

Chapitre 4 **FATIGUE DES MATERIAUX**

I INTRODUCTION

La fatigue est la modification des propriétés des matériaux consécutive à l'application de sollicitations cycliques. Elle produit en général des défaillances des structures qui conduisent à la fissuration et à la ruine des matériaux. Les composants mécaniques tels que par exemple les vilebrequins, les bielles, les pignons pour l'industrie automobile ou encore les trains d'atterrissage, les aubes de turbines et de compresseurs pour l'industrie aéronautique, se détériorent souvent par fatigue.

Cet endommagement peut se présenter sous différents types de sollicitation, le plus simple étant la rupture induite par une sollicitation externe alternée. Si les contraintes résiduelles existent dans le matériau, elles se superposent aux contraintes externes. Ces sollicitations peuvent également être combinées avec d'autres modes de ruine comme le fluage engendré par des températures élevées. Le fait de solliciter le matériau dans un milieu corrosif ou fragilisant accélère l'endommagement par fatigue ; on parle alors de fatigue corrosion ou de fatigue assistée par l'environnement. On peut également citer les cas de fatigue de contact de roulement comme pour les rails et roues des systèmes ferroviaires.

Il importe donc que l'endommagement par fatigue, associé à plus de 50% des cas de défaillances des systèmes mécaniques, soit pris en compte dans la conception des structures. Les sollicitations imposées doivent être convenablement évaluées. Avec les moyens de calcul actuels, il est possible d'en donner une estimation raisonnable même dans des structures complexes.

Dans le présent chapitre, les propriétés de résistance à la fatigue des matériaux sont décrites en termes de limite de fatigue et limite d'endurance, de différents diagrammes de fatigue, de courbes de propagation des fissures. Cette description concerne les structures entaillées ou non, sollicitées avec des chargements d'amplitude constante. Les chargements subis par les structures en service sont rarement d'amplitude constante. Les spectres de chargement variable sont abordés en fin de chapitre ainsi que les effets de dispersion des résultats inhérents au phénomène de fatigue.

II DEFINITIONS DES COURBES DE FATIGUE ET DE L'ENDOMMAGEMENT

II.1 Cycle de contrainte

Un cycle de contrainte est caractérisé par une amplitude de contrainte $\Delta\sigma$ et par une contrainte moyenne σ_m (figure 1). On utilise souvent pour décrire les résultats de fatigue l'amplitude de contrainte et le rapport, noté R , de la contrainte minimale sur la contrainte maximale :

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} < 1$$

$$\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \sigma_{\max} (1 - R)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{\Delta\sigma}{1 - R}, \quad \sigma_{\min} = \frac{R\Delta\sigma}{1 - R}$$

$$\sigma_{\text{moy}} = \frac{1 + R}{2(1 - R)} \Delta\sigma$$

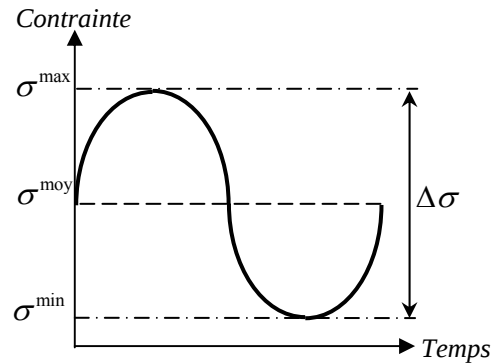


Figure 1. Caractéristiques d'un cycle de contrainte

Les courbes de fatigue sont souvent présentées en fonction de la demi amplitude de contrainte, ou contrainte alternée σ_a :

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{1}{2}(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})$$

II.2 Courbes d'endurance

L'essai de fatigue le plus simple consiste à soumettre un lot d'éprouvettes non entaillées, à des cycles d'efforts périodiques, d'amplitude et de fréquence fixées, et à noter le nombre de cycles à rupture N_R pour chaque éprouvette. On obtient alors une courbe en échelle semi-logarithmique qui a l'allure représentée sur la figure 2.

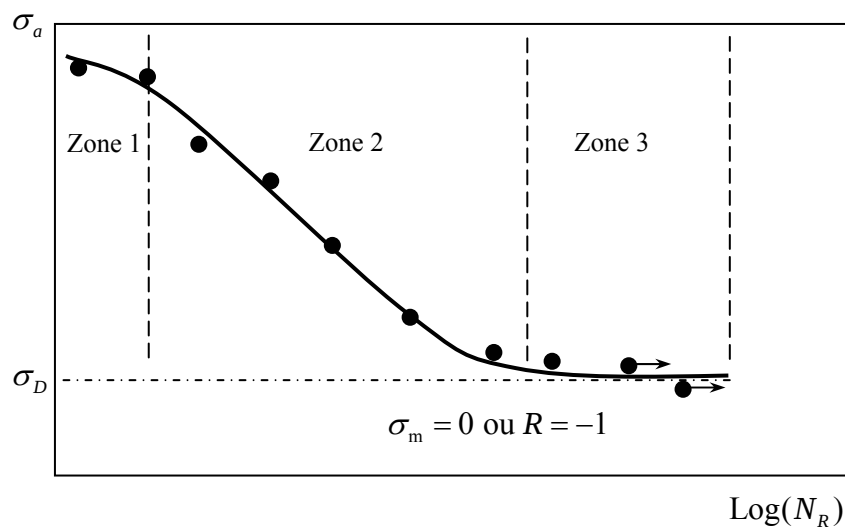


Figure 2. Courbe d'endurance ou de Wöhler

On peut distinguer sur cette courbe, connue sous les noms de *courbe d'endurance*, de *Wöhler* ou encore *courbe S-N* (Stress - Number of cycles), trois domaines :

- une zone à faible nombre de cycles ou zone de fatigue oligocyclique (zone 1), sous forte contrainte, où la rupture qui intervient après un faible nombre de cycles, est précédée d'une déformation plastique significative ;
- une zone de fatigue ou d'endurance limitée (zone 2), où la rupture est atteinte après un nombre de cycles plus important, nombre qui croît lorsque la contrainte décroît ;
- une zone d'endurance illimitée ou zone de sécurité (zone 3), sous faible contrainte, pour laquelle la rupture ne se produit pas avant un nombre donné de cycles généralement supérieur à 10^6 cycles pour les aciers et 10^7 cycles pour les alliages légers.

i. *Zone d'endurance illimitée*

Dans de nombreux cas, on peut tracer une branche asymptotique à la courbe d'endurance (zone 3 de la figure 2). Cette asymptote donne la *limite de fatigue* ou *limite d'endurance* à $N_R \geq 10^7$ cycles, notée σ_D pour des essais à $\sigma_m = 0$ ou $R = -1$. Cependant, dans certains cas, il ne semble pas qu'il y ait d'asymptote horizontale : c'est par exemple ce qui se produit lorsqu'il y a simultanément *fatigue* et *corrosion*.

La limite de fatigue σ_D peut être définie comme l'amplitude de contrainte en dessous de laquelle une microfissure créée par fatigue dans un matériau, n'arrive plus à passer une barrière métallurgique telle un joint de grain par exemple.

ii. *Zone d'endurance limitée*

C'est le domaine (zone 2 de la figure 2) de la fatigue habituellement considéré, où la rupture apparaît après un nombre limité de cycles (compris entre 10^4 et 10^7), sans être accompagnée d'une déformation plastique d'ensemble mesurable. Le nombre de cycles à rupture N_R croît quand l'amplitude de la contrainte cyclique σ_a décroît. Parmi les nombreuses expressions empiriques proposées pour relier N_R à σ_a pour des contraintes $\sigma_a > \sigma_D$, on peut citer celle de Weibull :

$$N_R \cdot (\sigma_a - \sigma_D)^n = A$$

ou celle de Basquin :

$$N_R = \frac{A}{\sigma_a^n}$$

ou encore celle de Bastenaire :

$$N_R + B = A \frac{e^{-C(\sigma_a - \sigma_D)}}{\sigma_a - \sigma_D}$$

Les constantes n , A , B et C sont caractéristiques de l'alliage métallique et des conditions d'essais.

iii. *Domaine de fatigue oligocyclique*

Il est généralement admis que ce domaine (zone 1 de la figure 2) correspond à des contraintes élevées supérieures à la limite d'élasticité du matériau. Le nombre de cycles à rupture s'étend d'une alternance à 10^4 cycles.

Sous l'effet de la sollicitation cyclique en déformation imposée, la courbe contrainte-déformation prend la forme d'une boucle d'hystérésis ouverte qui se stabilise et se ferme au bout d'un nombre de cycles, au cours duquel le matériau s'adapte aux sollicitations cycliques ; la figure 3 représente une boucle stabilisée. Cette accommodation en fatigue peut se produire de deux manières : il y a durcissement ou adoucissement suivant l'état initial du matériau. Souvent, pour des sollicitations alternées, un matériau initialement écroui, s'adoucit en fatigue. Alors qu'inversement, un matériau initialement mou, durcit.

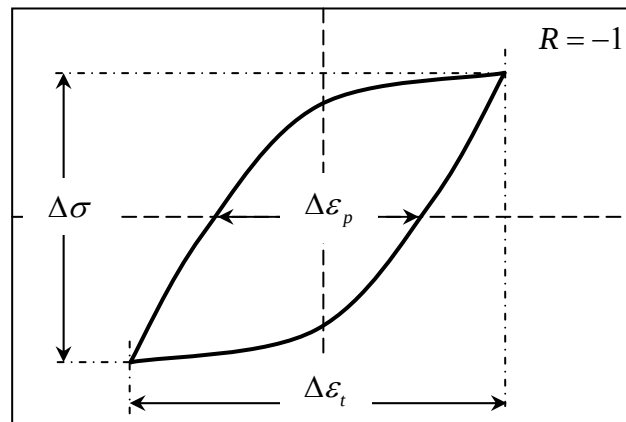


Figure 3. Courbe contrainte-déformation en fatigue oligocyclique

La figure 4a est une illustration de ces deux types de comportement : lorsque l'amplitude de contrainte cyclique augmente avec l'amplitude de la déformation, le matériau durcit ; dans le cas contraire il s'adoucit. Cependant, on observe souvent dans les deux cas une stabilisation de la réponse du matériau dès les premiers cycles. En joignant les sommets des boucles stabilisées obtenues pour différentes valeurs de déformation $\Delta\epsilon$ imposée, on trace une courbe dite de traction cyclique qui caractérise l'état stable des déformations sous sollicitations cycliques. Chacun des deux comportements possibles d'un matériau est mis en évidence par la position de la courbe de traction cyclique par rapport à la courbe de traction monotone, comme le montre la figure 4b.

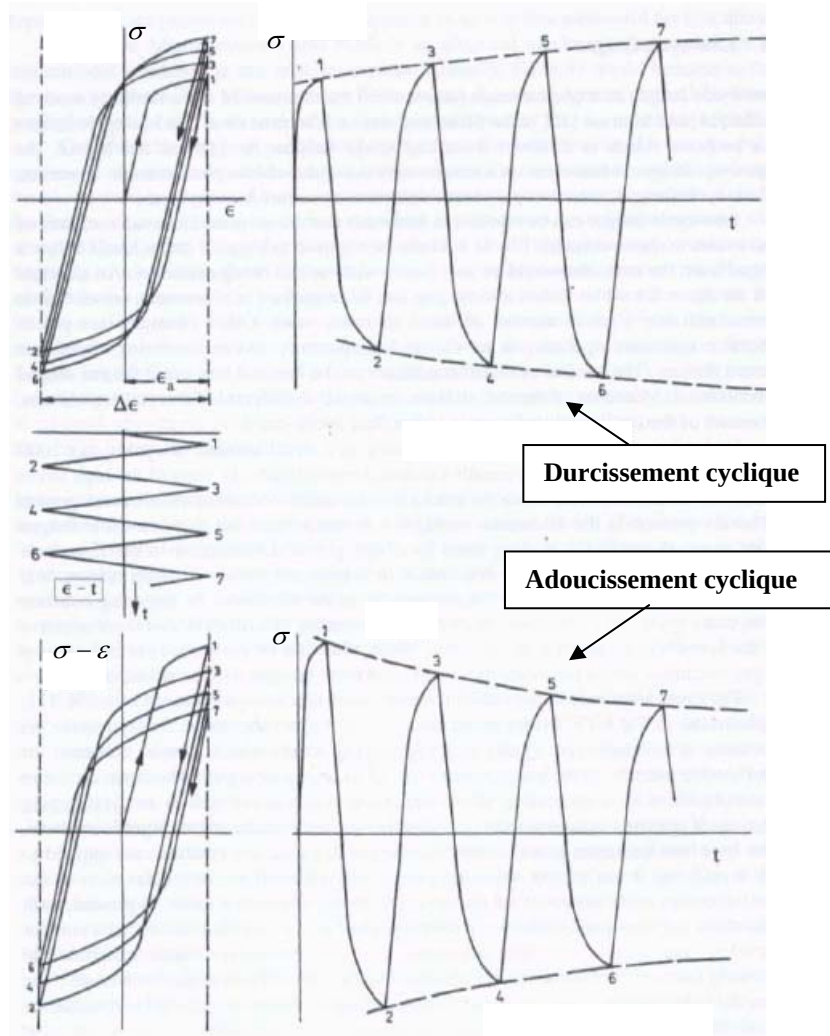


Figure 4a. Boucles contrainte-déformation cycliques correspondant aux deux comportements a- durcissement cyclique et b- adoucissement cyclique

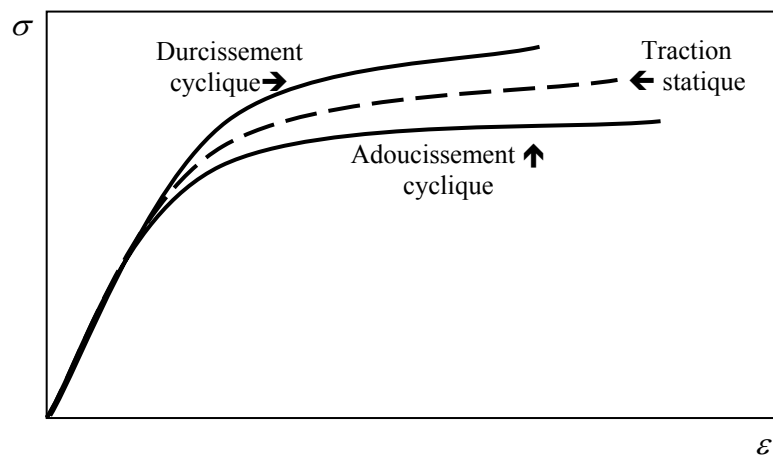


Figure 4b. Adoucissement ou durcissement cyclique par fatigue

Les lois empiriques les plus utilisées pour décrire la fatigue oligocyclique à température ambiante, c'est-à-dire le nombre de cycles pour différentes déformations plastiques ou totales imposées, sont :

- la loi de Manson-Coffin de résistance aux déformations plastiques :

$$\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f \cdot (2N_R)^c$$

où c est l'exposant de ductilité en fatigue et ε'_f le coefficient de ductilité en fatigue.

- la loi de Basquin de résistance aux déformations élastiques :

$$\frac{\Delta \varepsilon_e}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_R)^b \quad \text{avec} \quad \Delta \varepsilon_e = \Delta \varepsilon_t - \Delta \varepsilon_p$$

où b et σ'_f sont respectivement l'exposant et le coefficient de résistance à la fatigue.

On a pour les matériaux courants tels les aciers ou les alliages légers, $c \approx -0.5$ et $b \approx c/10$.

La figure 5 est une représentation schématique des résultats de fatigue oligocyclique ajustés aux relations empiriques de Manson-Coffin et Basquin.

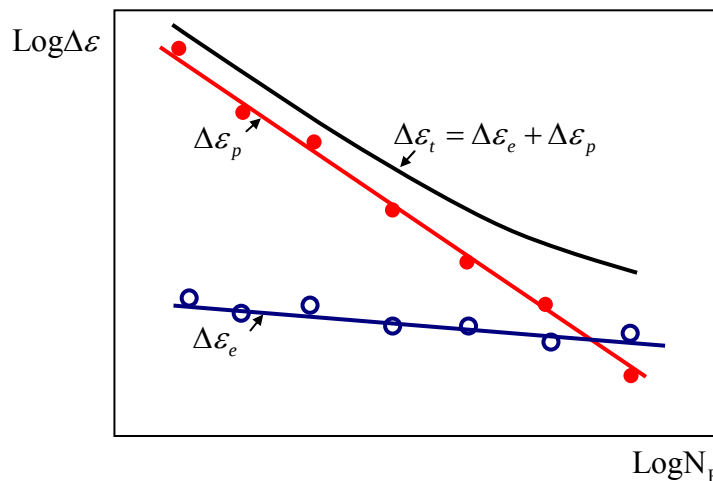


Figure 5. Courbes de fatigue oligocyclique

II.3 Courbe de fissuration par fatigue

La façon la plus simple de représenter la progression des fissures, consiste à rapporter leur profondeur a en fonction du nombre de cycles N subi par l'éprouvette d'essai. La description de la vitesse de fissuration da/dN en fonction de la longueur de fissure a

ou de l'amplitude de l'intensité des contraintes ΔK à l'extrémité de celle-ci, est une autre approche pour étudier la propagation des fissures de fatigue. Les variations $da/dN = f(\Delta K)$ sont décrites par la courbe de fissuration par fatigue. La propagation des fissures de fatigue et la définition de l'endommagement associé, sont abordées en détail au paragraphe VI.

II.4 Endommagement par fatigue

Lorsqu'un élément de structure est soumis à un chargement d'amplitude constante, de contrainte $\Delta\sigma$ ou de déformation plastique $\Delta\varepsilon_p$, les courbes de Wöhler ou de Manson-Coffin fournissent directement sa durée de vie.

Si en revanche l'amplitude de chargement varie au cours du temps, la façon classique d'aborder le problème consiste à définir l'endommagement associé à chaque amplitude et à utiliser ensuite une loi de cumul de l'endommagement : la loi à la fois la plus simple et la plus utilisée dans les bureaux d'études est la règle de cumul linéaire proposée par Miner.

Le dommage élémentaire D_i sous amplitude constante ($\Delta\sigma_i$ ou $\Delta\varepsilon_i$) est défini par la relation suivante :

$$D_i = \frac{n_i}{N_i}$$

Avec, comme le montre la figure 6 :

n_i le nombre de cycles effectué à l'amplitude $\Delta\sigma_i$ ou $\Delta\varepsilon_i$

N_i le nombre de cycles à rupture correspondant (dédié de la courbe de Wöhler ou de celle de Manson-Coffin)

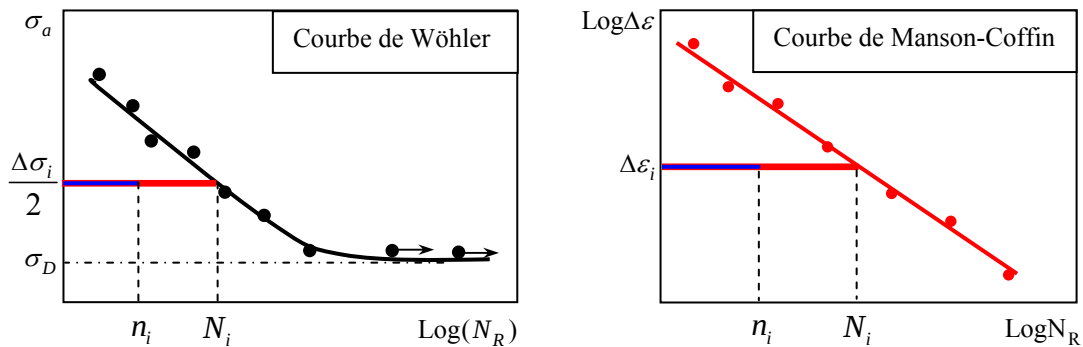


Figure 6. Définition de l'endommagement élémentaire $D_i = n_i / N_i$

La règle de cumul linéaire de Miner suppose que l'endommagement total est la somme algébrique des endommagements élémentaires. L'endommagement total D est donné par :

$$D = \sum_i D_i = \sum_i \frac{n_i}{N_i}$$

La rupture se produit lorsque $D = 1$.

