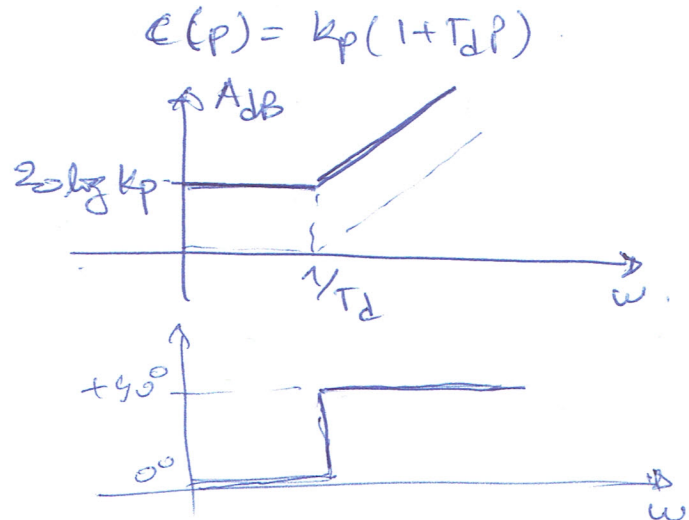
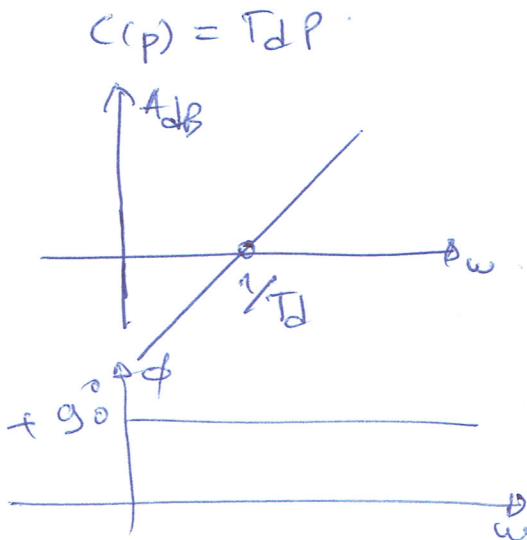
avec $a > 1$

3.4/ L'action dérivée (D)

Correcteur dérivé : $C(p) = T_d P$

(D)
Correcteur Proportionnel-dérivé : $C(p) = K_p(1 + T_d P)$
(PD)

⇒ Ces correcteurs amplifient considérablement les bruits rendant le signal de commande inexploitable.



Dans la pratique l'action dérivée, dont l'objectif est "d'ajouter" de la phase, se fera au moyen d'un correcteur à avance de phase.

