

Chapitre 2 : Introduction à l'Etude dynamique des engrenages (2 semaines)

- ❖ Pression superficielle et Résistance à la rupture pour engrenages cylindriques (dentures droite et hélicoïdale)

2.1. Étude dynamique

2.1. Introduction:

En règle générale, on peut dire que les engrenages servent à transmettre la puissance d'un arbre entraîné. Il faut donc s'assurer que les dents sont suffisamment robustes pour faire le travail.

2.2. Poussées sur les dentures, les arbres et les paliers

2.2.1. Engrenage parallèle à denture droite

Les termes suivants sont définis sur la figure 2.1 : F_n effort normal exercé par la denture menante sur la denture menée, dirigé suivant la ligne d'engrènement, et supposé concentré au milieu de la denture :

$$F_n \approx F_t / \cos \alpha \quad (\text{avec } \alpha \text{ angle de pression}).$$

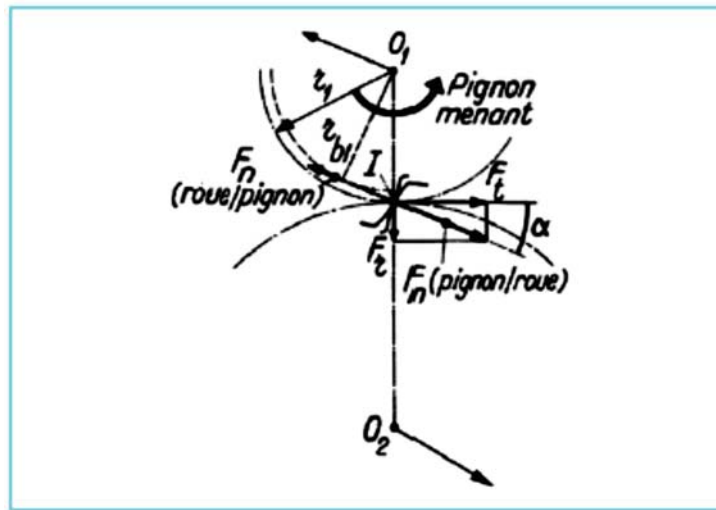


Figure 2.1. Engrenage parallèle à denture droite : efforts. [3]

F_t composante tangentielle (daN) :

$$F_t \approx \text{couple moteur (m} \cdot \text{daN)} / \text{rayon de base du pignon moteur (m)}.$$

$$F_t \approx 9800 \text{ puissance (kW)} / n_1(\text{tr/min}). \quad r_1(\text{mm})$$

La réaction de la denture menée sur la denture menante est égale et directement opposée à l'effort F_n précédemment défini : les composantes tangentielle et radiale sont égales et directement opposées.

Pour déterminer l'effort de flexion sur l'arbre de la roue, il suffit de transporter l'effort F_n sur cet arbre, et de le composer éventuellement avec le poids de la roue.

Procéder de la même façon pour déterminer l'effort de flexion sur l'arbre du pignon.

2.2.2. Engrenage parallèle à denture hélicoïdale

Les termes suivants sont définis sur la figure 2.2.

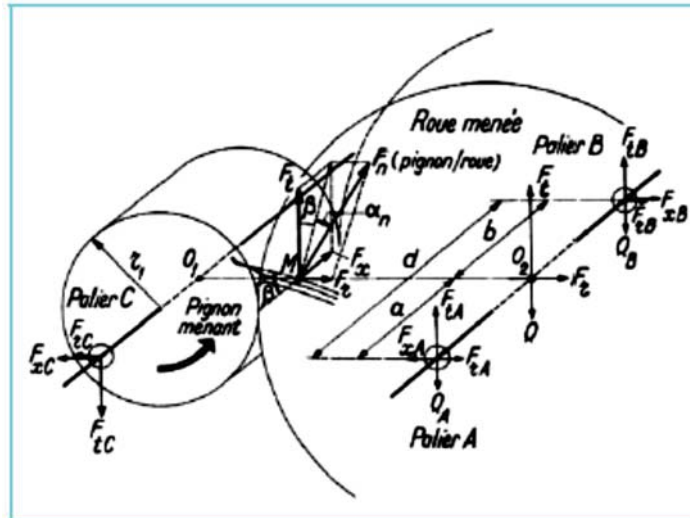


Figure 2.2. Engrenage parallèle à denture hélicoïdale : efforts. [3]

- ❖ **Effort exercé par la denture menante sur la denture menée** : cet effort est supposé concentré au milieu de la denture.

Effort normal :

$$F_n \approx F_t / (\cos \beta \cos \alpha_n)$$

Composante tangentielle:

$$F_t = 980\,000 \text{ puissance (kW)} / n_1 \text{ (tr/min)} \cdot r_1 \text{ (mm)}$$

Composante radiale :

$$F_r \approx (F_t / \cos \beta) \tan \alpha_n$$

Composante axiale :

$$F_x \approx F_t \tan \beta$$

La réaction de la denture menée sur la denture menante est égale et directement opposée à F_n .

- ❖ **Effort de flexion sur l'arbre de la roue** :

Déterminer la somme des (vecteurs) efforts F_t et F_r transportés sur l'arbre de la roue et du poids Q de la roue éventuellement.

- ❖ **Réactions sur les paliers** : *Réaction radiale sur le palier A* : déterminer la somme des (vecteurs) efforts :

$$F_{tA} \approx F_t (b/d)$$

$$F_{rA} \approx F_r (b/d)$$

$$Q_A \approx Q (b/d)$$

$$F_{xA} \approx (F_x r_2)/d$$

Avec r_2 rayon primitif de la roue menée.

Pour déterminer le sens de F_{xA} , il suffit d'imaginer que le palier B est une articulation.