L'expérience montre que la sommation des fractions de durée vie n_i / N_i dépend de l'histoire du chargement. Pour des amplitudes (de contrainte ou de déformation plastique) décroissantes $\sum n_i / N_i < 1$ au moment où la rupture intervient, alors que pour les niveaux croissants $\sum n_i / N_i > 1$ à la rupture.

La règle de Miner, bien que peu précise dans certains cas ($\pm 20\%$), est néanmoins très utilisée en calcul de structure à cause de sa simplicité.

III DIAGRAMMES DE FATIGUE

III.1 Diagramme de Haig

Ce diagramme, déduit des courbes de Wöhler, représente la variation de l'amplitude de contrainte $\sigma_a = \Delta\sigma / 2$ en fonction de la contrainte moyenne σ_m pour un nombre de cycles à rupture N_R donné (figure 7). Les points particuliers A et B correspondent respectivement à la limite d'endurance σ_D à rapport de charge $R = -1$ ($\sigma_m = 0$), et à la résistance ultime à la traction σ_u (appelée aussi R_m) déterminée par essai statique ($\sigma_a = 0$). Expérimentalement, la construction du diagramme de Haig résulte :

- d'un essai statique pour déterminer R_m ;
- d'essais dynamiques à $\sigma_m = 0$ pour déterminer le point A ;
- d'essais dynamiques à $\sigma_{mi} \neq 0$ pour déterminer les points A_i (figure 7)

La figure 8 montre comment, à partir d'un certain nombre de courbes de Wöhler, on peut tracer les diagrammes de Haig correspondants à différentes valeurs du nombre de cycles à rupture (10^5 et 10^7 cycles). Le domaine limité par la courbe AB et les deux axes de coordonnées, représente le *domaine de fonctionnement autorisé* pour le matériau à une durée de vie supérieure ou égale au nombre de cycles pour lequel a été déterminée la limite d'endurance.

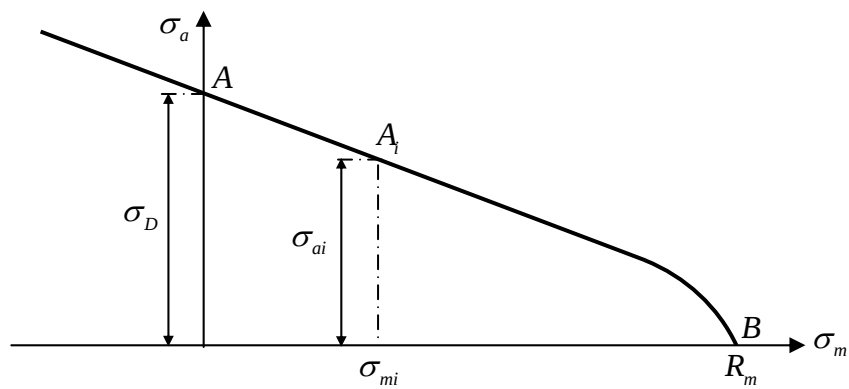


Figure 7. Diagramme de Haig

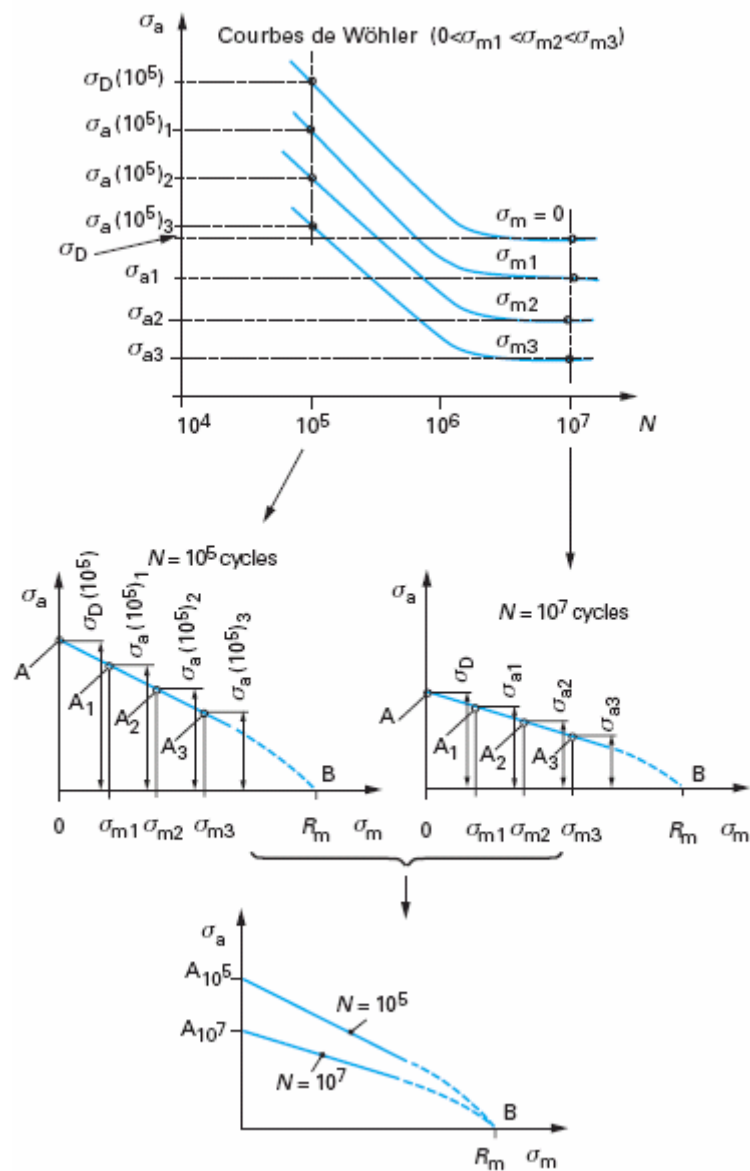
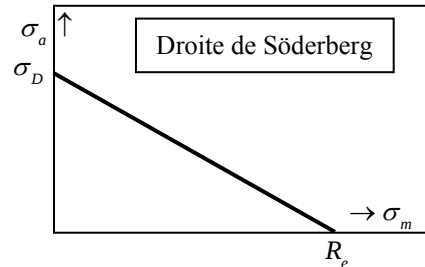


Figure 8. Construction du diagramme de Haig à partir des courbes de Wöhler

Plusieurs représentations de la courbe AB ont été proposées pour la construction du diagramme d'endurance de Haig. Ces représentations empiriques nécessitent la connaissance de la limite d'endurance à $\sigma_m = 0$, de la limite d'élasticité σ_E (appelée aussi R_e) et de la résistance ultime à la traction R_m (ou σ_u) du matériau :

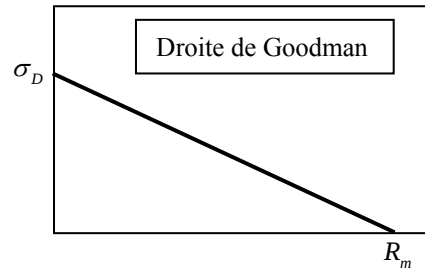
i. *droite de Söderberg*

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_D} + \frac{\sigma_m}{R_e} = 1$$



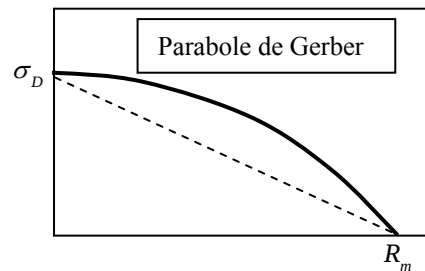
ii. *droite de Goodman*

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_D} + \frac{\sigma_m}{R_m} = 1$$



iii. *parabole de Gerber*

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_D} + \left(\frac{\sigma_m}{R_m} \right)^2 = 1$$



Mais l'expérience montre que :

- la droite de Söderberg et, dans une moindre mesure, la droite de Goodman sont trop pénalisantes pour $\sigma_m > 0$ et trop optimistes pour $\sigma_m < 0$;
- la parabole de Gerber est assez juste pour $\sigma_m > 0$ mais elle est pénalisante pour $\sigma_m < 0$ puisqu'elle ne rend pas compte de l'augmentation de l'endurance σ_a dans ce domaine.

Pour ces différentes raisons et en accord avec l'expérience, la meilleure forme de diagramme est celle du diagramme de Goodman adapté à celui de Haig de la manière suivante (figure 9) :

- on porte une longueur égale à $\sigma_D / 2$ sur l'axe des abscisses à gauche du point B jusqu'au point B_m ;
- à partir de B_m , on porte une longueur verticale égale à $\sigma_D / 2$ jusqu'au point D ;
- on relie par une droite le point D au point A . On définit ainsi σ_{adm} , la frontière du domaine admissible de l'amplitude de la contrainte, d'équation :

avec

$$C = \frac{\sigma_D}{2R_m}$$

Ce diagramme est délimité à gauche ($\sigma_m < 0$) par la droite $\sigma_m - \sigma_a = -R_m$; pour plus de sécurité on choisit plutôt de délimiter à gauche par la droite $\sigma_m - \sigma_a = -R_e$ et à droite ($\sigma_m > 0$) par $\sigma_m + \sigma_a = R_e$. Dans le cas d'une contrainte alternée σ_a de torsion, on constate expérimentalement sur certains aciers que σ_a ne dépend quasiment pas de σ_m notamment lorsque $\sigma_m < 0$. Aussi en présence de sollicitation de torsion, le diagramme de la figure 9 est délimité à gauche par $\sigma_a = \sigma_D$.

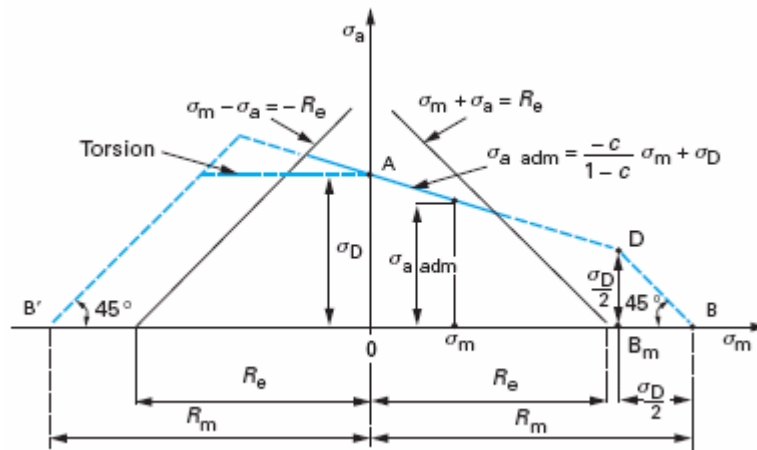


Figure 9. Construction du diagramme de Haig connaissant σ_D , R_e et R_m

III.2 Diagramme de Smith

Ce diagramme, déduit également des courbes de Wöhler, représente les variations à la fois de la contrainte maximale $\sigma_{\max}$ et de la contrainte minimale $\sigma_{\min}$, en fonction de la contrainte moyenne σ_m (figure 10). Les deux droites $\sigma_{\max}$ et $\sigma_{\min}$ concernent en général la limite de fatigue (σ_D pour $N_R \geq 10^7$ cycles). Trois valeurs de σ_m sont indiquées sur la figure 10 (cas A, B et C). Dans le cas A, les trois contraintes $\sigma_{\max}$, σ_m et $\sigma_{\min}$ sont positives, dans le cas B, $\sigma_{\max}$ et σ_m sont positives mais $\sigma_{\min}$ est négative et enfin dans le cas C, seule $\sigma_{\max}$ est positive ; dans ce dernier cas, une grande partie du cycle est en compression. Les fissures de fatigue étant fermées aux contraintes de compression, l'intensité des contraintes n'est alors pas transmise à leurs extrémités. Il s'ensuit que la partie négative du cycle peut être considérée comme non endommageante, et donc seules les parties grisées des cycles B et C participent à l'endommagement.

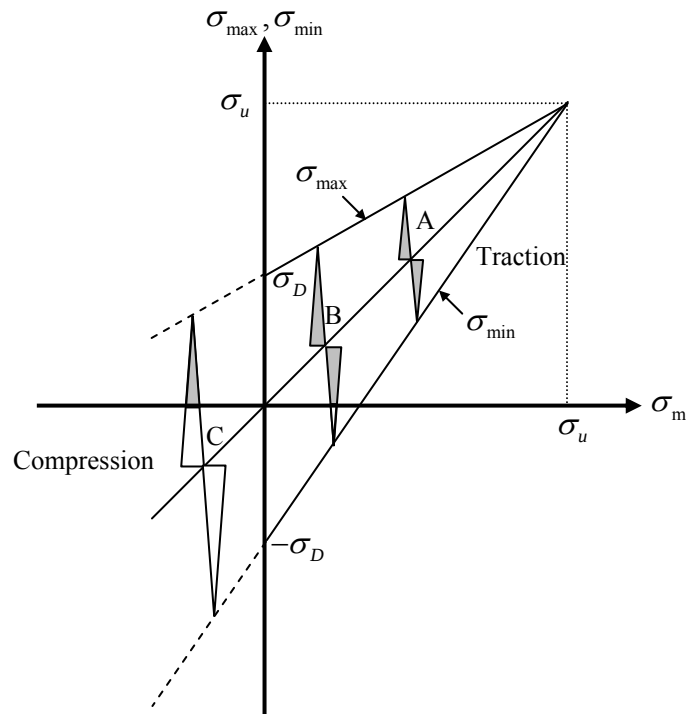


Figure 10. Diagramme de Smith – lignes à $N_R = 10^7$ cycles

Il convient de rappeler (voir chapitre introduction) que l'amorçage des fissures se produit en surface dans les bandes de glissement. Cet amorçage est lié au cisaillement cyclique dans ces bandes, qui intervient y compris pour des cycles de compression. Donc en compression, les fissures peuvent s'amorcer sur les bandes de glissement mais elles ne se propagent pas.

IV CRITERES DE RUPTURE EN FATIGUE

Pour des chargements uni axiaux (flexion, torsion, traction et/ou compression), les diagrammes du paragraphe précédent permettent de déterminer le *domaine de fonctionnement autorisé* pour le matériau à une durée de vie supérieure ou égale au nombre de cycles pour lequel a été déterminée la limite d'endurance.

En présence de fatigue multiaxiale, c'est-à-dire lorsque par exemple un arbre est soumis à une sollicitation cyclique de traction combinée à une sollicitation cyclique de torsion, les choses se compliquent. Les critères de fatigue multiaxiale tentent de répondre à ce genre de situation. Ces critères découlent pour la plupart de ceux de plasticité, aussi il convient dans un premier temps de rappeler ces derniers.

IV.1 Critères de plasticité

En plasticité, on est amené à décomposer le tenseur des contraintes en la somme d'un tenseur isotrope et d'un tenseur appelé déviateur des contraintes dont la trace est nulle. On opère comme suit :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix} = \overbrace{\begin{pmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{pmatrix}}^{\text{Tenseur isotrope}} + \overbrace{\begin{pmatrix} \sigma_{11} - \sigma_m & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} - \sigma_m & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} - \sigma_m \end{pmatrix}}^{\text{Déviateur des contraintes}} \quad [\text{IV.1a}]$$

Cette décomposition fait apparaître la contrainte moyenne $\sigma_m = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})/3$. Cette contrainte isotrope est aussi appelée pression hydrostatique p ($\sigma_m = p$). On écrit plus simplement [IV.1a] sous la forme :

$$\bar{\sigma} = \sigma_m \bar{\bar{I}} + \bar{\sigma}' \quad [\text{IV.1b}]$$

où $\bar{\bar{I}}$ est le tenseur unité, et $\bar{\sigma}'$ le déviateur des contraintes dont les composantes sont données par :

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij}$$

Les invariants du déviateur $\bar{\sigma}'$ s'écrivent :

$$\begin{aligned} J_1 &= \text{Trace}(\bar{\sigma}') = \sigma'_{ii} = \sigma'_{11} + \sigma'_{22} + \sigma'_{33} = 0 \\ J_2 &= \frac{1}{2} \text{Trace}(\bar{\sigma}'^2) = \frac{1}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ji} \\ J_3 &= \frac{1}{3} \text{Trace}(\bar{\sigma}'^3) = \frac{1}{3} \sigma'_{ij} \sigma'_{jk} \sigma'_{ki} \end{aligned} \quad [\text{IV.2a}]$$

Seul le 2^e invariant J_2 va nous intéresser par la suite. Son expression dans l'espace des contraintes principales à 3 dimensions $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ est :

$$J_2 = \frac{1}{6} \left((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right) \quad [\text{IV.2b}]$$

Et dans l'espace des contraintes à 6 dimensions $(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{23}, \sigma_{13})$, cette expression devient :

$$J_2 = \frac{1}{6} \left((\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2) \right) \quad [\text{IV.2c}]$$

i. Définitions des contraintes octaédriques

Par souci de simplification, on va considérer l'expression du tenseur des contraintes $\bar{\bar{\sigma}}$ dans la base des directions principales $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$:

$$\bar{\bar{\sigma}}_{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} = \overbrace{\sigma_m \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}^{\text{Tenseur isotrope}} + \overbrace{\begin{pmatrix} \sigma'_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma'_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma'_3 \end{pmatrix}}^{\text{Déviateur des contraintes}}$$

soit $\bar{\bar{\sigma}} = \sigma_m \bar{\bar{I}} + \bar{\bar{\sigma}}'$ avec $\sigma'_i = \sigma_i - \sigma_m$.

Le vecteur contrainte $\vec{T}(M, \vec{n})$ en un point M situé sur une facette de normale extérieure $\vec{n}$ s'écrit :

$$\vec{T}(M, \vec{n}) = \bar{\bar{\sigma}} \cdot \vec{n}$$

Considérons à présent les facettes (figure 11) dont les normales extérieures sont :

$$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \pm 1 \\ \pm 1 \\ \pm 1 \end{pmatrix} \quad (\|\vec{n}\| = 1)$$

On a ainsi 8 facettes qui définissent les plans octaédriques. Les contraintes octaédriques correspondent aux projections du vecteur contrainte sur ces plans.

Prenons par exemple le plan octaédrique de normale $\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ comme indiqué sur la figure 11.