$$C(p) = K_p \frac{1 + T_d P}{1 + b T_d P}$$

avec $b < 1$

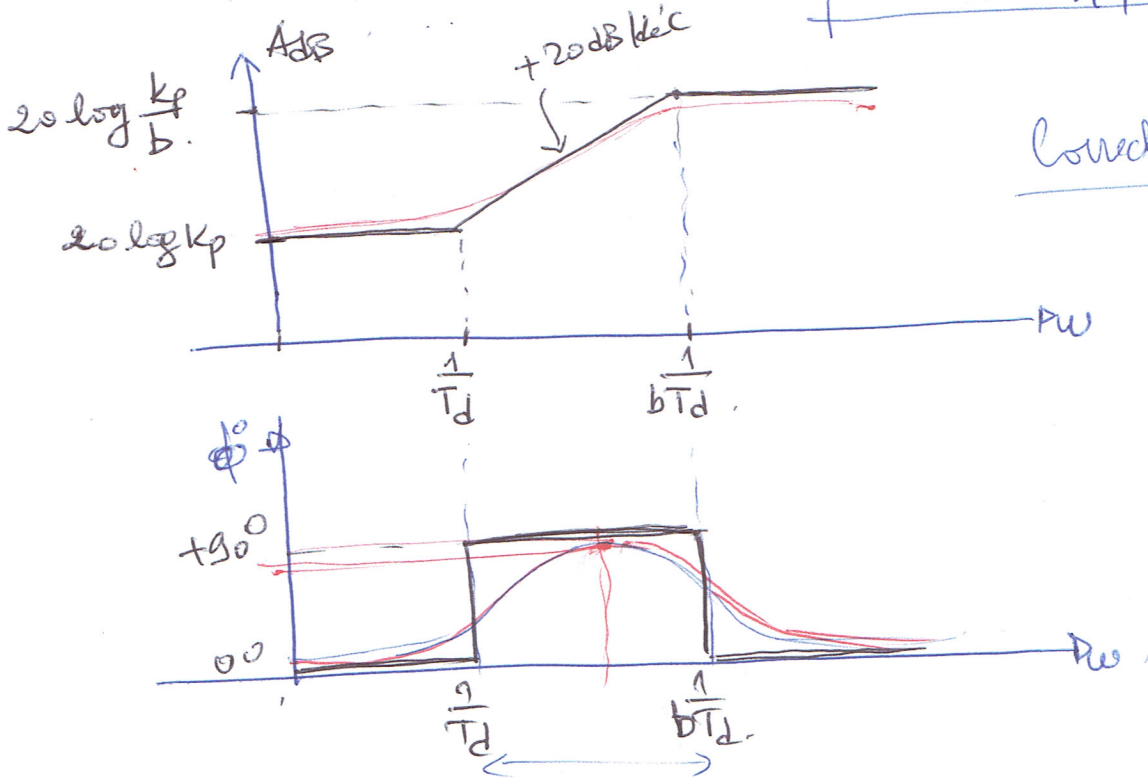
ou.

$$C(p) = K_p \frac{1 + a T_d P}{1 + T_d P}$$

avec $a > 1$

Diagramme de Bode.

$$C(p) = K_p \frac{1 + T_d p}{1 + b T_d p} ; b < 1$$



Correcteur avance de phase

⇒ L'action Dérivée se fait sur une certaine bande entre $\frac{1}{T_d}$ et $\frac{1}{bT_d}$.

o Impact sur la stabilité :

Ce correcteur permet d'augmenter la marge de phase en introduisant une avance de phase de 90° .

o Impact sur la rapidité :

La marge de phase étant augmentée, il est possible alors d'augmenter le gain K_p pour une plus grande rapidité.

o Impact sur la précision :

Une augmentation du gain K_p permet de gagner en précision. Toutefois la classe de la FTBO n'est pas augmentée.

5- RÉGLAGE D'UN CORRECTEUR PROPORTIONNEL-INTEGRAL

Diagramme de Bode

Soit un correcteur de type proportionnel-intégral.

La fonction de transfert de ce correcteur est

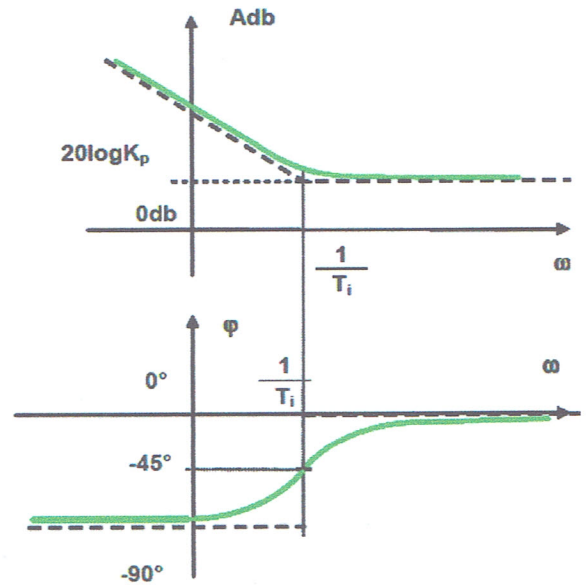
$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right).$$

Elle peut encore se mettre sous la forme suivante :

$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) = \frac{K_p}{T_i} \frac{1}{p} (1 + T_i p).$$

L'allure du diagramme de Bode d'un tel correcteur est donnée ci-contre.