Réaction radiale sur le palier B : déterminer la somme des (vecteurs) efforts :

$$F_{tB} \approx F_t (a/d)$$

$$F_{rB} \approx F_r (a/d)$$

$$Q_B \approx (Q_a)/d$$

$$F_{xB} \approx (F_x r_2)/d$$

Pour déterminer le sens de F_{xB} , il faut supposer que le palier A est une articulation.

Procéder de la même façon pour l'effort de flexion sur l'arbre du pignon et les réactions radiales sur les paliers supportant cet arbre.

Compensation de la composante axiale : F_x doit être absorbée par une butée aménagée dans le palier B . Si elle n'est pas trop forte, il suffira d'en tenir compte dans les calculs de détermination des roulements à billes, suivant les règles bien connues indiquées dans les catalogues des constructeurs.

2.2.3. Analyse des forces

La puissance à transmettre P_u est proportionnelle au produit du couple (T) et de la vitesse de rotation (n). ainsi,

$$P_u \approx (T \cdot n) / k$$

Ou P_u : puissance transmise en W ou en hp.

T : couple transmis en N.m ou en lb. Pi.

N : vitesse de rotation en r/min.

K : facteur de conversion.

Or $T \approx W_t (D/2)$

Ou W_t : charge tangentielle en N ou en lb

D : diamètre primitif de l'engrenage en mm ou en pi.

Donc $W_t \approx (60 \cdot 10^3 P_u) / (\pi D n)$ en N

Ou $W_t \approx (33000 HP) / (\pi D n)$ en lb

Cependant, la force se transmet d'un engrenage à l'autre suivant la direction de la ligne d'action. Par conséquent, la force normale au profil de la dent (figure 2.3) sera:

$$W \approx W_t / \cos \theta$$

Où θ est l'angle de pression.

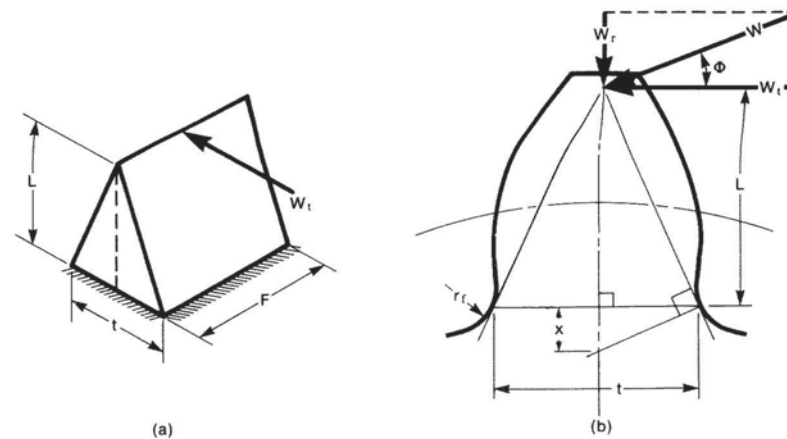


Figure. 2.3. Chargement de la dent. [2]

La composante radiale

$$W_r \approx W_t (\sin \theta / \cos \theta) \approx W_t \tan \theta$$

Ces forces seront transmises à l'arbre qui supporte ces engrenages

2.2.4. Contrainte de flexion sur la dent:

La force transmise cause une contrainte de flexion et de compression à la racine de la dent, la figure 3.2a illustre de façon schématique le chargement de la dent. On suppose que la dent est une poutre encastrée et soumise à une force tangentielle W_t à son extrémité. F est la largeur de la dent; t est l'épaisseur de la dent à la racine; L est la distance du point d'application de la charge à l'encastrement. En utilisant l'équation de la flexion

$$\sigma \approx M \cdot c / I$$

Avec $M \approx W_t \cdot L$

Et $I \approx bh^2/6 \approx (F \cdot t^2) / 6$

La contrainte maximale à l'encastrement est:

$$\sigma \approx (6 \cdot W_t \cdot L) / F \cdot t^2$$

En se référant à la figure 2.3b et en utilisant une propriété des triangles semblables, on a

$$x / (t/2) \approx (t/2) / L$$

$$\text{d'où } x \approx t^2 / 4L$$

En réarrangeant les deux dernières équations.

$$\sigma \approx W_t / ((F \cdot t^2) / (6 L)) \approx W_t / ((2/3) F x)$$

Si le numérateur et le dénominateur sont multipliés par P (pas diamétral).

Cours de Construction mécanique S6 Licence
Option : Construction Mécanique, Université de M'sila
Dr: Ali Debih

$$\sigma = (Wt \cdot P) / ((2/3) F \times P) = Wt P / F \cdot Y \quad (\text{Formule de Lewis})$$

$$\text{Ou} \quad Y = (2/3) \times P \cdot t^2 p / (6 L) = t^2 \Pi / (6 L P)$$

Y est le facteur de Lewis. Sa valeur peut être déterminée graphiquement ou analytiquement; le tableau 2.1. donne les valeurs de Y en fonction du nombre de dents et de l'angle de pression.

Tableau 2.1 Facteur de forme de Lewis Y

Tableau 2.1.		
Nombre de dents	14,5°	20°
12	0,211	0,245
13	0,223	0,261
14	0,236	0,277
15	0,245	0,290
16	0,254	0,296
17	0,264	0,303
18	0,270	0,309
19	0,277	0,314
20	0,283	0,322
21	0,289	0,328
22	0,292	0,331
24	0,299	0,337
26	0,308	0,346
28	0,314	0,353
30	0,318	0,359
34	0,327	0,371
38	0,333	0,384
43	0,340	0,397
50	0,346	0,409
60	0,355	0,422
75	0,361	0,435
100	0,367	0,447
150	0,374	0,460
300	0,383	0,472
crémaillère	0,390	0,485