La contrainte normale octaédrique σ_{oct} est la projection du vecteur contrainte $\vec{T}$ sur $\vec{n}$:

$$\sigma_{oct} = \vec{n} \cdot \vec{T} = {}^t \vec{n} \cdot \bar{\bar{\sigma}} \cdot \vec{n}$$

et la scission octaédrique τ_{oct} est la projection de $\vec{T}$ sur la facette de normale $\vec{n}$:

$$\tau_{oct}^2 = \vec{T}^2 - \sigma_{oct}^2$$

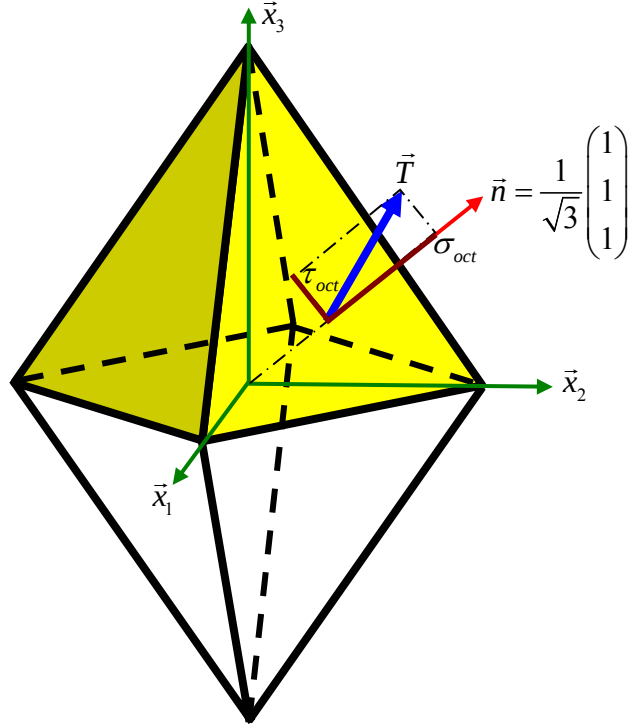


Figure 11. Contrainte normale σ_{oct} et scission τ_{oct} octaédriques

ii. Calcul des contraintes octaédriques

$$\sigma_{oct} = {}^t\vec{n} \cdot \vec{\sigma} \cdot \vec{n} = {}^t\vec{n} \cdot \left(\sigma_m \vec{\bar{I}} + \vec{\bar{\sigma}} \right) \cdot \vec{n} = \sigma_m$$

La contrainte normale octaédrique est égale à la contrainte moyenne σ_m ou pression hydrostatique ($\sigma_{oct} = p$).

$$\begin{aligned} \tau_{oct}^2 &= \vec{T}^2 - \sigma_{oct}^2 = \frac{1}{3}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right)^2 \\ \tau_{oct}^2 &= \frac{1}{9}(2\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2 + 2\sigma_3^2 - 2\sigma_1\sigma_2 - 2\sigma_2\sigma_3 - 2\sigma_3\sigma_1) \\ \tau_{oct}^2 &= \frac{1}{9}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2) \end{aligned} \quad [\text{IV.3a}]$$

La scission octaédrique τ_{oct} s'exprime en fonction de l'invariant J_2 par :

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sqrt{\frac{2}{3} J_2} \quad [\text{IV.3b}]$$

On peut de même décomposer le tenseur des déformations en un tenseur isotrope et un déviateur des déformations :

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \varepsilon_v \bar{\bar{I}} + \bar{\bar{\varepsilon}}',$$

où

$$\varepsilon_v = (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33})/3 \text{ est la déformation volumique et } \varepsilon'_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_v \delta_{ij}$$

Les critères de plasticité font intervenir les invariants de $\bar{\bar{\sigma}}'$. Seuls les critères de Von Mises et de Tresca vont être abordés.

IV.1.1 Critère de Von Mises

Ce critère considère que le seuil d'écoulement plastique est lié à l'énergie élastique de cisaillement. Cette énergie par unité de volume, notée w_d , est donnée par

$$w_d = \int_0^{\varepsilon} \sigma'_{ij} d\varepsilon'_{ij}$$

avec selon la loi de Hooke $d\varepsilon'_{ij} = \frac{1}{2\mu} d\sigma'_{ij}$, soit :

$$w_d = \frac{1}{2\mu} \int_0^{\sigma'} \sigma'_{ij} d\sigma'_{ij} = \frac{1}{4\mu} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} = \frac{J_2}{2\mu} \quad [\text{IV.4a}]$$

Ecrivons que cette énergie d'un état tridimensionnel est égale à celle d'un état de traction simple équivalent de contrainte d'écoulement σ_E , la limite d'élasticité :

$$\bar{\bar{\sigma}}_{equ} = \begin{pmatrix} \sigma_E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } \bar{\bar{\sigma}}'_{equ} = \begin{pmatrix} 2\sigma_E/3 & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma_E/3 & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_E/3 \end{pmatrix}$$

d'où

$$w_d = \frac{\sigma_E^2}{6\mu} \quad [\text{IV.4b}]$$

En comparant [IV.4a] et [IV.4b], il apparaît que :

$$\sigma_E = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}} \quad [\text{IV.5a}]$$

soit dans l'espace des contraintes principales :

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_E^2 \quad [\text{IV.5b}]$$

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1 = \sigma_E^2 \quad [\text{IV.5c}]$$

et dans l'espace des contraintes à 6 dimensions :

$$(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2) = 2\sigma_E^2 \quad [\text{IV.5d}]$$

$$\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} - \sigma_{22}\sigma_{33} - \sigma_{33}\sigma_{11} + 3(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2) = \sigma_E^2 \quad [\text{IV.5e}]$$

Ainsi par exemple, on aura au seuil d'écoulement plastique d'un arbre soumis à une traction σ et à une torsion τ :

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sigma_E$$

Si l'arbre est soumis à la seule torsion τ , on a au seuil d'écoulement plastique :

$$\tau_E = \frac{\sigma_E}{\sqrt{3}}$$

IV.1.2 Critère de Tresca

Le seuil d'écoulement plastique n'est plus lié à l'énergie mais à la contrainte de cisaillement maximale $\tau_{\max}$, qui s'exprime par :

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \text{Sup}_{i \neq j} |\sigma_i - \sigma_j|$$

σ_i et σ_j sont deux des contraintes principales $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. La figure 12a présente la construction de Mohr à partir de ces 3 contraintes.

En égalant cette contrainte à sa valeur pour l'état unidimensionnel équivalent correspondant au seuil σ_E (figure 12b), on obtient l'expression du critère :

$$\text{Sup}_{i \neq j} |\sigma_i - \sigma_j| = \sigma_E \quad [\text{IV.6}]$$

IV.2 Critères de fatigue multiaxiale

Lorsqu'on doit estimer la tenue en fatigue d'une pièce soumise en service à un chargement complexe et que l'on ne dispose comme élément de comparaison que de la seule limite d'endurance σ_D , la méthode consiste à définir une contrainte équivalente à l'état de contraintes multiaxiales.

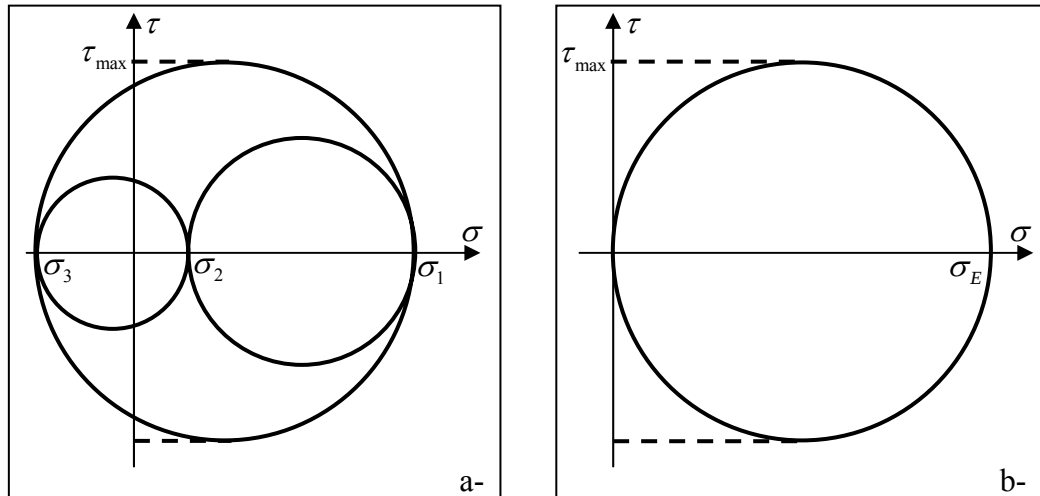


Figure 12. Construction de Mohr pour un état
a- de contraintes triaxiales b- de traction uniaxiale

La plupart des critères de fatigue multiaxiale utilisent, pour calculer cette contrainte équivalente, des approches dérivant des critères de plasticité de Von Mises ou de Tresca. Une fois cette contrainte équivalente calculée, on la compare aux diagrammes d'endurance classiques : courbes de Wöhler, diagrammes de Haig ou de Smith.

Certains critères sont basés sur l'amplitude d'une contrainte de cisaillement local sur un plan et une contrainte normale à ce plan. Pour comprendre les significations physiques de ces critères, il faut se rappeler (voir chapitre introduction) que l'amorçage des fissures se produit en général dans des bandes de glissement : le cisaillement local s'exerçant sur les plans de glissement est donc un facteur important à prendre en compte. De même une traction normale à ces plans tend à ouvrir les fissures et à favoriser leur croissance alors qu'une compression sur ces plans produit l'effet contraire. La première question qui se pose alors est de savoir sur quel plan critique une fissure a le plus de chance de s'amorcer. Les deux plans les plus utilisés sont le plan de cisaillement maximal et le plan de cisaillement octaédrique. Dans la pratique, les amorçages de fissures des deux types de plan ont été observés selon les matériaux.

Ces critères sont présentés dans ce qui suit en distinguant ceux qui font intervenir la pression hydrostatique et ceux où cette grandeur n'apparaît pas. Compte tenu de l'importance de cette pression sur l'amorçage, les critères qui la prennent en compte décrivent en général mieux l'amorçage en fatigue multiaxiale.

IV.2.1 Critères sans pression hydrostatique

i. Critère de Gough et Pollard

Gough et Pollard¹ ont appliqué aux matériaux ductiles une formule déduite du critère de Mises lorsque interviennent uniquement deux contraintes alternées, l'une de traction σ_a et l'autre de torsion τ_a :

$$\frac{\sigma_a^2}{\sigma_D^2} + \frac{\tau_a^2}{\tau_D^2} = 1$$

ii. Critère de Marin

En 1956, Marin proposa une formule plus générale en tenant compte de l'effet de la contrainte équivalente moyenne :

$$\left(\frac{\sigma_{\text{eqa}}}{\sigma_D} \right)^m + \left(k \frac{\sigma_{\text{eqm}}}{\sigma_u} \right)^n = 1$$

La contrainte équivalente moyenne σ_{eqm} et la contrainte équivalente alternée σ_{eqa} , sont calculées pour un cycle de fatigue en utilisant le critère de Mises (relations de type [IV.5]).

Pour $m = n = k = 1$, on obtient la droite de Goodman, et pour $m = n = 1$ et $k = \sigma_u / \sigma_E$, celle de Söderberg ; Pour $m = k = 1$ et $n = 2$, on obtient la parabole de Gerber.

Dans le cas d'un chargement cyclique combinant une traction simple et une torsion pure, Marin utilise les exposants $m = n = 2$ avec $k = 1$:

$$\frac{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}{\sigma_D^2} + \frac{\sigma_m^2 + 3\tau_m^2}{\sigma_u^2} = 1$$

IV.2.2 Critères avec pression hydrostatique

Ces critères considèrent que la rupture intervient lorsque la scission octaédrique alternée (ou la scission maximale alternée) atteint une valeur critique au cours du cycle de fatigue : cette valeur varie linéairement avec la pression hydrostatique.

¹ H.J. Gough and H.V. Pollard, *The strength of metals under combined alternating stresses*, Proc. Inst. Mech. Engrs., 131, pp. 3-103, 1935

i. Critère de Sines

Ce critère fait intervenir la pression hydrostatique moyenne p^{moy} et la scission octaédrique alternée maximale $\tau_{\text{oct.a}}^{\text{max}}$, calculée selon l'approche de Mises :

$$\tau_{\text{oct.a}}^{\text{max}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} J_2 = a_s - b_s p_{\text{moy}}$$

ii. Critère de Crossland

Ce critère diffère de celui de Sines par le remplacement de la pression hydrostatique moyenne par la pression hydrostatique maximale :

$$\tau_{\text{oct.a}}^{\text{max}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} J_2 = a_c - b_c p_{\text{max}}$$

iii. Critère de Dang Van

Ce critère fait intervenir la scission alternée sur le plan critique $\tau_a(t)$, calculée selon l'approche de Tresca, et la pression hydrostatique $p(t)$, ces deux grandeurs variant avec le temps :

$$\tau_a(t) = a_D - b_D p(t)$$

IV.2.3 Identification des constantes à partir d'essais de fatigue en traction uniaxiale

Il s'agit de déterminer les deux constantes (a_s et b_s , ou a_c et b_c ou a_D et b_D) intervenant dans les critères de fatigue multiaxiale de Sines, Crossland et Dang Van. Cette détermination nécessite d'effectuer deux essais de fatigue en traction uniaxiale avec deux rapports de charge différents. Ces essais sont caractérisés par l'amplitude de contrainte $\Delta\sigma$ et le rapport de charge R . On a :

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{pmatrix} \Delta\sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

avec

$$\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} \text{ et } R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \text{ d'où } \begin{cases} \sigma_{\max} = \frac{\Delta\sigma}{1-R} \\ \sigma_{\min} = \frac{R\Delta\sigma}{1-R} \end{cases}$$

On peut alors définir les différents paramètres intervenant dans les critères de fatigue :

$$p_{\max} = \frac{1}{3}\sigma_{\max} = \frac{\Delta\sigma}{3(1-R)}$$

$$p_{\min} = \frac{1}{3}\sigma_{\min} = \frac{R\Delta\sigma}{3(1-R)}$$

$$p_{\text{moy}} = \frac{1}{2}(p_{\max} + p_{\min}) = \frac{(1+R)\Delta\sigma}{6(1-R)}$$

$$\tau_{\text{Mises.a}} = \frac{\Delta\sigma}{2\sqrt{3}}$$

$$\tau_{\text{Tresca.a}} = \frac{\Delta\sigma}{4}$$

Cela donnera pour les trois critères de fatigue les formules suivantes :

i. *Sines*

$$\frac{\Delta\sigma}{2\sqrt{3}} = a_s - b_s \frac{(1+R)\Delta\sigma}{6(1-R)}$$

ii. *Crossland*

$$\frac{\Delta\sigma}{2\sqrt{3}} = a_c - b_c \frac{\Delta\sigma}{3(1-R)}$$

iii. *Dang Van*

$$\max \left[\left(\frac{\Delta\sigma}{4} - a_D + b_D p_{\max} \right), \left(\frac{\Delta\sigma}{4} + a_D + b_D p_{\min} \right) \right]$$

En effectuant deux essais de traction caractérisés par $(R_1, \Delta\sigma_1)$ et $(R_2, \Delta\sigma_2)$, on détermine les différentes constantes a_s, b_s, a_c, b_c, a_D et b_D , soit :

$$a_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\Delta\sigma_1 \Delta\sigma_2 (R_1 - R_2)}{\Delta\sigma_1 (1+R_1)(1-R_2) - \Delta\sigma_2 (1+R_2)(1-R_1)}$$

$$b_s = \frac{\sqrt{3}(\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_1)(1-R_1)(1-R_2)}{\Delta\sigma_1(1+R_1)(1-R_2) - \Delta\sigma_2(1+R_2)(1-R_1)}$$

$$a_c = \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\Delta\sigma_1\Delta\sigma_2(R_1 - R_2)}{\Delta\sigma_1(1-R_2) - \Delta\sigma_2(1-R_1)}$$

$$b_c = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{(\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_1)(1-R_1)(1-R_2)}{\Delta\sigma_1(1-R_2) - \Delta\sigma_2(1-R_1)}$$

$$a_D = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\Delta\sigma_1\Delta\sigma_2(R_1 - R_2)}{\Delta\sigma_1(1-R_2) - \Delta\sigma_2(1-R_1)} = \sqrt{\frac{2}{3}} a_c$$

$$b_D = \frac{3}{4} \cdot \frac{(\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_1)(1-R_1)(1-R_2)}{\Delta\sigma_1(1-R_2) - \Delta\sigma_2(1-R_1)} = \frac{\sqrt{3}}{2} b_c$$

V RESISTANCE A LA FATIGUE D'ÉPROUVETTES ENTAILLÉES

Les courbes d'endurance et diagrammes de fatigue abordés dans les paragraphes précédents, concernent des essais sur des éprouvettes non entaillées ou à très faible concentration de contraintes. Cependant, les structures en service peuvent être composées d'éléments (arbres avec gorges, éléments avec trous pour rivets ...) où les zones de concentrations des contraintes peuvent être significatives. L'étude de la résistance à la fatigue de ces éléments fait l'objet de ce paragraphe avec l'hypothèse que les éprouvettes utilisées sont représentatives des structures réelles comportant des entailles de forme géométrique simple.

On considérera dans le paragraphe V.1 la limite de fatigue pour des chargements en traction alternée c'est-à-dire à contrainte moyenne nulle $\sigma_m = 0$. Les limites de fatigue à $\sigma_m > 0$ sont traitées dans le paragraphe V.2. L'influence de l'état de surface des éprouvettes d'essais est examinée dans le paragraphe V.3. Les courbes d'endurances et une étude de cas sont présentées dans les deux derniers paragraphes.

V.1 Limite de fatigue à $\sigma_m = 0$

V.1.1 Effet d'entaille et principe de similitude

Il est bien connu que la présence de zones de concentration de contraintes dans les structures, diminue de façon très significative la limite de fatigue. Les premières expériences relatives à l'effet des entailles sur la tenue en fatigue ont été conduites sur des éprouvettes cylindriques avec des gorges dont le rayon à fond d'entaille est relativement faible. Ces éprouvettes étaient généralement sollicitées en flexion rotative.

On s'est rendu compte par la suite que des éprouvettes de plus grande taille avec des rayons à fond d'entaille plus importants, mais de même facteur de concentration des contraintes, avaient des limites de fatigue plus faibles. Autrement dit, un effet d'échelle était observé sur les éprouvettes entaillées.

Pour comprendre cet effet d'échelle il convient de rappeler que la limite de fatigue (ou limite d'endurance à 10^7 cycles) est la contrainte limite en dessous de laquelle l'éprouvette ne rompt pas au bout de 10^7 cycles. Cela ne veut pas dire que lorsque cette limite est atteinte il y a absence de microfissures dans le matériau, mais que celles-ci s'amorcent mais ne se propagent pas au-delà du premier obstacle cristallographique tel un joint de grain.

Cette définition de la limite de fatigue étant rappelée, appliquons le principe de similitude à deux éprouvettes, l'une entaillée de facteur de concentration K_t et l'autre lisse (figure 13). Si un cycle de fatigue d'amplitude σ_a peut créer une microfissure dans l'éprouvette lisse, un cycle équivalent d'amplitude $\sigma_a^{\max} = \sigma_a$ devrait créer une microfissure dans l'éprouvette entaillée. Si σ_a est la limite d'endurance de l'éprouvette lisse ($\sigma_a = \sigma_D$), le principe de similitude nous autorise à considérer que $\sigma_{D_K} = \sigma_a^{\max} / K_t$ est la limite d'endurance de l'éprouvette entaillée. On a donc :

$$\sigma_a^{\max} = K_t \sigma_{D_K} = \sigma_D \quad \text{ou} \quad \sigma_{D_K} = \frac{\sigma_D}{K_t} \quad [\text{IV.7}]$$

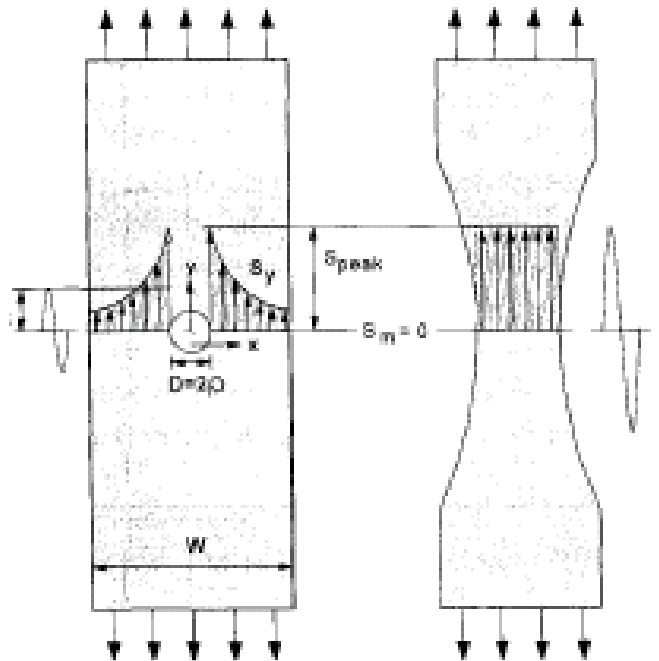


Figure 13. Principe de similitude : $\sigma_a^{\max} = \sigma_a$ à la limite de fatigue

La limite de fatigue de l'éprouvette entaillée est ainsi obtenue en divisant la limite de fatigue de l'éprouvette lisse par le facteur de concentration des contraintes K_t . Ce facteur de réduction est généralement noté K_f lorsqu'il s'agit d'un chargement cyclique en fatigue par opposition à un chargement statique. On écrit alors :

$$\sigma_{DK} = \frac{\sigma_D}{K_f} \quad \text{ou} \quad K_f = \frac{\sigma_D}{\sigma_{DK}} \quad [\text{IV.8}]$$

K_f est appelé facteur d'entaille en fatigue. La comparaison des relations [IV.7] et [IV.8] permet d'écrire :

$$K_f = K_t$$

L'expérience montre souvent que $K_f < K_t$, en particulier pour les éprouvettes de faible taille et à fort facteur de concentration K_t , ce qui est plutôt bénéfique pour la tenue en fatigue. Cette constatation expérimentale qui remet en cause le principe de similitude évoqué plus haut, montre cependant que la sensibilité à l'effet d'entaille en fatigue est moins importante que celle prévue par l'utilisation du facteur K_t .