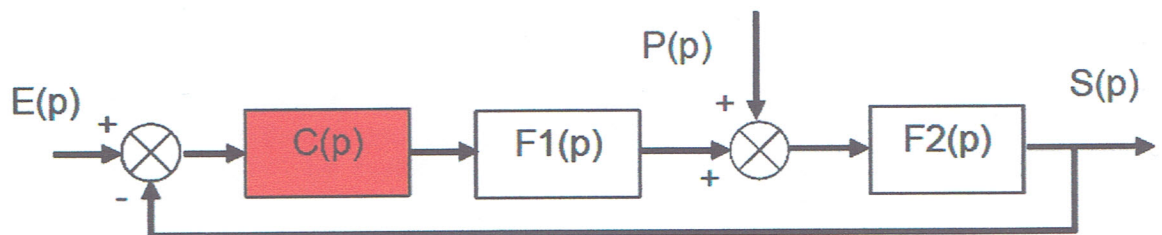
Une modification de la valeur de T_i se traduit par une translation horizontale des courbes de gain et de phase, ainsi qu'une translation verticale pour la courbe de gain. Une modification de K_p entraîne une translation verticale de la courbe de gain.



Exemple de réglage

On considère un système perturbé dont la

FTBO est de la forme $H_{BONC}(p) = \frac{K_{BONC}}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$.



L'intégration placée après la perturbation ne permet pas d'obtenir un système précis. On décide donc d'utiliser un correcteur

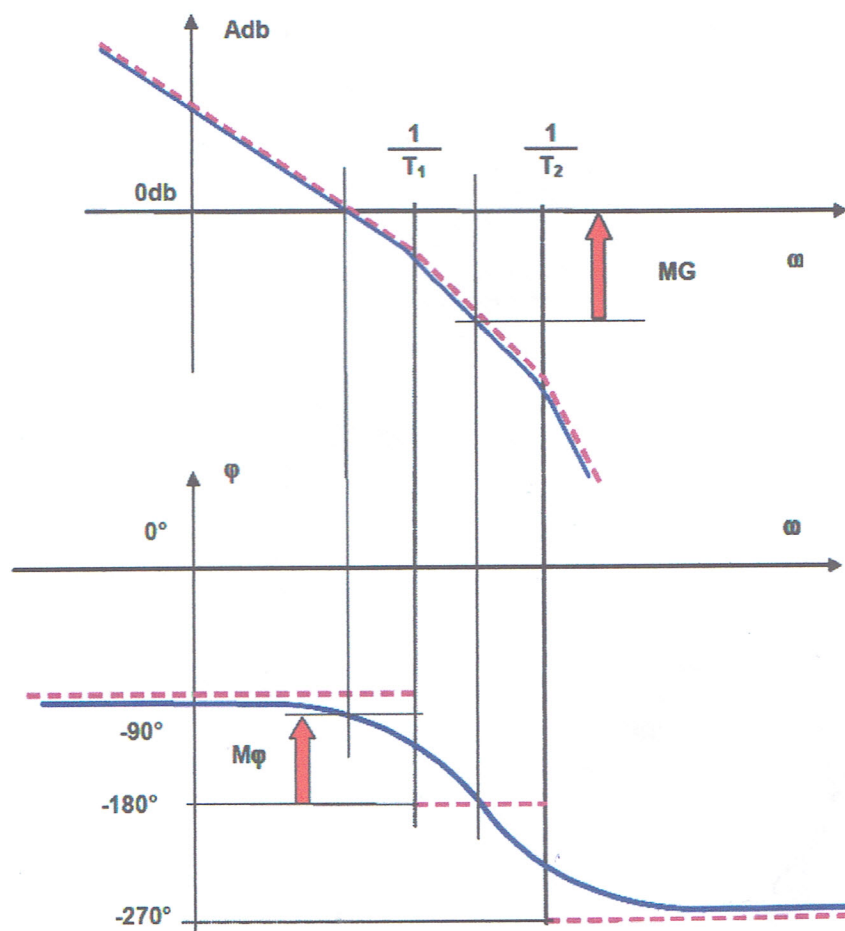
$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) = \frac{K_p}{T_i} \frac{1}{p} (1 + T_i p).$$

Le diagramme du Bode de la FTBO non corrigée est le suivant.

