

Chapitre 5 : Critères de résistance (1 semaine)

Critère de la contrainte normale maximale (critère de Rankine), Critère du Cisaillement maximale (critère de Tresca), Critère de Von Mises.

V. Criteres de limite elastique

V.1 Problème

Soient σ_1 , σ_2 et σ_3 les trois contraintes principales en un point M d'un solide. Nous supposons que la limite élastique en traction simple est égale à la limite élastique en compression simple. Soit σ_E cette limite élastique.

Comment vérifier, dans un état de contrainte complexe, que la limite élastique n'est pas dépassée ?

On admet que la limite élastique est atteinte lorsqu'une certaine fonction f des contraintes principales est égale à limite élastique du matériau en traction simple :

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_E$$

Le domaine élastique en un point du solide est donc défini par la relation :

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \leq \sigma_E$$

Nous examinons dans ce chapitre plusieurs critères de limite élastique.

Rappels :

- **état de traction simple** : $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$.
- **état de cisaillement pur** : $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = -\tau$, $\sigma_3 = 0$.

V.2 Critère de Rankine ou de la contrainte normale maximale [3]

V.2.1 Enonce

Le domaine élastique est défini par la relation :

$$\sigma_R = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|) \leq \sigma_E \quad (4.3)$$

La quantité σ_R est appelée **contrainte équivalente de Rankine ou de la contrainte normale maximale**.

V.2.2 Validité

Le critère s'écrit : $|\sigma| \leq \sigma_E$ pour un état de traction simple.

Et $|\tau| \leq \sigma_E$ pour un état de cisaillement pur, ce qui impose $\tau_E = \sigma_E$ ou τ_E est la limite élastique au cisaillement pur.

4.2.3 Etat plan de contraintes ($\sigma_3 = 0$)

La contrainte équivalente de Rankine se réduit à : $\sigma_R = \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|)$.

Le domaine élastique est représenté sur **la figure V.1**

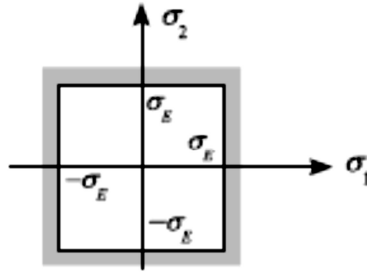


Figure V.1. Critère de Rankine : domaine élastique

V.3 Critère de Tresca ou du cisaillement maximal [3]

V.3.1 Enonce

Le domaine élastique est défini par la relation :

$$\sigma_T = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 2 \tau_{\max} = \max(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) - \min(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \leq \sigma_E$$

La quantité σ_T est appelée **contrainte équivalente de Tresca**.

V.3.2 Validité

Le critère s'écrit :

$|\sigma| \leq \sigma_E$ pour un état de traction simple.

Et $|2 \tau| \leq \sigma_E$ pour un état de cisaillement pur, ce qui impose $\tau_E = \sigma_E/2$.

30

V.3.3 'Etat plan de contraintes ($\sigma_3 = 0$)

La contrainte équivalente de **Tresca** se réduit à :

$$\sigma_T = \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_1|, |\sigma_2|)$$

Le domaine élastique est représenté sur la figure V.2.

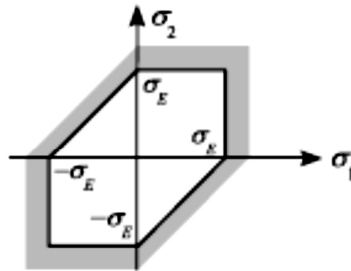


Figure V.2. Critère de Tresca : domaine élastique

V.4 Critère de Von Mises [3].

V.4.1 Enonce

Le domaine élastique est défini par la relation :

$$\sigma_{VM} = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2)} \leq \sigma_E$$

La quantité σ_{VM} est appelée **contrainte équivalente de Von Mises**.

V.4.2 Validité

Le critère s'écrit :

$|\sigma| \leq \sigma_E$ pour un état de traction simple.

et $\sqrt{3}|\tau| \leq \sigma_E$ pour un état de cisaillement pur, ce qui impose $\tau_E = 1/\sqrt{3} \sigma_E = 0.58 \sigma_E$.

V.4.3 Etat plan de contraintes ($\sigma_3 = 0$)

La contrainte équivalente de Von Mises se réduit à :

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$$

Le domaine élastique est représenté sur la figure V.3.

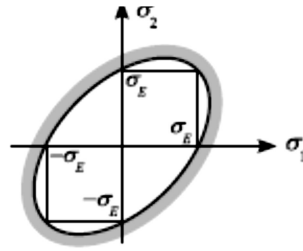


Figure V.3. Critère de Von Mises : domaine élastique