V.1.2 Effet d'échelle sur la limite de fatigue des éléments entaillés

Pour rendre compte des différences observées entre les facteurs K_t et K_f , Peterson² définit la sensibilité à l'effet d'entaille à l'aide du paramètre :

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad [\text{IV.9}]$$

Lorsque $K_f = K_t$, on a une forte sensibilité à l'effet d'entaille ($q=1$). A l'inverse, lorsque $K_f = 1$ on a une insensibilité à l'effet d'entaille ($q=0$). Une variation de q entre 0 et 1 correspond donc à une augmentation de la sensibilité à l'effet d'entaille. Le paramètre q a été utilisé par Peterson pour illustrer l'influence à la fois de l'effet d'échelle et des propriétés des matériaux – caractérisées par la contrainte ultime σ_u à la rupture en traction statique. Les variations de q avec le rayon à fond d'entaille sont décrites sur la figure 14, pour des éprouvettes de même K_t dont les dimensions varient de façon homothétique, c'est-à-dire dans les mêmes rapports. Ces résultats, relatifs à trois familles de matériaux (aciers à fortes valeurs de σ_u , aciers de moyenne résistance et alliages d'aluminium), montrent que les valeurs de q sont plus élevées dans les échantillons de grandes dimensions et ceci d'autant plus que les matériaux sont à forte résistance ultime σ_u .

² R. E. Peterson, « Stress concentrations Factors », John Wiley & Sons, New York, 1974

Les effets d'échelle ont déjà été abordés dans le chapitre 2, lorsqu'on a établi que le gradient de contrainte à la racine d'une entaille est inversement proportionnel au rayon ρ à fond d'entaille :

$$\left(\frac{d\sigma_y}{dx} \right)_{x=a} = -\gamma \frac{\sigma_{\max}}{\rho} = - \left(2 + \frac{1}{K_t} \right) \frac{\sigma_{\max}}{\rho} \quad [\text{IV.10}]$$

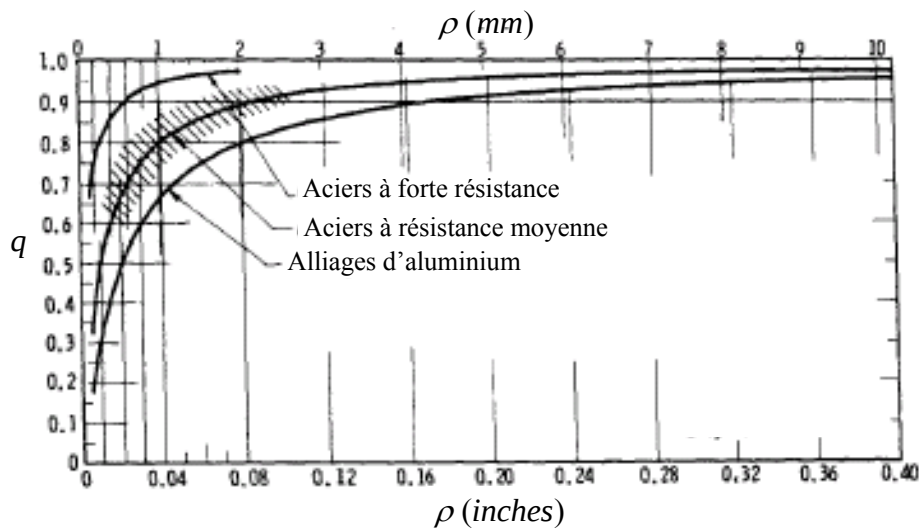


Figure 14. Sensibilité q à l'effet d'entaille de la limite de fatigue, en fonction du rayon ρ à fond d'entaille pour différents matériaux (résultats compilés par Peterson³)

Les fissures de fatigue s'amorcent le plus souvent en surface ou près de celle-ci, il en résulte que deux éprouvettes de même géométrie et de même K_t , mais ayant des dimensions différentes (voir figure 10 du chapitre II), auront des probabilités d'amorçage de fissure différentes. La probabilité de rupture est en effet plus élevée pour l'éprouvette de plus grande taille car les parties fortement sollicitées (volume adjacent à la racine de l'entaille et surface d'entaille) sont plus importantes.

La figure 14 permet de décrire et de comprendre qualitativement cet effet d'échelle, mais il reste maintenant à voir comment quantifier et prédire cet effet. Différentes méthodes empiriques d'usage simple, sont utilisées.

i. Méthode de Peterson

Peterson considère que les variations de la sensibilité à l'effet d'entaille q en fonction du rayon ρ à fond d'entaille, peuvent être décrites par une relation hyperbolique en $1/\rho$. Il propose la relation empirique suivante :

$$q = \frac{1}{1 + a^* / \rho} \quad [\text{IV.11}]$$

où a^* est une constante homogène à une longueur, qui dépend du matériau. La relation [IV.11] montre que $q \approx 1$ ($K_f \approx K_t$) lorsque a^* est faible et ρ élevé. A l'inverse $q \approx 0$ ($K_f \approx 1$) pour les très faibles rayons à fond d'entaille. Les valeurs de a^* associées à la figure 14 sont :

- $a^* = 0,063\text{mm}$ pour les aciers à haute résistance ;
- $a^* = 0,254\text{mm}$ pour les aciers de moyenne résistance ;
- $a^* = 0,51\text{mm}$ pour les alliages d'aluminium.

Les valeurs de a^* pour différents aciers sont représentées sur la figure 15 : a^* diminue lorsque la résistance ultime en traction σ_u augmente.

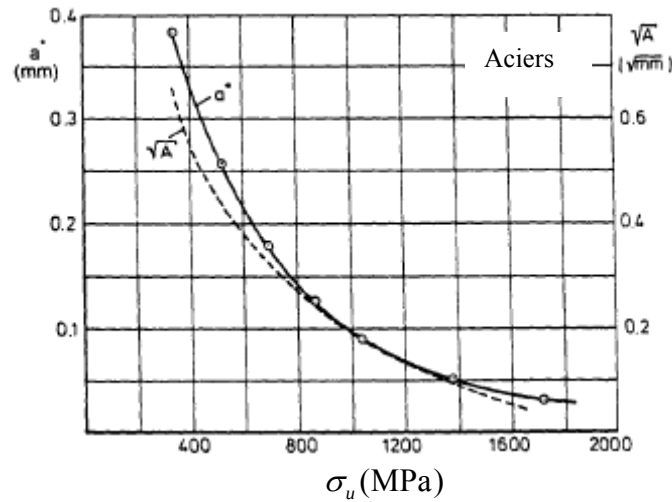


Figure 15. Valeurs des constantes a^* et $\sqrt{A}$ permettant de prédire la limite de fatigue d'échantillons d'acier entaillés

ii. Méthode de Neuber

Neuber³ considère que les variations de la sensibilité à l'effet d'entaille q en fonction du rayon ρ à fond d'entaille, sont mieux décrites par une relation hyperbolique en $1/\sqrt{\rho}$. Il propose la relation empirique suivante :

$$q = \frac{1}{1 + \sqrt{A/\rho}} \quad [\text{IV.12}]$$

³ H. Neuber, "Theory of notch stresses", J. D. Edwards and A. Arbor eds., 1946

La constante A , homogène elle aussi à une longueur, dépend du matériau. Il s'agit comme dans la méthode de Peterson, d'une variable empirique d'ajustement des résultats expérimentaux. La figure 15 montre les valeurs de $\sqrt{A}$ pour des aciers à différentes résistances σ_u .

Une comparaison des valeurs du facteur d'entaille en fatigue K_f , déduites des méthodes de Neuber et Peterson, est indiquée ci-dessous : les différences augmentent lorsque σ_u diminue.

σ_u (MPa)	1600	1200	800	400
$K_f^{\text{Neuber}} / K_f^{\text{Peterson}}$	0,99	0,97	0,95	0,91

Dans les bureaux d'étude, la méthode de Neuber est généralement utilisée en exprimant directement le rapport K_f / K_t :

$$\frac{K_f}{K_t} = \frac{1 + \frac{1}{K_t} \sqrt{A/\rho}}{1 + \sqrt{A/\rho}} \quad [\text{IV.13}]$$

On calcule ensuite $\sqrt{A}$ pour une classe de matériaux à partir de la figure 15 et on représente K_f / K_t en fonction de ρ pour les valeurs de K_t les plus rencontrées en pratique ($K_t = 2$ à 5). La figure 16 présente les courbes obtenues pour deux aciers ($\sigma_u = 390$ et 970 MPa) : ces résultats montrent que K_f est significativement plus faible que K_t lorsque le rayon à fond d'entaille ρ est faible.

iii. Méthode de Siebel et Hardrath

Siebel et Hardrath⁴ adoptent une autre approche pour prédire l'effet d'échelle sur la limite de fatigue des éprouvettes entaillées. Ils font l'hypothèse que cet effet est fonction du gradient de contrainte relatif, noté χ et défini par :

$$\chi = -\frac{1}{\sigma_{\max}} \left(\frac{d\sigma_y}{dx} \right)_{x=a} \quad [\text{IV.14a}]$$

soit, compte tenu de la relation [IV.10] :

$$\chi = \frac{\gamma}{\rho} = \frac{1}{\rho} \left(2 + \frac{1}{K_t} \right) \quad [\text{IV.14b}]$$

⁴ E. Siebel and H.F Hardrath, "Significance of dissimilar stress distributions for cyclic loading", Z.V.D.I., vol. 97, p. 146-148, 1955

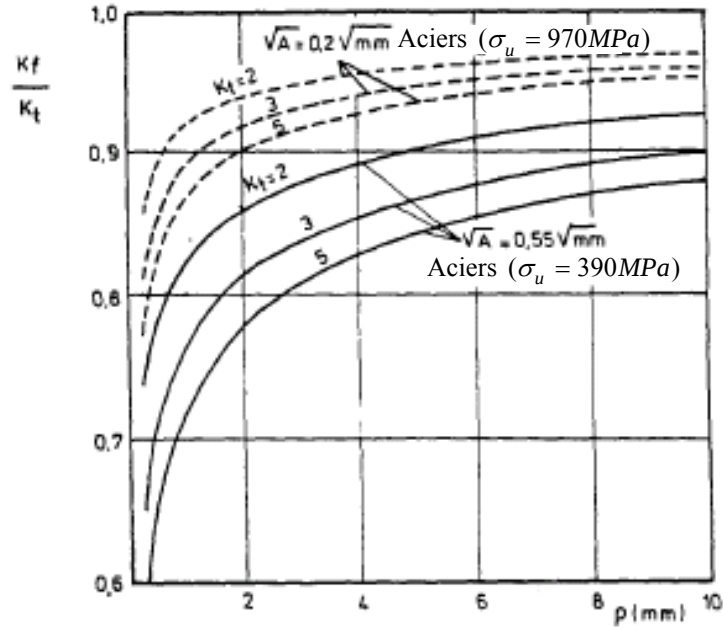


Figure 16. Effets d'échelle (ρ) et du K_t sur la sensibilité à l'entaille (K_f / K_t) de deux aciers

Comme $1 \leq K_t < \infty$, la relation IV.10 montre que $2 < \gamma \leq 3$, autrement dit γ varie peu.

Siebel et Hardrath prennent $\chi \approx 2 / \rho$, autrement dit, ils considèrent des entailles à fort K_t et en compilant des résultats pour différents matériaux, proposent pour décrire le rapport K_f / K_t , la relation empirique suivante :

$$\frac{K_f}{K_t} = \frac{1}{1 + \sqrt{A^* \chi}} = \frac{1}{1 + \sqrt{2A^* / \rho}} \quad [\text{IV.15}]$$

La comparaison des relations [IV.13] et [IV.15] montre les similitudes et les différences entre les approches de Neuber et de Siebel et Hardrath. La relation de Neuber fait apparaître le K_t dans l'expression du rapport K_f / K_t , mais si on considère que les entailles à fort K_t , comme le font Siebel et Hardrath, on peut écrire :

$$A \approx 2A^*$$

Ces deux approches restent assez proches mêmes pour des K_t relativement modérés, comme le montre la figure 17 qui compare les valeurs de la limite de fatigue σ_{DK} d'éprouvettes entaillées prédites par les trois modèles. Il s'agit de résultats

expérimentaux obtenus pour deux aciers⁵ sur des éprouvettes cylindriques et pour un alliage d'aluminium⁶ sur des éprouvettes plates ; toutes les éprouvettes percées d'un trou circulaire ont le même K_t . Les prédictions des trois modèles sont relativement proches pour les aciers (notamment l'acier à plus forte résistance), alors qu'elles diffèrent sensiblement pour l'alliage d'aluminium. Elles sont conservatives par rapport aux résultats expérimentaux dans les aciers ; dans l'alliage d'aluminium, la méthode de Neuber donne des prédictions proches des résultats expérimentaux.

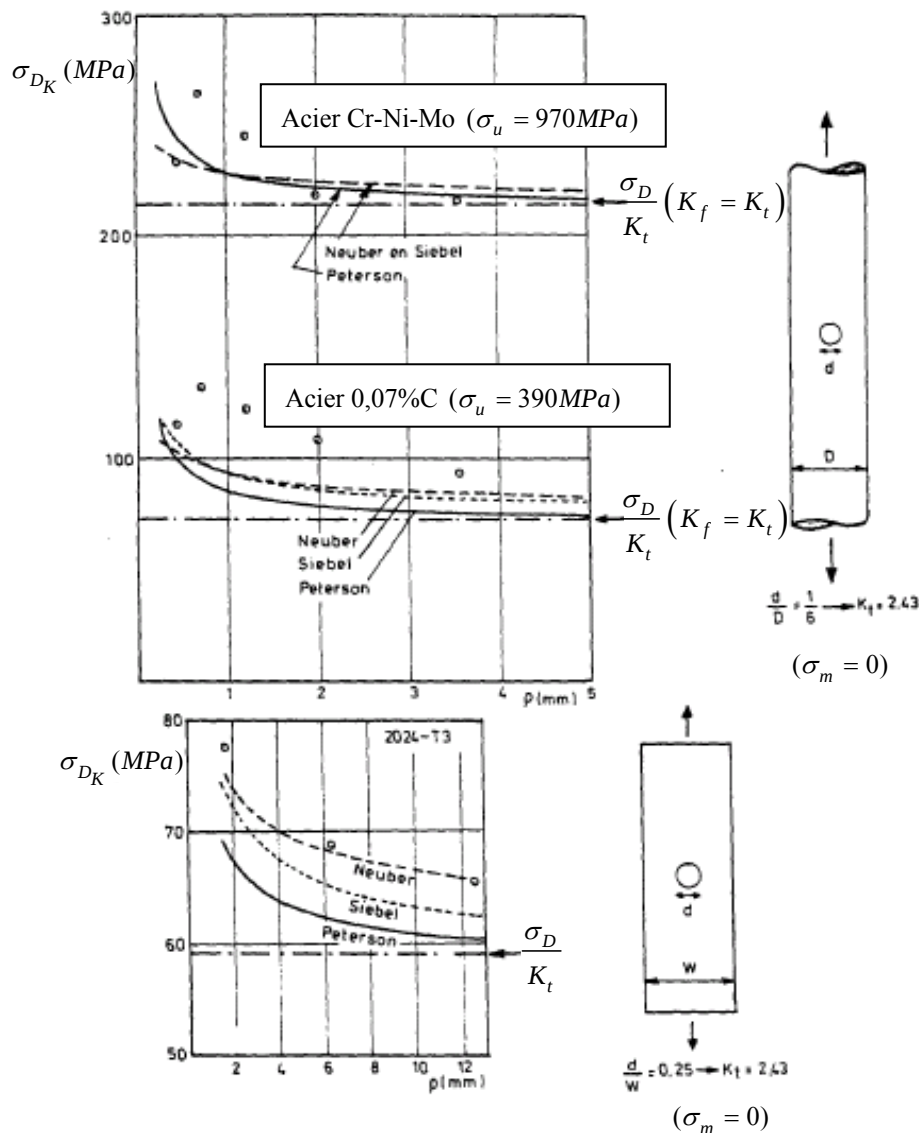


Figure 17. Comparaison de résultats expérimentaux et des prédictions des trois modèles pour les effets d'échelle sur la limite de fatigue

⁵ C.E. Phillips and R.B. Heywood, "Size effect in fatigue of plain and notched steel specimens", Proc. Inst. Mech. Engrs. , vol. 165, pp. 113-124, 1951

⁶ C.B Landers and H.F. Hardrath, "Results of axial-load fatigue tests on electropolished 2024-T3 and 7075-T6 aluminium alloy sheet specimens with central holes", Report NACA TN 3631, 1956

V.2 Limite de fatigue à $\sigma_m > 0$

L'effet d'une plastification locale à la racine du trou n'a pas été envisagé dans le paragraphe précédent où seules les sollicitations alternées ($\sigma_m = 0$) ont été considérées. Une plastification peut apparaître en haut de cycle lorsque la contrainte moyenne est positive : la contrainte maximale peut alors dépasser la limite d'élasticité du matériau. La figure 18 illustre la distribution des contraintes maximales et minimales dans une plaque percée d'un trou circulaire. En l'absence de plastification, la contrainte σ^{rt} à la racine du trou varie entre $K_t \sigma_{\text{max}}$ et $K_t \sigma_{\text{min}}$. On a donc pour un cycle de fatigue de contrainte alternée σ_a et de contrainte moyenne σ_m :

$$\sigma_{\text{max}}^{\text{rt}} = K_t \sigma_{\text{max}} \quad \sigma_{\text{min}}^{\text{rt}} = K_t \sigma_{\text{min}} \quad [\text{IV}.16a]$$

$$\sigma_a^{\text{rt}} = K_t \sigma_a \quad \sigma_m^{\text{rt}} = K_t \sigma_m \quad [\text{IV}.16b]$$

Si ces niveaux de contraintes observés à la racine du trou se produisent dans une éprouvette lisse, le principe de similitude permet de dire que les endommagements seront les mêmes ainsi que la limite de fatigue. Cette limite de l'échantillon entaillé peut alors être prédite à partir de celle d'une éprouvette lisse selon la procédure indiquée sur la figure 19.

Il s'agit d'un diagramme de Haig, décrit par une parabole de type Gerber, où la courbe supérieure illustre les variations de σ_a en fonction de σ_m dans l'éprouvette lisse lorsque la limite de fatigue σ_D est atteinte (point C de la courbe). Le point B de la figure 19 dont l'ordonnée représente la limite de fatigue σ_{D_K} de l'éprouvette entaillée, est situé sur la droite AC ; ses coordonnées sont obtenus en divisant par K_t les coordonnées σ_a et σ_m du point C. Les contraintes à la racine du trou ($\sigma_a^{\text{rt}}, \sigma_m^{\text{rt}}$) données par la relation [IV.16b] sont en fait égales aux coordonnées du point C. Autrement dit, si le point C est représentatif de la limite de fatigue de l'éprouvette lisse, la limite de fatigue correspondante pour l'éprouvette entaillée est donnée par le point B.