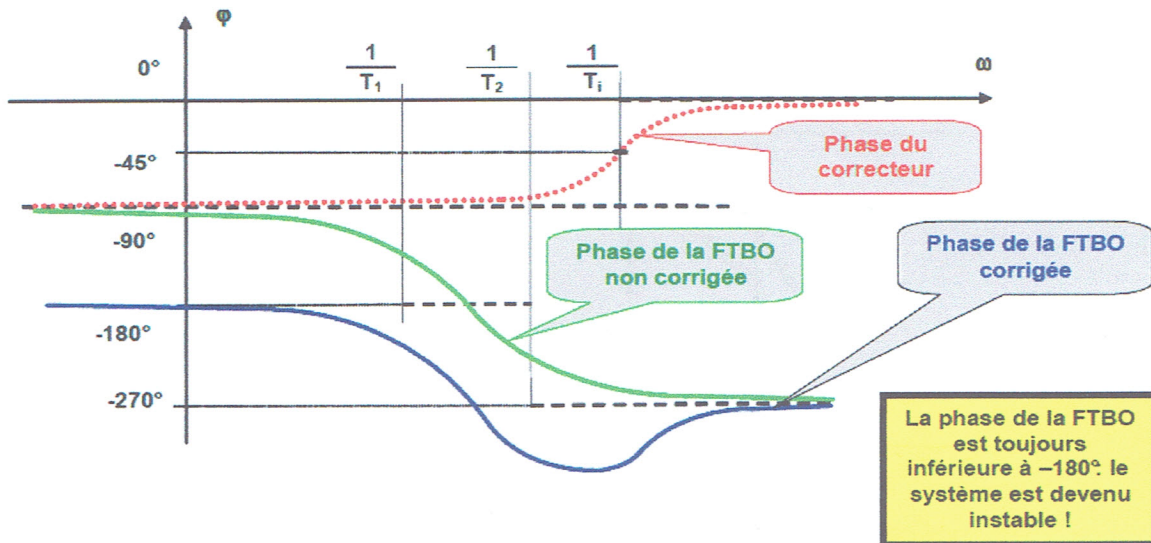
Dans l'exemple présent, le système est stable avant correction.

Les marges de phase et de gain sont suffisantes.

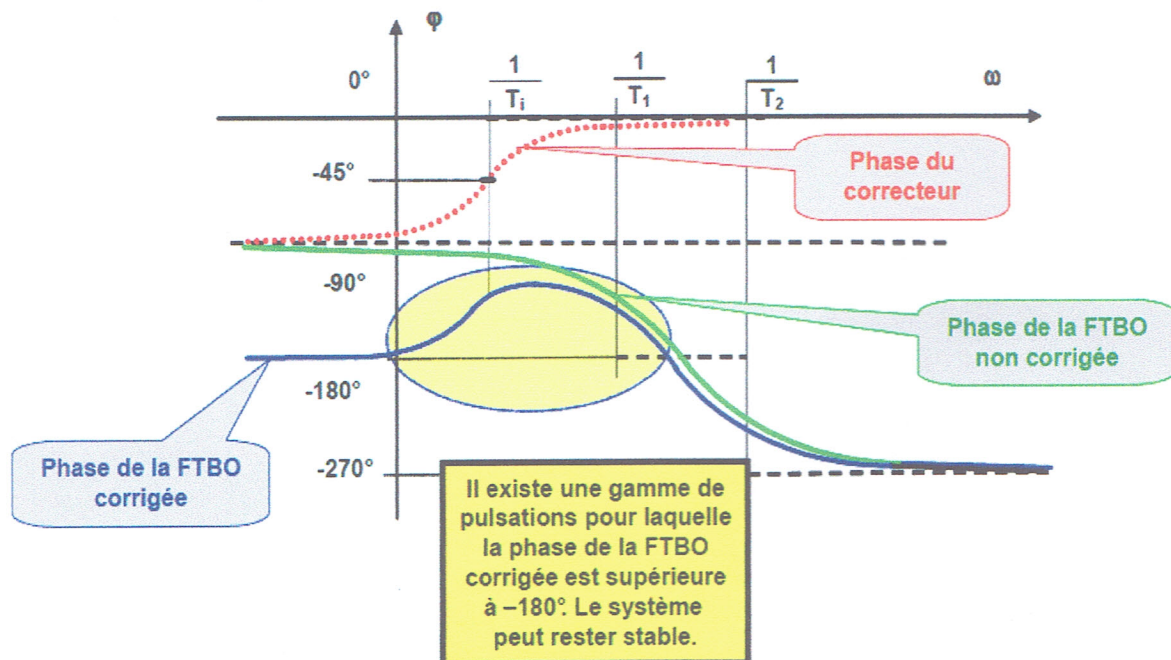
Mais le choix des variables du correcteur peut rendre le système instable. En effet, dans les basses pulsations, le correcteur apporte un déphasage supplémentaire de -90° .



Mauvais choix de la constante T_i : Si la constante de temps T_i est trop faible (et donc $1/T_i$ trop grande), alors la phase de la FTBO corrigée sera toujours inférieure à -180° . Le système sera alors devenu instable.



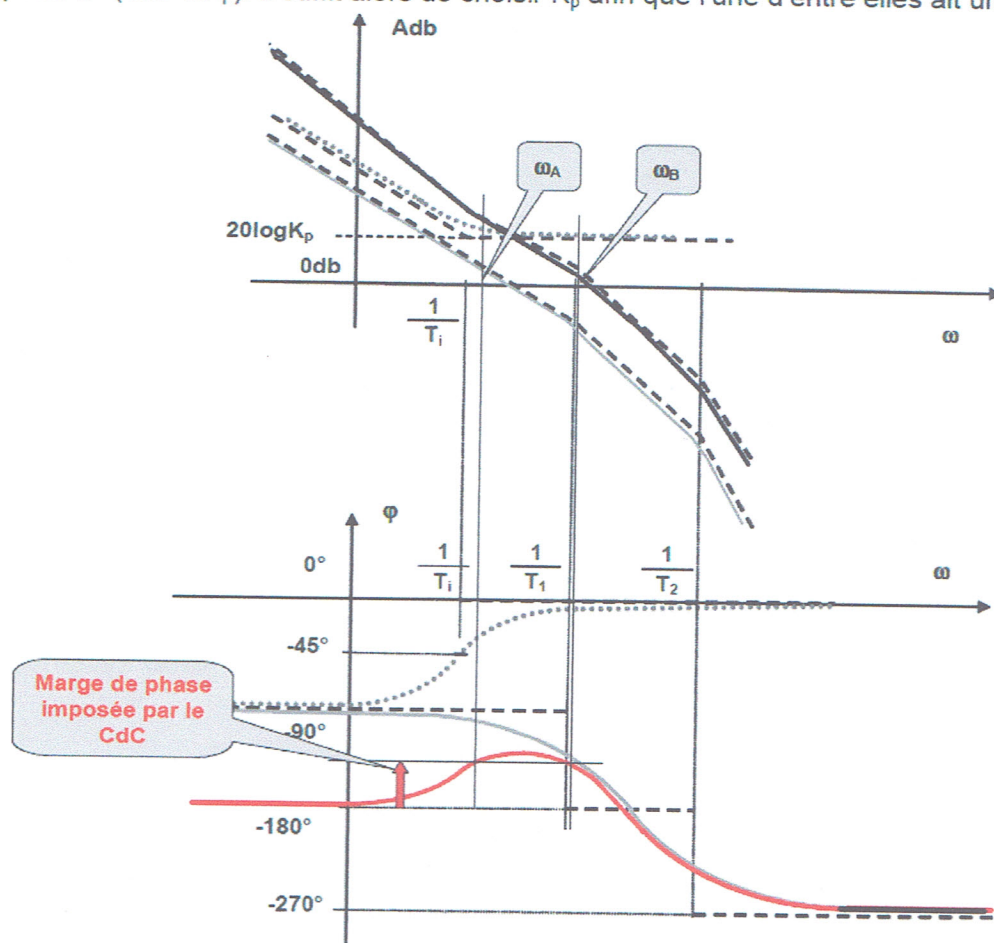
Choix pertinent de la constante T_i : Si la constante de temps T_i est plus grande que les deux constantes T_1 et T_2 , alors on préserve pour la phase de la FTBO corrigée une gamme de pulsations où elle sera supérieure à -180° . Le système pourra alors rester stable si par ailleurs on choisit convenablement la valeur de K_p .