La procédure de réduction par K_t illustrée sur la figure 19 peut être appliquée à toute la courbe des limites de fatigue de l'éprouvette lisse. Elle donne une estimation raisonnable des limites de fatigue dans l'éprouvette entaillée pour des valeurs modérées de la contrainte moyenne σ_m . L'expérience montre que ce n'est plus vrai pour les fortes valeurs de σ_m qui entraînent une plastification à fond d'entaille : la réduction du point D_1 au point D_K est trop pessimiste.

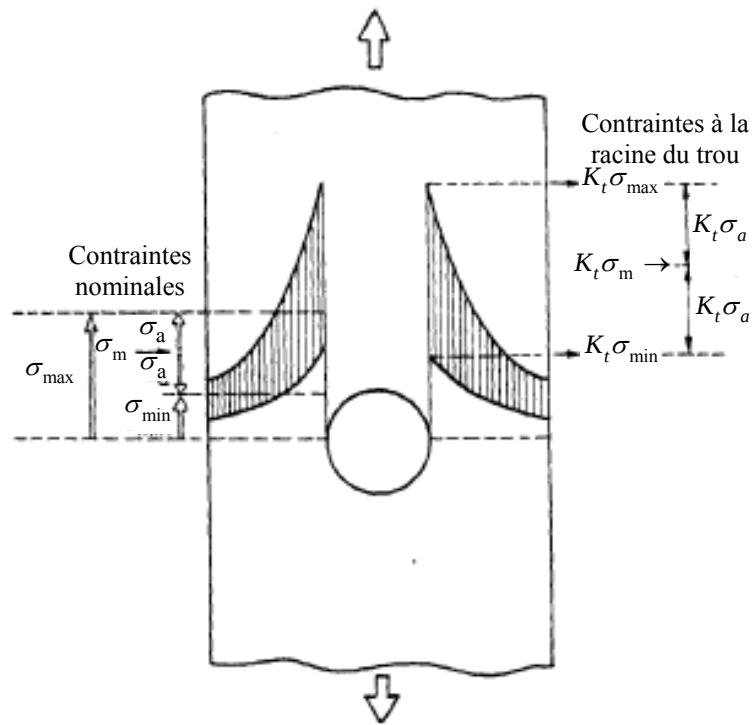


Figure 18. Répartition des contraintes élastiques dans une plaque percée ($\sigma_m > 0$)

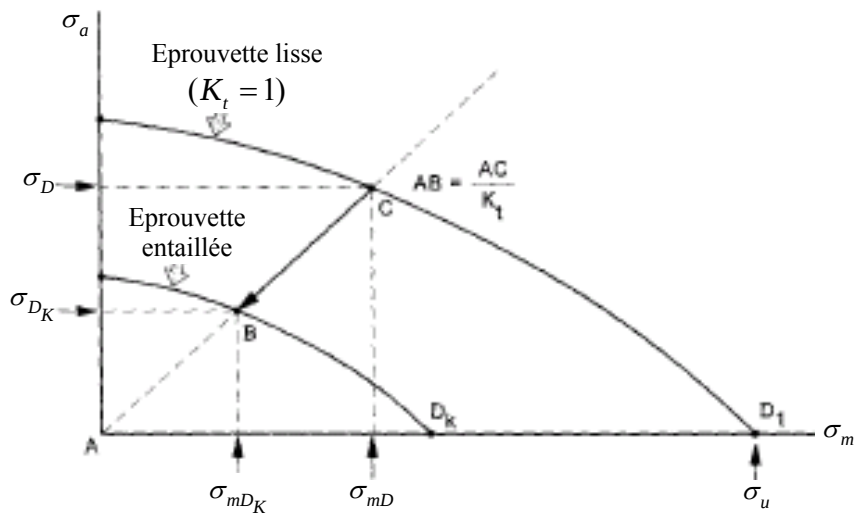


Figure 19. Procédure de détermination de la limite de fatigue d'une éprouvette entaillée : application de la réduction par K_t à σ_a et σ_m

Lorsque la contrainte maximale à la racine du trou dépasse la limite d'élasticité σ_E du matériau, une zone plastifiée se développe à fond d'entaille (figure 20). Dans ces conditions et comme on l'a vu au chapitre 2, on ne peut plus appliquer le terme multiplicatif K_t pour déterminer les contraintes. Lors d'un chargement cyclique entre deux valeurs $\sigma_{\min}$ et $\sigma_{\max}$, la contrainte maximale à la racine du trou $\sigma_{\max}^{rt}$ est alors inférieure à $K_t \sigma_{\max}$, alors que $\sigma_{\min}^{rt} = K_t \sigma_{\min}$. L'inversion du cycle de contrainte (passage de $\sigma_{\max}$ à $\sigma_{\min}$) se fait par décharge élastique, si bien que la variation de la contrainte à la racine du trou reste égale à $2K_t \sigma_a$, comme le montre schématiquement la figure 20. Autrement dit, tant que la décharge est entièrement élastique, l'amplitude de contrainte à la racine du trou reste la même que dans le cas élastique.

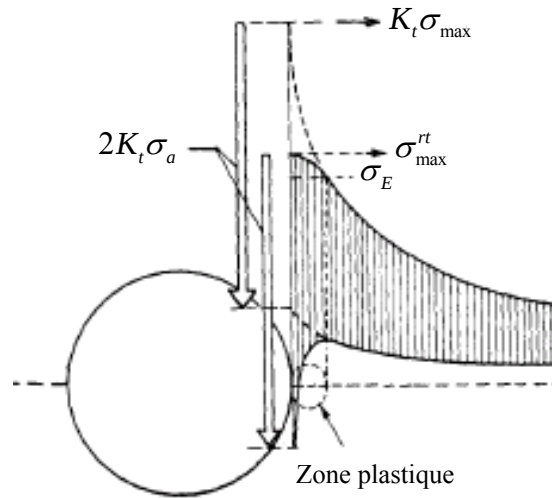


Figure 20. Plastification à la racine du trou au 1^{er} cycle de chargement ($\sigma_m > 0$)

Compte tenu des constatations précédentes, on peut déterminer les modifications du diagramme de Haig de la figure 19 pour tenir compte de la plastification. L'amplitude de contrainte n'est pas affectée (le point B conserve la même ordonnée), alors que la contrainte moyenne l'est.

La plastification se développe lorsque :

$$K_t \sigma_{\max} = K_t (\sigma_m + \sigma_a) \geq \sigma_E \quad \text{ou} \quad \sigma_a \geq \frac{\sigma_E}{K_t} - \sigma_m$$

Dans le diagramme de Haig, la droite $K_t (\sigma_m + \sigma_a) = \sigma_E$ est donc la frontière séparant les domaines élastique et plastique. Cette droite, représentée sur la figure 21, coupe les axes de coordonnées aux points :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_E}{K_t} \text{ et } \sigma_m = \frac{\sigma_E}{K_t}$$

Jusqu'au point D, on est dans le domaine élastique et on peut alors appliquer la méthode indiquée sur la figure 19.

Au point B, on est dans le domaine plastique. Tant que la décharge reste élastique, l'ordonnée du point B est donnée par :

$$\sigma_a(B) = \frac{\sigma_a(B)}{K_t}$$

Mais du fait de la plastification de la racine de l'entaille, le point représentatif dans le diagramme de Haig se retrouve en B*, de même ordonnée que B. La contrainte maximale au point B peut être calculée à partir de la formule de Neuber établie au chapitre 2 :

$$\sigma_{\max}(B^*) \cdot \varepsilon_{\max}(B^*) = \frac{(K_t \sigma_{\max})^2}{E}$$

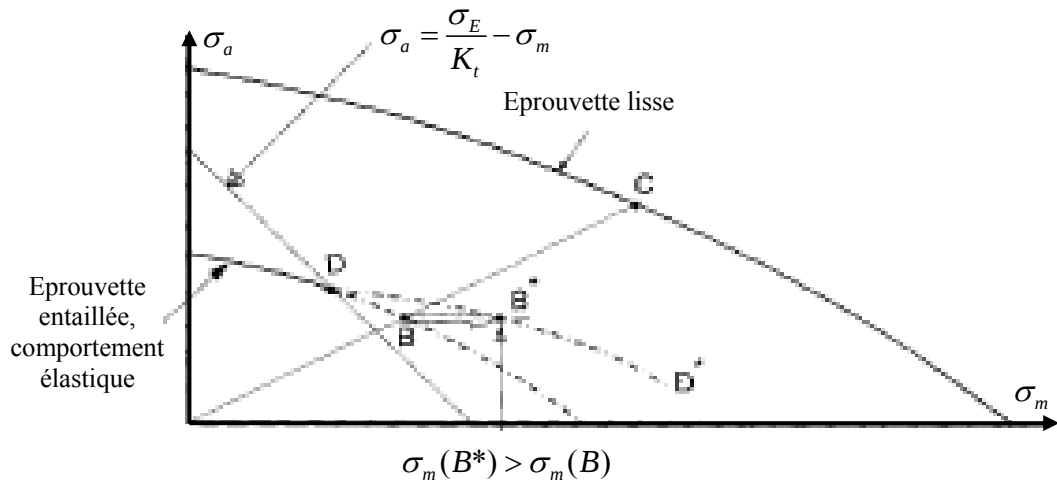


Figure 21. Détermination de la limite de fatigue d'une éprouvette entaillée lorsque la racine du trou est plastifiée

Des exemples de diagrammes de Haig donnant les limites de fatigue d'éprouvettes entaillées sont représentées sur les figures 22 et 23. Il s'agit d'un alliage d'aluminium à haute résistance et faible ductilité (figure 22) et d'un acier ductile, le SAE 4130, à résistance moyenne (figure 23).

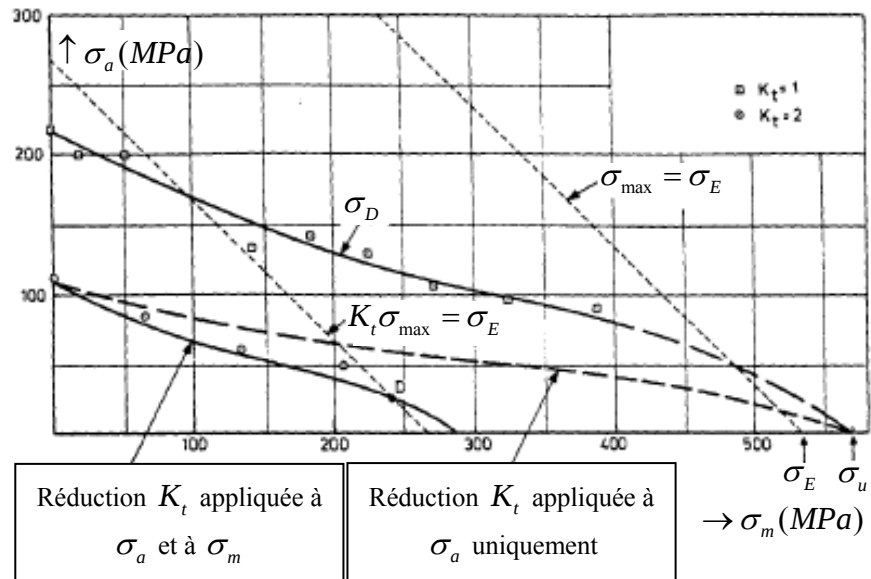


Figure 22. Limite de fatigue dans un alliage d'aluminium ($\sigma_u = 570, \sigma_E = 525 \text{ MPa}$)

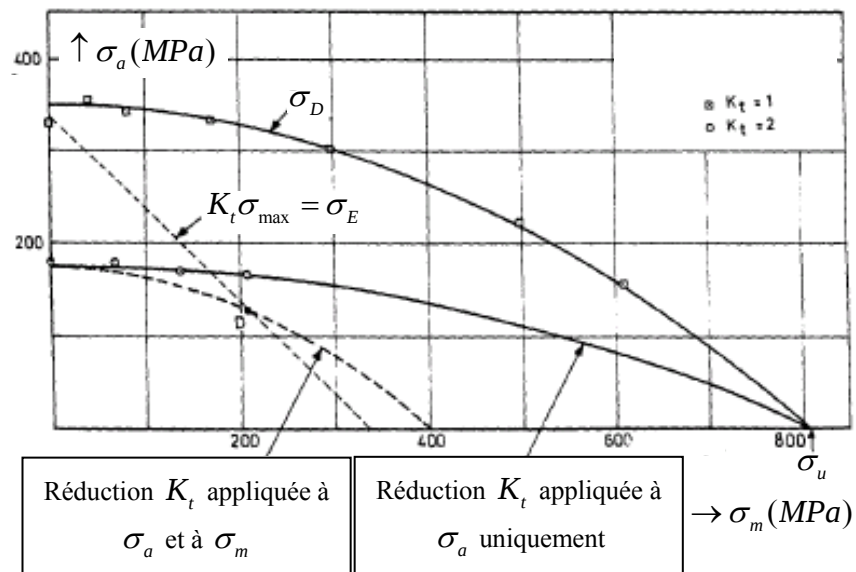


Figure 23. Limites de fatigue dans un acier SAE 4130 ($\sigma_u = 807, \sigma_E = 680 \text{ MPa}$)

Ces résultats montrent que l'allure de la courbe $\sigma_a = \sigma_a(\sigma_m)$ dans l'alliage d'aluminium (figure 22) est quasi linéaire, assimilable à une droite de Goodman, alors que dans l'acier (figure 23), cette allure est plutôt parabolique, proche du modèle de Gerber. On peut en tirer pour les limites de fatigue des échantillons entaillés, les observations suivantes :

- i. La réduction par K_t appliquée à la fois à σ_a et à σ_m , donne des résultats plutôt satisfaisants dans l'alliage d'aluminium peu ductile. Ce résultat n'est pas étonnant compte tenu de la position du point D, intersection de la courbe $\sigma_a = \sigma_a(\sigma_m)$ avec la droite $K_t(\sigma_m + \sigma_a) = \sigma_E$.
- ii. La réduction par K_t appliquée uniquement à σ_a est en bon accord avec les résultats expérimentaux dans l'acier SAE 4130 et ce, même en dessous de la droite $K_t(\sigma_m + \sigma_a) = \sigma_E$. Cet alliage, plus ductile, a une meilleure résistance à l'effet d'entaille.

V.3 Influence de l'état de surface

La rugosité de surface a une influence significative sur l'amorçage des fissures de fatigue, et en particulier sur la limite de fatigue. S'appuyant sur le principe de similitude, la discussion dans les paragraphes précédents a porté sur les relations entre la limite de fatigue déterminée par essais sur éprouvettes entaillées et sur éprouvettes lisses. On a implicitement supposé que les états de surface étaient de bonne qualité et similaires pour les deux types d'éprouvettes. Hors en général, les éprouvettes lisses utilisées pour les essais en laboratoire, ont une qualité de surface très bonne avec un polissage final à la pâte diamant conduisant à une surface miroir. Dans les éprouvettes entaillées et notamment à fond d'entaille où s'amorcent les fissures, il est très difficile d'obtenir un état de surface d'aussi bonne qualité. De plus, dans les éléments entaillés des structures industrielles, une bonne qualité de surface qui coûte chère n'est pas toujours justifiée d'un point de vue économique.

L'influence de l'état de surface est caractérisée, en général, pour des essais sur éprouvettes lisses et à contrainte moyenne nulle, par un paramètre (γ) défini par :

$$\gamma = \frac{\sigma_D^{QS}}{\sigma_D}$$

où σ_D est la limite de fatigue obtenue sur une éprouvette lisse dont la surface est de type miroir, et σ_D^{QS} la limite de fatigue dans une éprouvette lisse dont l'état de surface est de qualité spécifique, liée par exemple à une rugosité de surface donnée. La figure 24 donne les variations de γ en fonction de la rugosité moyenne de surface dans des aciers. La figure 25 donne les mêmes variations mais en fonction du procédé d'obtention des échantillons. Ces résultats montrent des chutes importantes des valeurs de γ dans les aciers à haute résistance, avec des réductions de la limite d'endurance pouvant atteindre 90% (figure 25).

Ces résultats, obtenus sur éprouvettes lisses, sont généralement transposés aux éléments entaillés, et on écrit :

$$\sigma_{DK}^{QS} = \gamma \sigma_{DK}$$

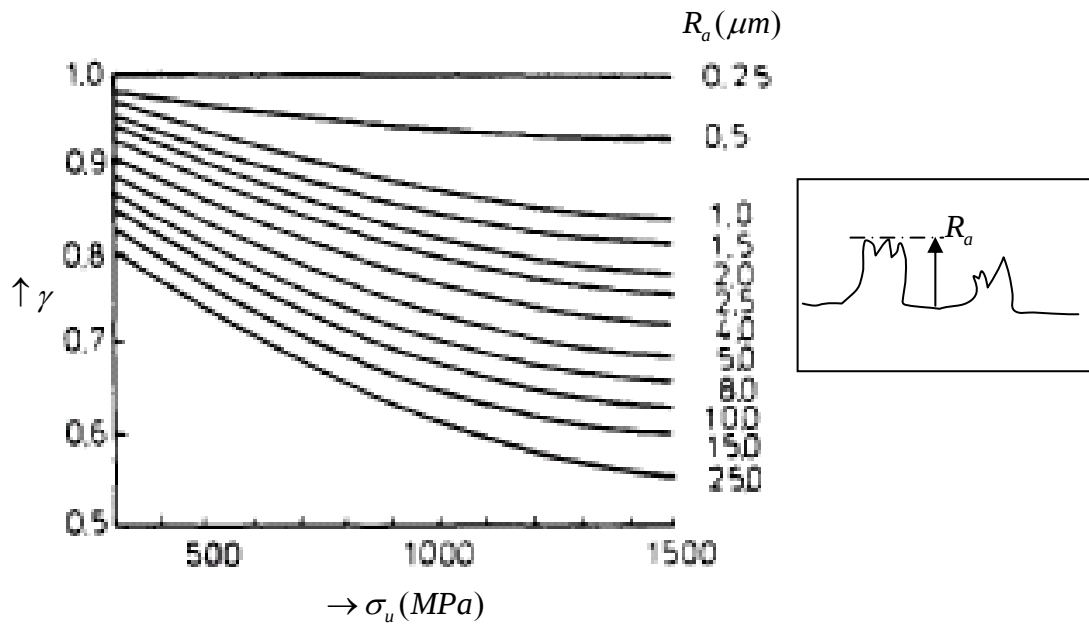


Figure 24. Influence de la rugosité de surface sur la limite de fatigue dans les aciers

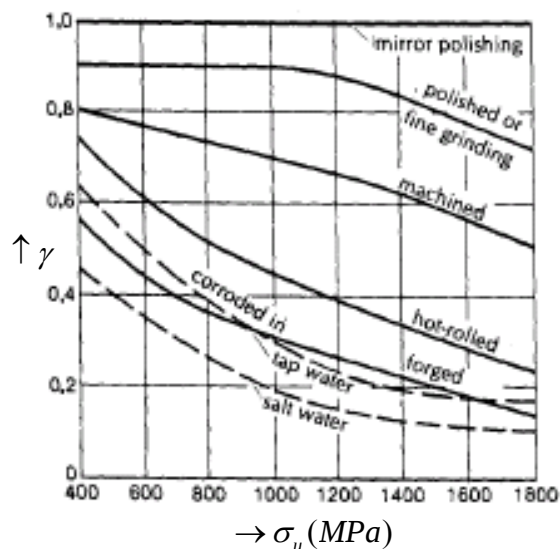


Figure 25. Influence de l'état de surface sur la limite de fatigue dans les aciers

V.4 Courbes de Whöler d'éléments entaillés

Les paragraphes précédents traitaient de la limite de fatigue dans les éprouvettes entaillées, c'est-à-dire la limite d'endurance pour un grand nombre de cycles ($N_f \approx 10^7$ cycles). Cette limite correspond, rappelons-le, au niveau de contrainte en dessous duquel les microfissures peuvent s'amorcer mais sans se propager. Il convient à

présent d'examiner l'allure de la courbe d'endurance pour les échantillons entaillés lorsque les microfissures se propagent après la phase d'amorçage en surface. Celles-ci pénètrent alors à l'intérieur du matériau et les conditions de surface n'ont quasiment plus d'influence. Les courbes d'endurance exprimant la durée de vie pour un niveau de contrainte donné, intègrent dans cette durée la phase d'amorçage et celle de propagation. Elles ont l'allure indiquée sur la courbe 26. L'effet d'entaille diminue à mesure que l'amplitude de contrainte appliquée augmente.