Le choix de T_i donnera une gamme plus ou moins importante de pulsations où la phase sera supérieure à -180° . Plus T_i sera grande par rapport à la constante de temps T_1 , dite « dominante », plus la gamme sera étendue, mais aussi, plus l'extremum de phase sera éloigné de -180° . C'est la marge de phase imposée par le cahier des charges du système qui permettra le choix le plus adéquat.

Choix de la valeur de K_p .

La valeur de T_i étant choisie, on peut avoir deux pulsations ω_A et ω_B pour lesquelles la phase correspond à $-(180^\circ - M\phi)$. Il suffit alors de choisir K_p afin que l'une d'entre elles ait un gain nul.

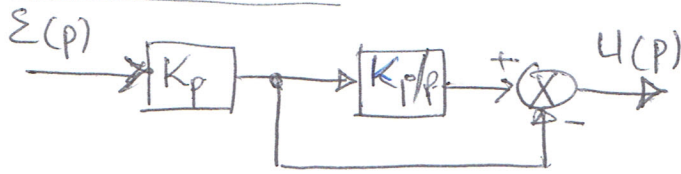


	Stabilité	Rapidité	Précision
Correction à avance de phase	+ en augmentant la marge de phase	+ en augmentant le gain K_p.	+ en augmentant le gain K_p.

Structures des Régulateurs - PID - de Base

① Régulateur PI

a) Structure série

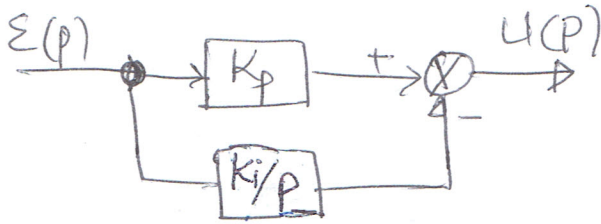


$$U(p) = K_p \left(1 + \frac{K_i}{p} \right) \cdot E(p)$$

$$= K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) \cdot E(p) \quad \text{ou} \quad \frac{1}{T_i} = K_i$$

$$\Rightarrow \frac{U(p)}{E(p)} = \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) K_p$$

b) Structure parallèle

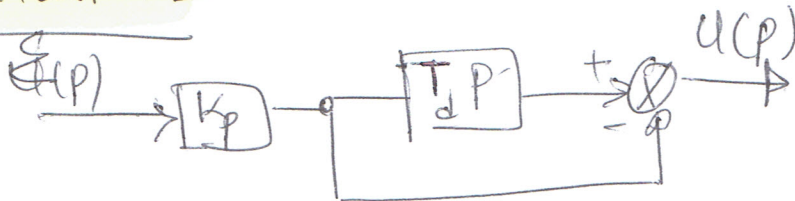


$$U(p) = E(p) \left(K_p + \frac{K_i}{p} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{U(p)}{E(p)} = K_p + \frac{1}{T_i p}$$

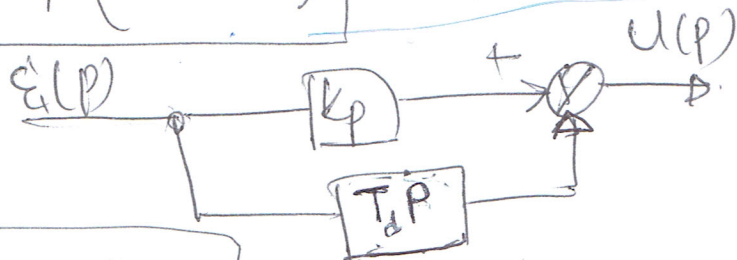
② Régulateur PD

a) série



$$\frac{U(p)}{E(p)} = K_p (1 + T_d p) = K_p + K_p T_d p = K_p + K_d p$$

b) en (//)



$$\frac{U(p)}{E(p)} = K_p + T_d p$$

$$\text{ou} \quad K_d = K_p T_d$$

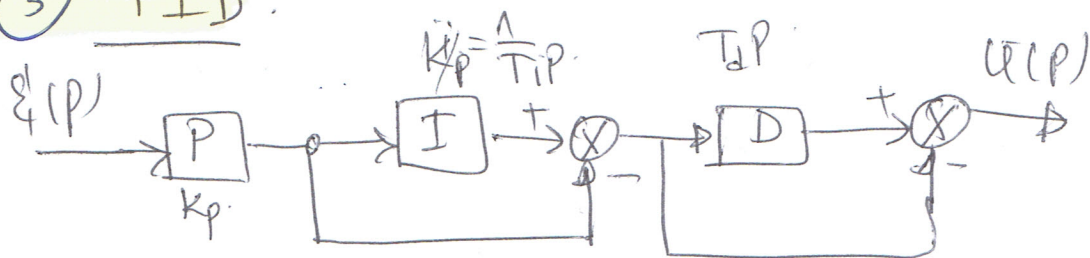
$$T_d = \frac{K_d}{K_p}$$

cte de dérivation

K_p : gain proportionnel

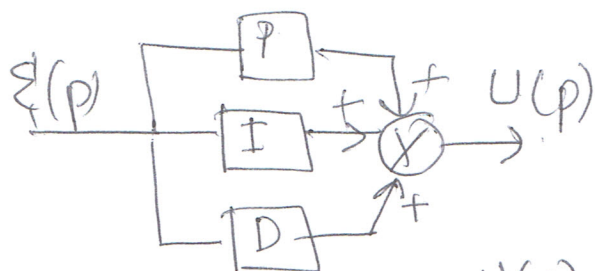
K_d : gain dérivée

③ PID



a) Série

$$\frac{U(p)}{E(p)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) (1 + T_d p)$$



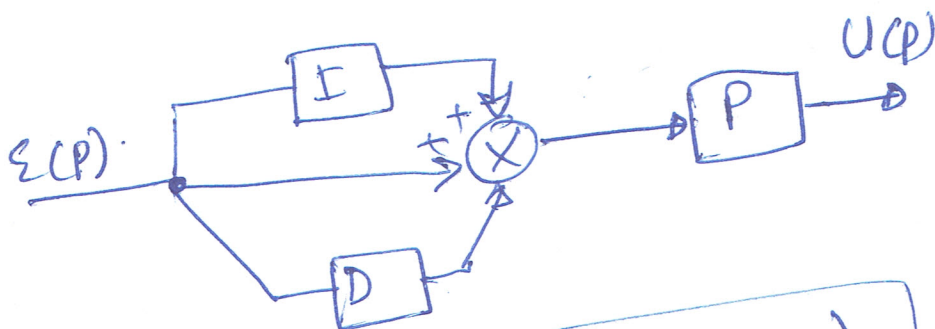
$$u(t) = K_p \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}$$

$$\frac{U(p)}{E(p)} = K_p + \frac{1}{T_i p} + T_d p =$$

b) parallèle

c(p)

c) mixte



$$C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right)$$

$$u(t) = \left(\frac{K_p}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt + \varepsilon(t) \cdot K_p + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \cdot K_p \right) \cdot K_p$$