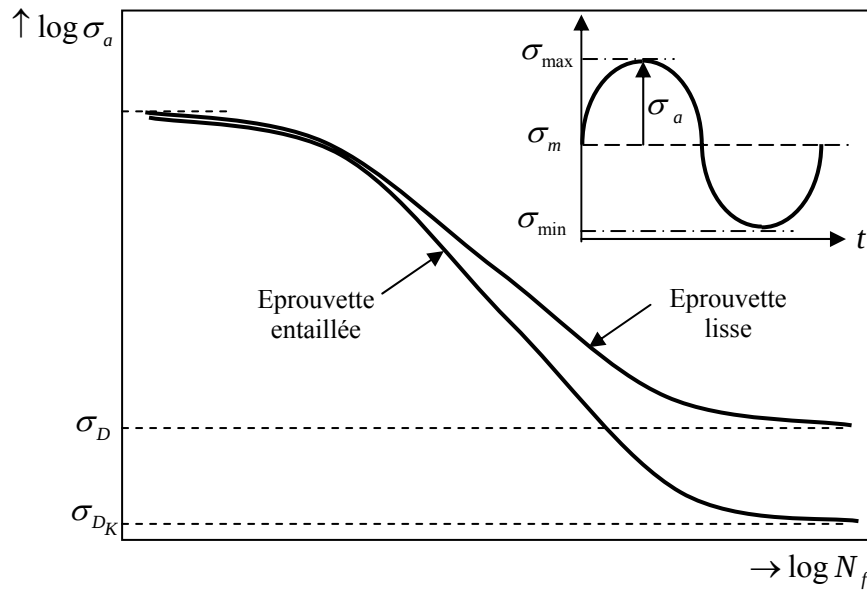


Figure 26. Courbes de Whöler d'éprouvettes entaillée et lisse

Les courbes de la figure 26 sont limitées aux valeurs élevées et basses de l'amplitude de contrainte σ_a , par les droites :

$$\sigma_a = \sigma_u - \sigma_m \quad \text{et} \quad \sigma_a = \sigma_D \quad (\text{ou } \sigma_a = \sigma_{DK})$$

En première approximation, elles peuvent être décrites par la relation empirique proposée par Basquin :

$$N_f = \frac{A}{\sigma_a^n} \quad \text{pour} \quad \sigma_{DK} < \sigma_a < \sigma_u - \sigma_m$$

Les valeurs de cadrage N_1 et N_2 de la représentation de Basquin (figure 27) sont généralement d'environ $N_1 \approx 10^2 \text{ cycles}$ et $N_2 \approx 10^6 \text{ cycles}$ dans les aciers. Dans les aluminiums, la valeur N_2 est plus proche de 10^7 cycles .

Les figures 28a et 28b reproduisent des résultats d'endurance d'échantillons entaillés en acier SAE 4130, ajustés à la relation de Basquin. Il s'agit de courbes d'endurance pour des essais à $\sigma_m = 0$. La limite de fatigue obtenue sur éprouvette lisse en acier SAE 4130, est $\sigma_D = 350 \text{ MPa}$. La limite de fatigue pour éprouvette entaillée peut être estimée à partir de la relation de Neuber (équation [IV.13]), avec le paramètre $\sqrt{A} = 0,275\sqrt{\text{mm}}$ pour $\sigma_u = 806 \text{ MPa}$ (cf. figure 15), soit :

$$K_t = 2,16, \rho = 8,1 \text{ mm}, K_f = 2,06, \sigma_{D_K} = 350 / 2,06 \approx 170 \text{ MPa} \quad (\text{figure 28})$$

$$K_t = 4, \rho = 1,45 \text{ mm}, K_f = 3,44, \sigma_{D_K} = 350 / 3,44 \approx 102 \text{ MPa} \quad (\text{figure 29})$$

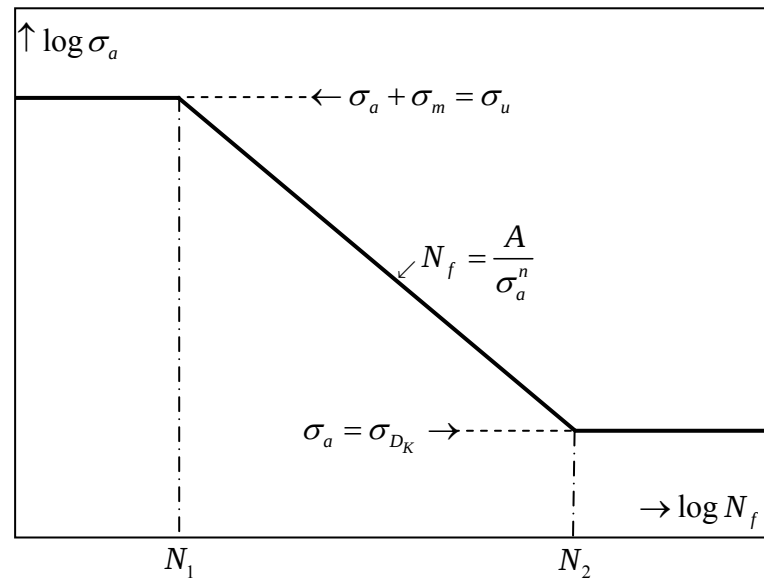


Figure 27. Courbe de Whöler décrite par la relation de Basquin

Les valeurs des coefficients A et n de la relation de Basquin ajustée aux résultats expérimentaux dans l'acier SAE 4130, sont :

$$\begin{array}{lll} K_t = 2,16 & A = 1,59 \cdot 10^{19} & n = 5,92 \\ K_t = 4 & A = 8,91 \cdot 10^{14} & n = 4,46 \end{array}$$

On observe fréquemment une diminution de l'exposant n lorsque le K_t augmente. L'approche empirique de Basquin donne une estimation de la limite d'endurance pour les bureaux d'étude mais dans les structures nécessitant une grande fiabilité des essais expérimentaux restent souvent nécessaires.

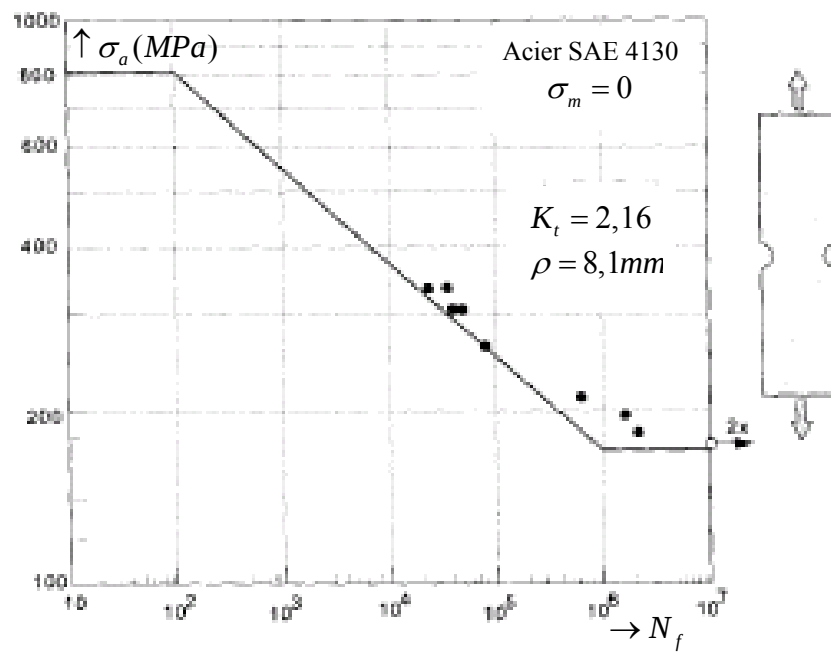


Figure 28a. Courbe de Whöler décrite par la relation de Basquin

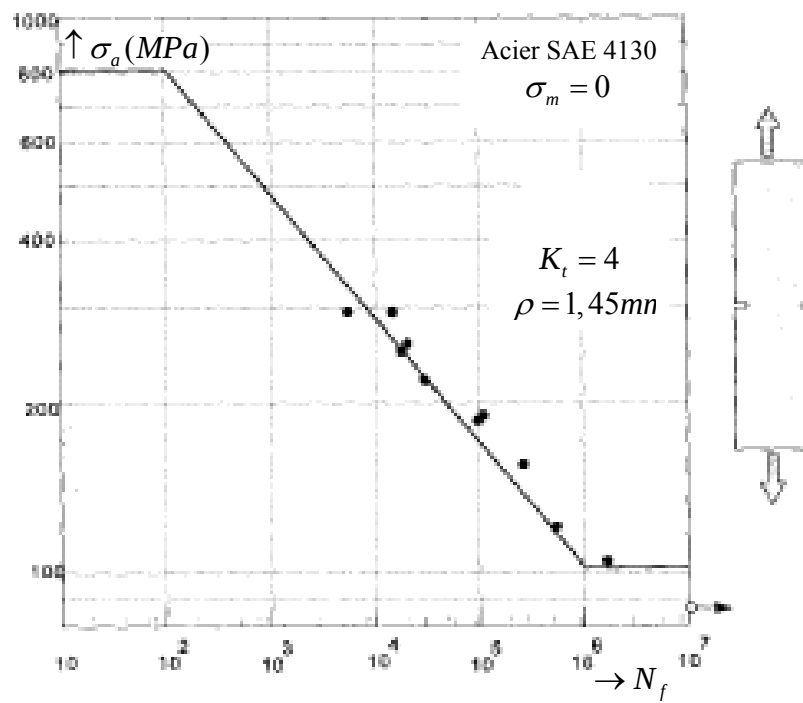


Figure 28b. Courbe de Whöler décrite par la relation de Basquin

V.5 Etudes de cas

Les paragraphes précédents montrent que les paramètres ayant une influence sur la limite de fatigue d'éléments entaillés sont :

- le facteur de concentration de contrainte K_t
- le rayon à fond d'entaille ρ
- la rugosité de surface
- le type de matériau

La connaissance des effets de ces paramètres sur la limite de fatigue est cernée qualitativement. La question qui se pose est la suivante :

Peut-on, à partir de la connaissance qualitative de ces effets, faire des prédictions, sinon précises, du moins conservatives ?

Pour répondre à cette question, quelques cas de prédictions sont traités dans ce qui suit.

Exemple 1. Une bielle (figure 29) est constituée d'un acier dont la contrainte ultime et la limite de fatigue sont :

$$\sigma_u = 1000 \text{ MPa} \quad \sigma_D = 400 \text{ MPa} \text{ (sur éprouvette lisse)}$$

Le chargement cyclique appliqué en service à la bielle est tel que $\sigma_m = 0$. Les fissures de fatigue peuvent s'amorcer dans le congé de raccordement de rayon $\rho = 40 \text{ mm}$. Le calcul du coefficient de concentration de contrainte dans le congé donne $K_t = 1,1$. L'état de surface du congé est caractérisé par une rugosité $R_a = 5 \mu\text{m}$.

Quelle est la limite de fatigue ?

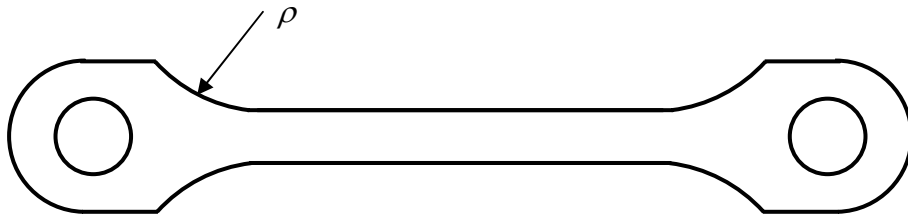


Figure 29. Bielle

$$\sigma_u = 1000 \text{ MPa}, \sqrt{A} = 0,19\sqrt{\text{mm}}, K_t = 1,1 \text{ et } \rho = 40 \text{ mm} \Rightarrow \frac{K_f}{K_t} \approx 1$$

$$\sigma_u = 1000 \text{ MPa}, R_a = 5 \mu\text{m} \Rightarrow \gamma \approx 0,75$$

$$\sigma_{D_K}^{QS} = \gamma \sigma_{D_K} = \gamma \sigma_D / K_f = 0,75 \cdot 400 / 1,1 \approx 273 \text{ MPa}$$

Cette valeur est une estimation de la limite d'endurance déterminée à partir de relations empiriques. En général, on choisit un coefficient de sécurité, mettons de 0,8, ce qui donne pour l'amplitude de contrainte admissible σ_{adm} :

$$\sigma_{adm} = 0,8 \cdot 273 \approx 218 \text{ MPa}$$

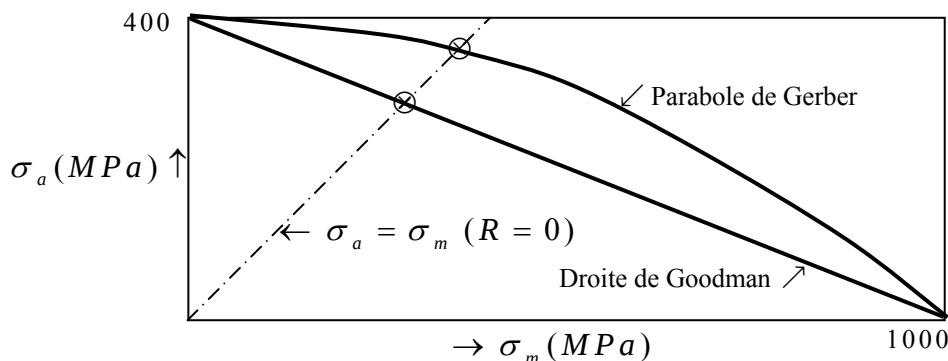
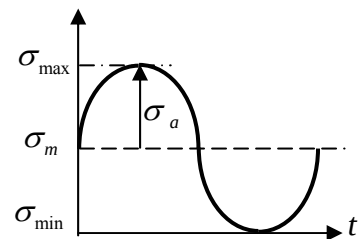
Le choix du coefficient de sécurité dépend de la marge d'erreur sur les formules empiriques utilisées. Il dépend aussi de la fiabilité que l'on souhaite pour le système. Est-ce que, par exemple, une rupture occasionnelle par fatigue est vraiment à éviter ou pas ? Le chargement en service est-il connu avec précision ? Y a t'il des risques de surcharge ? Les réponses à toutes ces questions conditionnent le choix du coefficient de sécurité.

Exemple 2. La bielle de l'exemple précédent est soumise à une traction répétée (chargement à $\sigma_{\min} = 0$). Déterminer, à partir du diagramme de Haig, un cadrage de la limite de fatigue en considérant la parabole de Gerber et la droite de Goodman.

Droite de Goodman : $\frac{\sigma_a}{\sigma_D} + \frac{\sigma_m}{\sigma_u} = 1 \Rightarrow \sigma_a = 400 \left(1 - \frac{\sigma_m}{1000} \right)$

Parabole de Gerber : $\frac{\sigma_a}{\sigma_D} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_u} \right)^2 = 1 \Rightarrow \sigma_a = 400 \left(1 - \left(\frac{\sigma_m}{1000} \right)^2 \right)$

Le chargement est à $\sigma_{\min} = 0$ ($R = 0$), soit $\sigma_m = \frac{\sigma_{\max}}{2} = \sigma_a$



Le calcul des limites de fatigue $\sigma_D^{R=0}$ à rapport de charge nul ($R = 0$) donne alors :

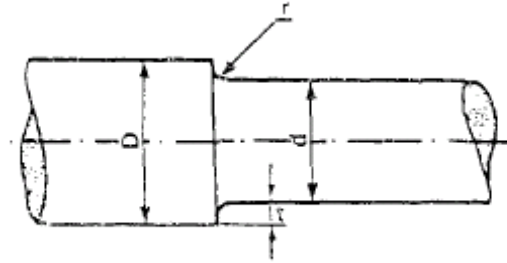
Droite de Goodman : $\sigma_D^{R=0} = 400 \left(1 - \frac{\sigma_D^{R=0}}{1000} \right) \Rightarrow \sigma_D^{R=0} = 285,7 \text{ MPa}$

Parabole de Gerber : $\sigma_D^{R=0} = 400 \left(1 - \left(\frac{\sigma_D^{R=0}}{1000} \right)^2 \right) \Rightarrow \sigma_D^{R=0} = 350,8 \text{ MPa}$

D'où $\sigma_{D_K}^{QS} = \gamma \sigma_D^{R=0} / K_f \Rightarrow 0,75 \cdot 285,7 / 1,1 < \sigma_{D_K}^{QS} < 0,75 \cdot 350,8 / 1,1$

Soit $194,8 \text{ MPa} < \sigma_{D_K}^{QS} < 239,2 \text{ MPa}$

Exemple 3. Un arbre à épaulement est soumis à une flexion rotative. Les prédictions des limites de fatigue sont faites pour deux aciers de contraintes ultimes $\sigma_u = 450 \text{ MPa}$ et $\sigma_u = 1350 \text{ MPa}$ et de limites de fatigue sur éprouvettes lisses $\sigma_D = 205 \text{ MPa}$ et $\sigma_D = 540 \text{ MPa}$. Les calculs sont effectués pour deux rayons de raccordement $r = 1 \text{ mm}$ et $r = 5 \text{ mm}$ avec $D = 40 \text{ mm}$ et $d = 30 \text{ mm}$. La rugosité de l'état de surface du congé est $R_a = 4 \mu\text{m}$.



Les K_t pour les deux rayons de raccordement sont calculés par les formules de Neuber :

$$K_t = 1 + 1 / \sqrt{\left(\frac{1}{0,541 K_p} \right)^2 + \left(\frac{1}{0,843 K_q} \right)^2} \quad \text{avec} \quad K_p = \sqrt{1 + \frac{d}{2r}} - 1 \quad \text{et} \quad K_q = \frac{1}{\sqrt{\frac{2r}{D-d}}}$$

soit

$$r = 1 \text{ mm} \Rightarrow K_t = 2,23 \quad \text{et} \quad r = 5 \text{ mm} \Rightarrow K_t = 1,46$$

Les valeurs du facteur d'entaille en fatigue K_f sont :

$$\begin{aligned} \sigma_u = 1350 \text{ MPa}, \sqrt{A} = 0,10 \sqrt{\text{mm}} & \begin{cases} K_t = 2,23 & \rho = 1 \text{ mm} \Rightarrow K_f = 0,95 K_t = 2,12 \\ K_t = 1,46 & \rho = 5 \text{ mm} \Rightarrow K_f = 0,99 K_t = 1,44 \end{cases} \\ \sigma_u = 450 \text{ MPa}, \sqrt{A} = 0,50 \sqrt{\text{mm}} & \begin{cases} K_t = 2,23 & \rho = 1 \text{ mm} \Rightarrow K_f = 0,82 K_t = 1,82 \\ K_t = 1,46 & \rho = 5 \text{ mm} \Rightarrow K_f = 0,94 K_t = 1,38 \end{cases} \end{aligned}$$

La rugosité de surface considérée conduit aux valeurs suivantes du paramètre γ :

$$\sigma_u = 1350 \text{ MPa}, \quad R_a = 4 \mu\text{m} \Rightarrow \gamma \approx 0,72$$

$$\sigma_u = 450 \text{ MPa}, \quad R_a = 4 \mu\text{m} \Rightarrow \gamma \approx 0,88$$

Les limites de fatigue σ_{DK}^{QS} sont indiquées dans le tableau récapitulatif suivant :

$\sigma_u \text{ (MPa)}$	1350		450	
$\sigma_D \text{ (MPa)}$	540		205	
$\sqrt{A}(\sqrt{\text{mm}})$	0,10		0,50	
γ	0,72		0,88	
$\rho \text{ (mm)}$	1	5	1	5
K_t	2,23	1,46	2,23	1,46
K_f	2,12	1,44	1,82	1,38
$\sigma_{DK}^{QS} = \gamma \sigma_D / K_f \text{ (MPa)}$	183,4	270	99,1	130,7

Commentaires

- Pour les géométries simples, les valeurs de K_t sont facilement accessibles via des relations de type Neuber ou via des abaques existant dans des manuels spécialisés comme celui de Peterson (« *Stress concentrations Factors* », John Wiley & Sons, New York, 1974).
- Pour les géométries plus complexes, on a recours aux calculs par éléments finis. Ces calculs sont facilement réalisables avec des codes tels ABAQUS, ANSYS ; il faut juste veiller à bien mailler l'élément entaillé en resserrant le maillage dans les zones de concentration de contrainte.
- Le facteur d'entaille en fatigue K_f est généralement déduit à partir de relations empiriques de type Neuber ou Peterson. Ces relations donnent des approximations du K_f qu'il faut utiliser avec précaution car elles ne sont établies le plus souvent que pour les aciers. On peut aussi, pour plus de sécurité, utiliser uniquement le coefficient K_t , mais les résultats peuvent alors être trop conservatifs (donc dimensionnement parfois excessif), notamment dans les alliages métalliques très ductiles (faibles valeurs de σ_u).
- L'effet de l'état de surface sur la limite de fatigue d'éléments de structures entaillés constitue une difficulté : l'importance de cet effet augmente avec la résistance du matériau. La rugosité de surface est-elle suffisante pour la prise en compte de cet effet ? La présence de la corrosion qui non seulement altère l'état de surface, mais fragilise le matériau, rend plus délicate la prévention de la limite de fatigue.
- Pour toutes les raisons indiquées précédemment, il convient de parler plutôt d'estimation approximative que de prédiction de la limite de fatigue des éléments de structure entaillés.

VI PROPAGATION DES FISSURES DE FATIGUE

On distingue deux étapes dans l'endommagement par fatigue : l'amorçage et la propagation. L'amorçage qui englobe la propagation de microfissures est un phénomène qui se produit essentiellement en surface. La propagation proprement dite commence lorsque les fissures pénètrent à l'intérieur du matériau. La croissance de celles-ci dépend de la résistance en volume du matériau. Les paragraphes précédents ont abordé essentiellement l'amorçage. Le présent paragraphe traite de la propagation au-delà de la phase d'amorçage.

Dans quelles conditions la propagation des fissures de fatigue présente un intérêt ? Les spectres de charge subis par les structures en service peuvent contenir des contraintes de niveau supérieur à la limite de fatigue et donc provoquer la propagation des fissures. Par ailleurs, certaines structures contiennent des fissures inhérentes aux procédés de fabrication, et la maîtrise de leur propagation devient alors importante pour l'intégrité de la structure. C'est ce qu'on appelle le concept de tolérance au dommage qui peut s'énoncer ainsi : puisque certaines structures contiennent inévitablement des fissures, leur dimensionnement et/ou leur durée de vie doivent être tels que ces fissures n'atteignent pas une taille critique conduisant à la rupture brutale. C'est notamment le cas des structures aéronautiques : les avions par exemple, où des fissures sont présentes un peu partout dans le carénage, ont une durée de vie limitée. Ils sont régulièrement inspectés à des périodes fixées par la vitesse de propagation des fissures, de sorte que les tailles de celles-ci ne deviennent pas critiques.

La présence de fissures dans les structures est donc tolérée. Lorsque la sécurité n'est pas essentielle, comme par exemple, les essieux des roues de tracteur qui rompent le plus souvent en fatigue, on remplace alors l'essieu quand il est hors usage. Mais lorsque ce n'est pas le cas, comme par exemple, les réservoirs sous pression qui peuvent exploser et provoquer des catastrophes, il faut des inspections régulières pour éviter la rupture brutale.

VI.1 Essai de fissuration par fatigue

Un essai de propagation de fissure de fatigue peut être conduit sur une simple plaque percée d'un trou central prolongé d'entailles aiguës pour faciliter l'amorçage (zoom de la figure 30). Si W est la largeur de la plaque, des bonnes conditions d'essai exigent que son épaisseur soit environ égale à $W/20$, le diamètre du trou central de l'ordre de $W/30$ et la longueur initiale $2a_0$ (trou et entailles) d'environ $W/10$. Ce type d'éprouvette est appelé éprouvette CCT ; l'éprouvette CT est également très utilisée pour les essais de propagation des fissures de fatigue (voir figure 10 du chapitre III).

La photo sur la figure 30 montre le dispositif de fixation de l'éprouvette CCT entre les mors de la machine de fatigue. La longueur de fissure est mesurée régulièrement à l'aide de méthodes optique ou électrique.

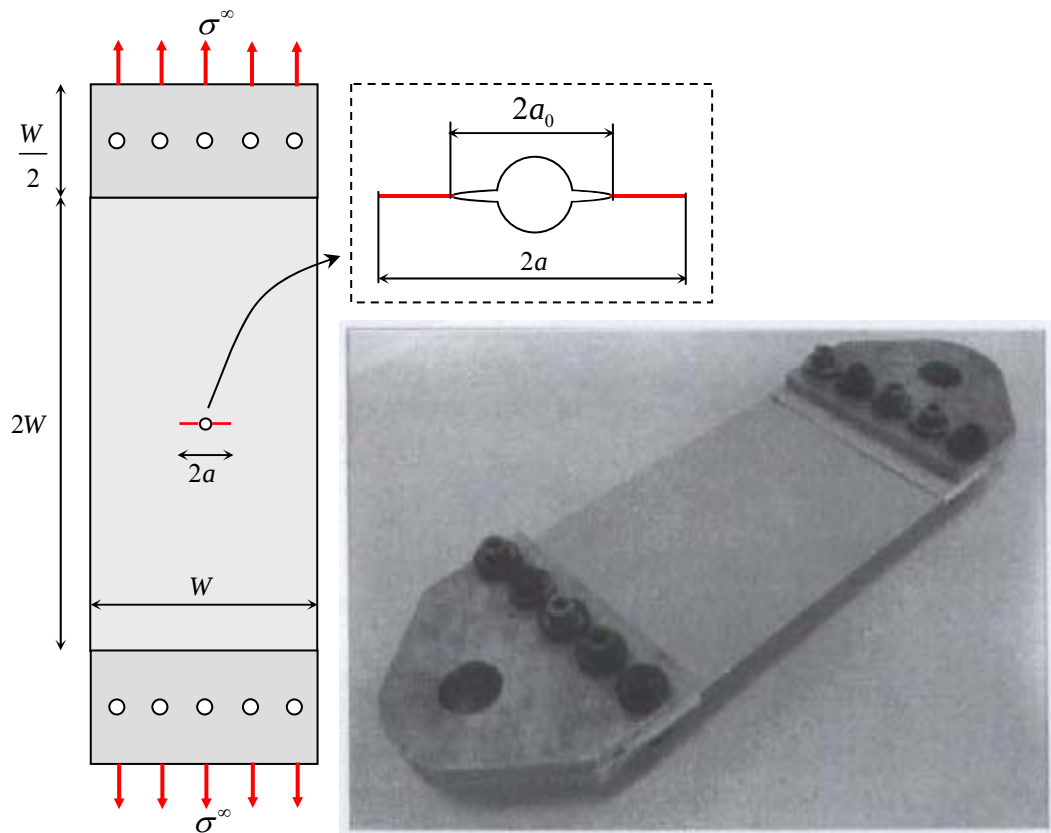


Figure 30. Eprouvette CCT pour essais de propagation de fissure de fatigue

Pour décrire la progression des fissures, on peut représenter la longueur a en fonction du nombre de cycles N subi par l'éprouvette d'essai (figure 31), ou la vitesse de fissuration da/dN en fonction de a (figure 32), ou encore da/dN en fonction de l'amplitude de l'intensité des contraintes ΔK (figure 33).

La figure 31 représente deux essais sur des éprouvette CCT ($W = 100\text{mm}$) sollicitées à des niveaux de chargements cycliques différents mais à même rapport de charge : la progression de fissure est tout naturellement plus rapide à l'amplitude de contrainte, σ_1 , la plus forte. L'essai à amplitude $\sigma_2 < \sigma_1$, conduit à une rupture de l'éprouvette pour un nombre de cycles plus élevé.

La figure 32 représente la variation de la vitesse de propagation da/dN en fonction de la longueur de fissure a . Cette vitesse est plus élevée à l'amplitude de contrainte $\sigma_1 > \sigma_2$.

La figure 33 montre l'évolution de la vitesse de propagation en fonction de l'amplitude de l'intensité des contraintes $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$: on aboutit à une courbe unique ce qui montre que le paramètre ΔK est le plus approprié pour décrire la fissuration en fatigue. Ce point est développé dans les paragraphes qui suivent.

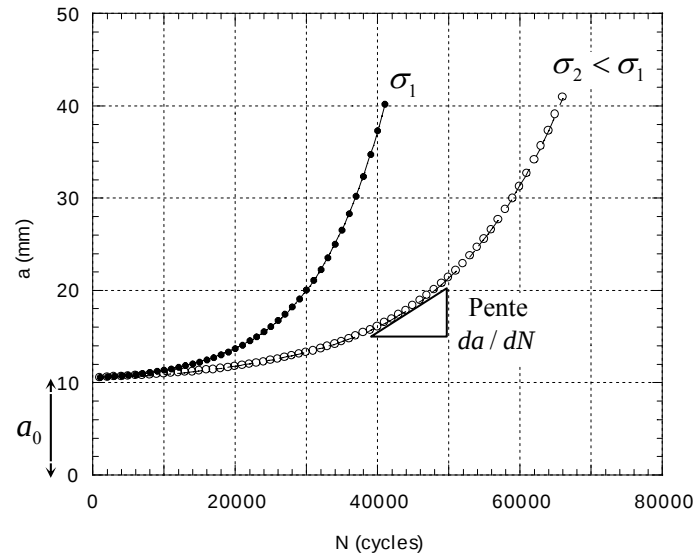


Figure 31. Variations de la longueur de fissure a en fonction du nombre de cycles N pour deux amplitudes de contraintes σ_1 et σ_2 .

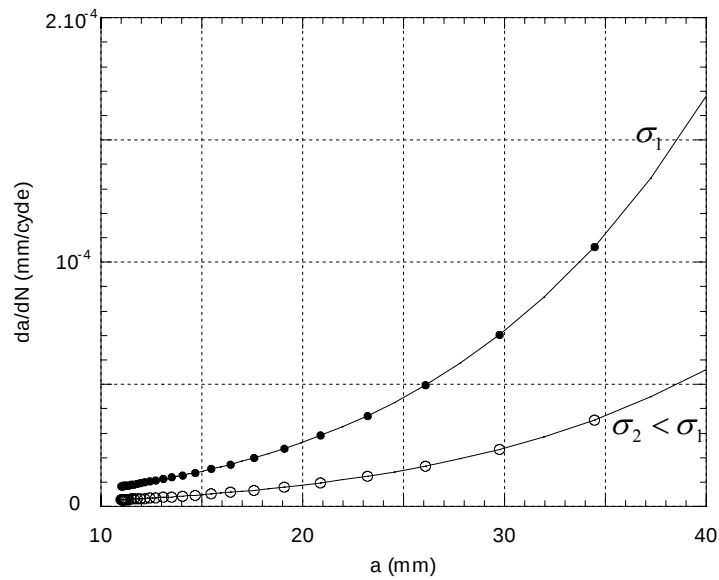


Figure 32. Variations de la vitesse de fissuration da/dN en fonction de la longueur de fissure a pour deux amplitudes de contraintes σ_1 et σ_2 .

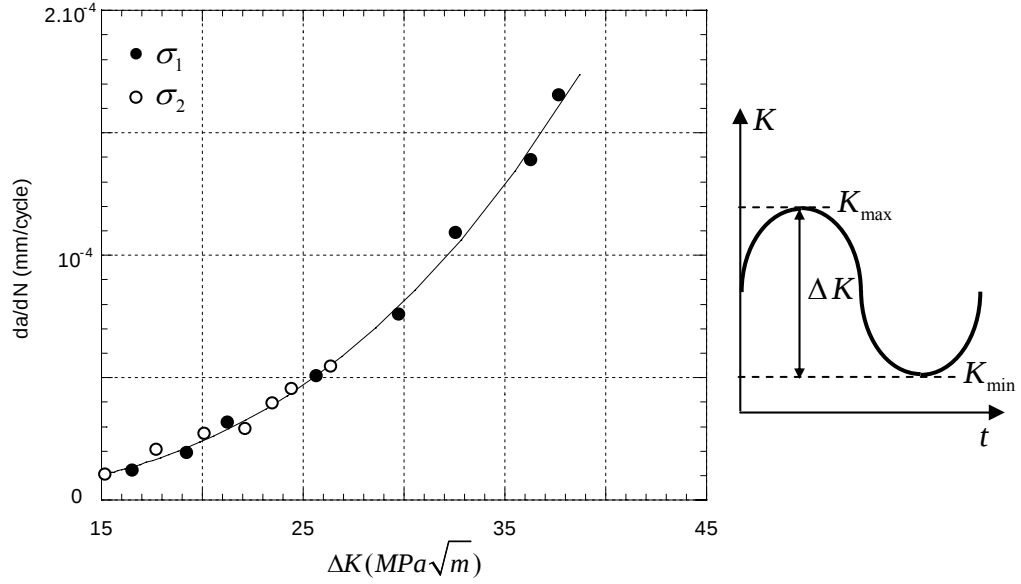


Figure 33. Variations de la vitesse de fissuration da/dN en fonction de l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes ΔK pour deux amplitudes de contraintes σ_1 et σ_2 .

VI.2 Facteur d'intensité des contraintes et principe de similitude

Comme le montre la figure 33, les vitesses de fissuration en fonction de l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes ΔK , sont décrites par une courbe unique pour les deux essais effectués à même rapport de charge mais à des amplitudes de contraintes différentes σ_1 et σ_2 . Ce résultat permet d'énoncer le **principe de similitude** relatif au facteur d'intensité des contraintes : lorsque deux fissures sollicitées à même rapport de charge, sont soumises à la même amplitude du facteur d'intensité des contraintes, les vitesses de propagation sont alors les mêmes. Ce principe est néanmoins violé lorsque les fissures sont de petites tailles : la problématique des fissures courtes sera abordée au paragraphe VI.7.

Le rapport de charge R est défini par :

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{K_{\min}}{K_{\max}} \text{ avec } K_{\max} = \sigma_{\max} \sqrt{\pi a} f(a/W) \text{ et } K_{\min} = \sigma_{\min} \sqrt{\pi a} f(a/W)$$

où

$f(a/W)$ est la fonction complaisance définie au chapitre 3.

On a ainsi :

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = K_{\max} (1 - R) \Rightarrow K_{\max} = \frac{\Delta K}{1 - R} \text{ et } K_{\min} = \frac{R}{1 - R} \Delta K$$

On peut donc écrire :

$$\frac{da}{dN} = f(K_{\max}, K_{\min}) \quad [\text{IV.17a}]$$

ou

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R) \quad [\text{IV.17b}]$$

En général, une courbe de fissuration comme celle de la figure 33 est représentée en échelle bi-logarithmique ($\log(da/dN) - \log(\Delta K)$). La courbe 34 montre un exemple de courbes de fissuration obtenues sur un alliage d'aluminium⁷. Celles-ci sont issues d'essais sur éprouvettes CCT, sollicitées avec deux rapports de charge R et deux amplitudes de contrainte pour chaque valeur de R . Ces résultats montrent bien que les courbes de fissuration dépendent du rapport de charge comme le prévoit la relation [IV.17b] ; à même ΔK , la vitesse de propagation da/dN croît avec R , autrement dit da/dN est plus rapide lorsque σ_m , le niveau moyen de la contrainte cyclique, augmente.

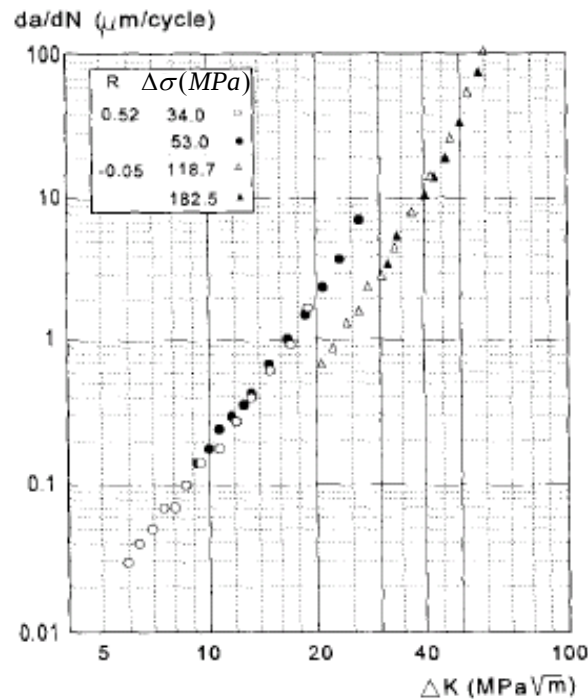


Figure 34. Courbes $da/dN - \Delta K$ à deux rapports de charge et pour deux niveaux de contraintes à chaque rapport

VI.3 Courbe de fissuration en fatigue

La figure 34 montre des courbes de fissurations partielles. L'allure d'une courbe de fissuration (ou courbe de propagation en fatigue) complète est indiquée sur la figure 35. Ce type de courbe est obtenu pour un rapport de charge R fixé ; on observe un déplacement de la courbe vers la gauche, lorsque R augmente.

Pour un matériau donné, on distingue généralement trois domaines dans la courbe de propagation par fatigue :

- Le domaine ❶ des faibles vitesses, obtenu par des essais à ΔK décroissant : cette procédure permet de déterminer la valeur seuil de l'amplitude du FIC, ΔK_{seuil} , en dessous de laquelle, une fissure, présente dans un matériau, ne se propage plus. Compte tenu de la procédure, la longueur de fissure est relativement longue lorsque le ΔK_{seuil} est atteint. La connaissance de ΔK_{seuil} est d'une grande importance pour les structures nécessitant une grande fiabilité. Elle varie avec le rapport de charge R et le milieu environnant. La relation empirique de Klesnil et Lukas⁸, la plus utilisée pour décrire ces variations, est de la forme :

$$\Delta K_{seuil} = (1 - R)^\gamma \Delta K_0 \quad [IV.18]$$

où ΔK_0 est la valeur seuil pour $R = 0$. L'exposant γ est compris entre 0 et 1 : il est proche de 1 lorsque l'essai de fatigue est conduit dans des environnements agressifs et proche de 0 pour des milieux inertes, tel que le vide, ou tout environnement gazeux dont les molécules ne s'adsorbent pas sur les surfaces fraîchement créées lors de la fissuration.

- Le domaine ❷ des vitesses moyennes, obtenu par des essais à ΔK croissant : la vitesse de fissuration dans ce domaine est le plus souvent décrite par la relation empirique de Paris :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad [IV.19a]$$

C et m sont des constantes qui dépendent du matériau, du milieu environnant et du rapport de charge R .

- Le domaine ❸ des vitesses très élevées où les valeurs de K_{max} se rapprochent de la ténacité K_C du matériau.

L'influence du rapport de charge R sur l'ensemble de la courbe de fissuration est schématisée sur la figure 35b.

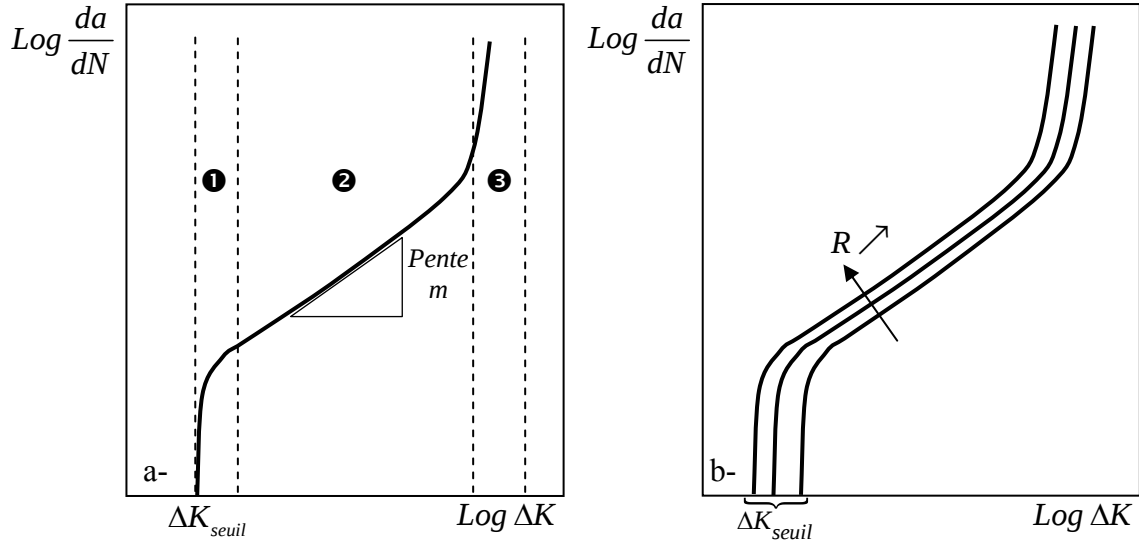


Figure 35. Courbes de propagation $da/dN - \Delta K$ en fatigue
a- à rapport de charge fixé, b- pour des rapports de charge différents

VI.4 Description de la courbe de fissuration

Pour décrire ce qui se passe au seuil, la relation la plus utilisée est celle de Klesnil et Lukas. La partie linéaire de la courbe de fissuration (domaine ② de la figure 35) est convenablement représentée par la relation de Paris. D'autres lois empiriques sont proposées pour décrire l'ensemble de la courbe de propagation.

Pour tenir compte de l'augmentation asymptotique de la vitesse de propagation lorsque $K_{max} \rightarrow K_C$ (domaine ③), Forman proposa une amélioration de la relation de Paris prenant en compte les domaines ② et ③ de la courbe de propagation :

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^m}{(1-R)(K_C - K_{max})} \quad [\text{IV.19b}]$$

Cette relation ignore cependant l'existence de ΔK_{seuil} , le seuil de non fissuration.

Pour rendre compte de l'effet de seuil dans le domaine ①, Klesnil et Lukas proposent une modification de la relation de Paris sous la forme :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K^m - \Delta K_{seuil}^m) = C\left(\Delta K^m - \left((1-R)^\gamma \Delta K_0\right)^m\right) \quad [\text{IV.19c}]$$

S'appuyant sur les modifications de Forman et de Klesnil et Lukas, d'autres auteurs proposent différentes formulations pour décrire toute la courbe de propagation en fatigue. On peut citer Priddle :

$$\frac{da}{dN} = C \left[\frac{\Delta K - \Delta K_{seuil}}{K_c - K_{max}} \right]^m \quad [IV.19d]$$

ou encore la relation de Frost établie pour les aciers ferrito-perlitiques :

$$\frac{da}{dN} = B \left[\frac{(\Delta K - \Delta K_{seuil})^4}{R_m^2 (K_c^2 - K_{max}^2)} \right]^n \quad [IV.19e]$$

Dans les bureaux d'étude, on considère en première approximation que la courbe de propagation peut être décrite par une relation de Paris étendue au domaine ❶ et ❸ selon la procédure indiquée sur la figure 36.

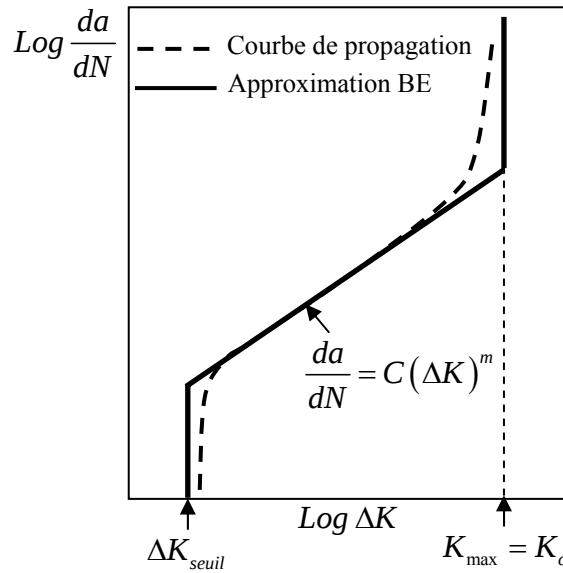


Figure 36. Extension du domaine de Paris $da/dN = C(\Delta K)^m$
entre $\Delta K = \Delta K_{seuil}$ et $K_{max} = K_c$

La durée de vie est alors calculée par intégration de la relation suivante :

$$N_f = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{C \Delta K^m} \quad [IV.20]$$

avec les longueurs a_0 et a_c déterminées à partir des égalités suivantes :

$$\Delta K_{seuil} = \Delta \sigma \sqrt{\pi a_0} f(a_0/W) \text{ et } K_c = \sigma_{max} \sqrt{\pi a_c} f(a_c/W)$$

VI.5 Cumul de l'endommagement en propagation

Lorsqu'un élément de structure fissuré est soumis à un chargement d'amplitude de contrainte constante $\Delta\sigma$, la durée de vie est calculée par une relation de type [IV.20] où l'amplitude de l'intensité des contraintes ΔK dépend de la longueur fissurée.

Si l'élément est soumis à un spectre de charge comportant plusieurs amplitudes $\Delta\sigma_i$, on procède de la façon suivante :

- On calcule l'accroissement de longueur de fissure Δa_i dû à chaque amplitude $\Delta\sigma_i$ appliquée pendant ΔN_i cycles, soit :

$$\Delta a_i = C (\Delta K_i)^m \Delta N_i = C \left(\Delta\sigma_i \sqrt{\pi a_i} f(a_i / W) \right)^m \Delta N_i$$

Le nombre de cycles $\Delta N_{\text{spectre}}$ subis pendant une période du spectre de charge et l'accroissement de longueur de fissure $\Delta a_{\text{spectre}}$ correspondant, sont donnés par :

$$\begin{aligned} \Delta N_{\text{spectre}} &= \sum_i \Delta N_i \\ \Delta a_{\text{spectre}} &= \sum_i \Delta a_i \end{aligned}$$

L'accroissement de longueur de fissure $\Delta a_{\text{spectre}}$ reste en général faible par rapport à la longueur de fissure a , si bien que l'on peut déterminer la vitesse moyenne da / dN_{spectre} sur le spectre de charge :

$$da / dN_{\text{spectre}} = \frac{\Delta a_{\text{spectre}}}{\Delta N_{\text{spectre}}} = \frac{\sum_i \Delta a_i}{\sum_i \Delta N_i} = \frac{\sum_i C \left(\Delta\sigma_i \sqrt{\pi a} f(a / W) \right)^m \Delta N_i}{\sum_i \Delta N_i}$$

soit

$$da / dN_{\text{spectre}} = C \left[\sqrt{\pi a} f(a / W) \right]^m \frac{\sum_i (\Delta\sigma_i)^m \Delta N_i}{\sum_i \Delta N_i}$$

Ce calcul repose sur l'utilisation d'une loi de cumul linéaire (de type Miner) des accroissements élémentaires Δa_i de fissure.

- On calcule ensuite la durée de vie en nombre de spectres (N_{spectre}) en intégrant une relation de type IV.20.

Lorsque le spectre de chargement n'est pas décomposable en cycles à $\Delta\sigma$ fixée, on utilise une approche, proposée par Barsom⁹, qui consiste à relier la vitesse de propagation da/dN à une amplitude du facteur d'intensité des contraintes ΔK_{mS} moyennée (moyenne des carrés des contraintes) sur une période du spectre de N_S cycles :

$$\Delta K_{mS} = \Delta\sigma_{mS} \sqrt{\pi a} f(a/W)$$

où

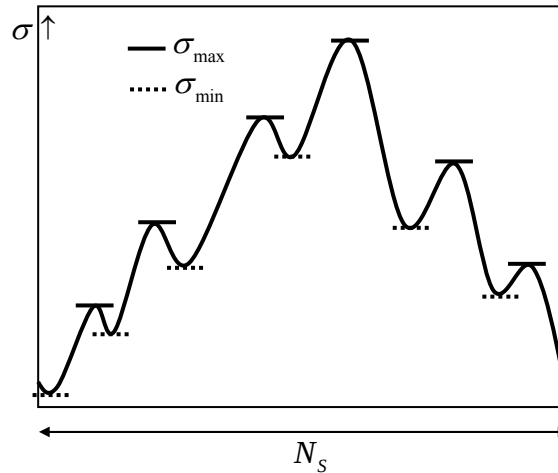
$$\Delta\sigma_{mS} = \sigma_{mS}^{\max} - \sigma_{mS}^{\min}$$

avec

$$\sigma_{mS}^{\max} = \sqrt{\frac{1}{N_S} \sum_{i=1}^{N_S} \sigma_{\max}^2}$$

et

$$\sigma_{mS}^{\min} = \sqrt{\frac{1}{N_S} \sum_{i=1}^{N_S} \sigma_{\min}^2}$$



On détermine, à partir de ces contraintes, R_{mS} le rapport de charge moyen sur le spectre :

$$R_{mS} = \frac{\sigma_{mS}^{\min}}{\sigma_{mS}^{\max}}$$

La vitesse est alors déterminée par une relation de type Paris :

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K_{mS})^m$$

La durée de vie est ensuite calculée par intégration d'une relation de type IV.20.

VI.6 Effet de fermeture de fissure

On a vu au chapitre 4 (paragraphe IX) que le fond de fissure se plastifie. Lorsqu'une fissure de fatigue se propage, elle entraîne avec elle la zone plastifiée qui se forme à son extrémité. Il se forme ainsi, au fur et à mesure que la fissure progresse, un sillage plastique autour de la fissure. Il s'ensuit alors qu'au cours d'un cycle de chargement, la décharge élastique du matériau entraîne des contraintes de compression sur le sillage plastique : c'est le phénomène de fermeture induite par la plastification. Elber¹⁰ fut le premier à observer un contact prématuré des lèvres de la fissure pendant la décharge lorsque la contrainte nominale n'est pas encore nulle. La fissure reste ensuite fermée pendant toute une partie du bas de cycle. Ainsi, alors que l'éprouvette d'essai est globalement en traction, la fissure peut rester fermée jusqu'à une contrainte appelée

contrainte d'ouverture σ_{ouv} (figure 37). Comme l'intensité de contrainte n'est pas transmise à l'extrémité de la fissure tant que celle-ci reste fermée, l'amplitude de contrainte $\Delta\sigma_{eff}$ qui contribue effectivement (ou efficacement) à la propagation est :

$$\Delta\sigma_{eff} = \sigma_{max} - \sigma_{ouv}$$

L'effet de la fermeture de fissure sur les courbes de propagation se traduit donc par une réduction de l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes $\Delta K = K_{max} - K_{min}$. Seule l'amplitude $\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{ouv}$ est effectivement transmise à l'extrémité de la fissure.

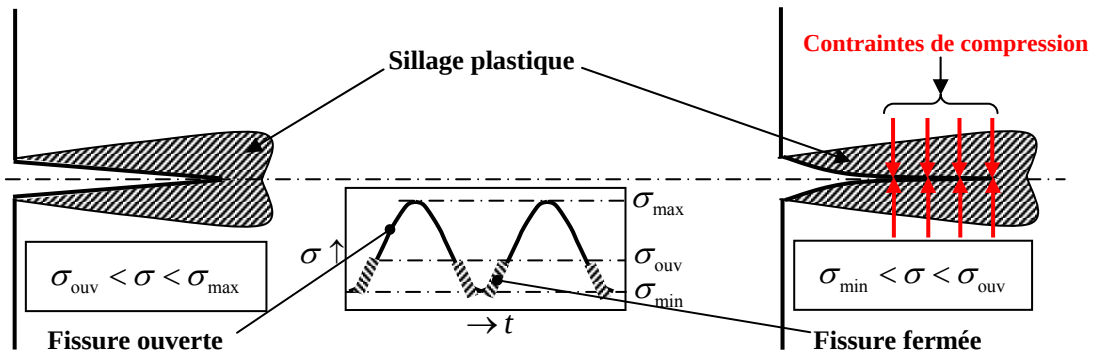


Figure 37. Représentation schématique de la fermeture de fissure induite par la plasticité

Elber a proposé de décrire les courbes de propagation, non pas en termes de ΔK , mais en termes de ΔK_{eff} , soit pour le domaine de Paris :

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K_{eff})^m$$

avec

$$\Delta K_{eff} = \Delta\sigma_{eff} \sqrt{\pi a} f(a/W)$$

La figure 38 reprend les courbes de propagation de la figure 34 en termes de ΔK_{eff} . On obtient alors une courbe unique $da/dN - \Delta K_{eff}$ pour les deux rapports de charge. Autrement dit, l'influence du rapport de charge sur les courbes de propagation $da/dN - \Delta K$ est directement liée à la fermeture de fissure qui intervient en bas de cycle de fatigue.

Lorsqu'on opère sous environnement oxydant, les contraintes de fermeture sont plus élevées du fait de la présence de débris d'oxyde sur les surfaces fraîchement rompues. La fermeture peut être également accentuée si le chemin de fissuration est sinueux avec des déplacements en mode II à l'extrémité de la fissure. Ces deux types de fermeture, induite par l'oxydation ou la rugosité des surfaces rompues, sont schématisés sur la figure 39.

Le développement de toutes ces fermetures (plasticité, plasticité+corrosion et ou déplacements en mode II) est lié à l'existence d'un sillage plastique. L'évolution du paramètre $K_{ouv} = \sigma_{ouv} \sqrt{\pi a} f(a/W)$ est représentée schématiquement en fonction de la longueur de fissure sur la figure 40. Il apparaît qu'en dessous d'une taille de fissure a_0 (et donc d'une longueur de sillage plastique), on observe une diminution de K_{ouv} . La longueur a_0 ainsi déterminée est de 1 à 2 mm selon les matériaux.

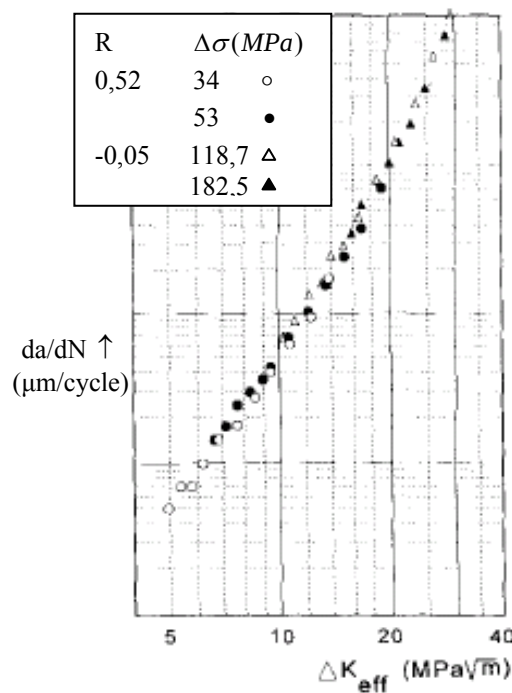


Figure 38. Courbes de propagation de la figure 34 représentées en termes de ΔK_{eff}

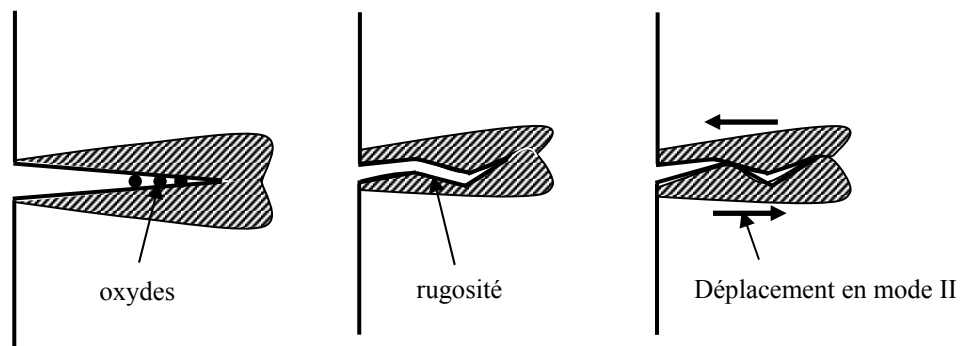


Figure 39. Accentuation de la fermeture de fissure par les dépôts d'oxyde et la rugosité des surfaces rompues

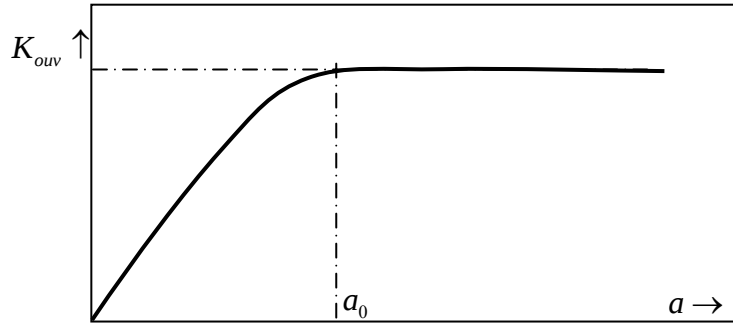


Figure 40. Evolution de la fermeture en fonction de la longueur de fissure

VI.7 Propagation des fissures courtes

L'examen de la figure 40 montre qu'une fissure dont la longueur est inférieure à a_0 (que l'on appelle fissure courte) a une intensité de contrainte effectivement transmise à son extrémité plus élevée, comparée à celle d'une fissure de longueur supérieure à a_0 (fissure longue) et soumise au même chargement. Ce résultat met en défaut le concept de similitude en mécanique de la rupture, selon lequel deux fissures de tailles différentes soumises au même chargement $\Delta K - R$ dans un système matériau-environnement donné, auront la même propagation, dès lors que $\Delta K > \Delta K_{seuil}$. Or l'expérience montre que les fissures courtes se propagent non seulement plus vite mais parfois à des niveaux d'intensité des contraintes inférieurs à ΔK_{seuil} . Ce seuil de non fissuration est déterminé selon une méthodologie de décroissance par paliers du ΔK qui conduit à des fissures dont la longueur est de plusieurs millimètres, autrement dit des fissures longues. La figure 41 présente schématiquement le comportement en propagation des fissures courtes de fatigue comparé en termes de ΔK à celui des fissures longues. Pour le calcul des durées de vie en bureau d'études (BE), on utilise en général une loi type Paris pour les fissures longues $(da/dN)^{FL}$ et une pour les fissures courtes $(da/dN)^{FC}$ tronquée à $\Delta K_{seuil}^{FL} = (K_{max} - K_{ouv})_{seuil}^{FL}$ (figure 41).

La propagation des fissures courtes se situe en fait dans un domaine intermédiaire entre l'amorçage des toutes petites fissures de la taille d'un grain et le domaine de propagation des fissures longues ; il faut se rappeler que limite de fatigue σ_D est l'amplitude de contrainte en dessous de laquelle une microfissure créée par fatigue dans un matériau n'arrive plus à passer un joint de grain. Il est clair qu'à l'échelle de ces toutes petites fissures, l'application de la mécanique linéaire de la rupture et plus précisément du concept de facteur d'intensité des contraintes, devient problématique car les hypothèses sur lesquelles elle repose ne sont pas vérifiées dans le cas des microfissures. Ces hypothèses supposent une taille de fissure grande par rapport d'une part à la zone plastifiée de la fissure et d'autre part aux dimensions microstructurales pour que le milieu soit considéré comme continu.