

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**  
**Université Mohamed BOUDIAF - M'sila**



**Faculté de Technologie**  
**Département de Génie Electrique**

*MODULE : TP Traitement du signal & TP Optimisation*

*ANNEE D'ETUDE : 1<sup>er</sup> Année Master Automatique et systèmes*

*ENSEIGNANT : Dr. HERIZI Abdelghafour*

**TP 4 : Filtrage Numérique RII**

**I. Objectif du TP :**

Ce TP s'appuie sur la notion de processus linéaire à réponse impulsionnelle infini (RII), on alterne des programmes de simulation de la réponse impulsionnelle par deux méthodes : par la commande : « **filter** » et la commande « **impz** ». , aussi la réponse du système selon une entrée bruitée et la représentation des pôles et des zéros.

**II. Rappel :**

**II.1 Fonction de transfert :**

Une fonction de transfert est une description entrée- sortie d'un système linéaire invariant. Dans ce TP on prend comme processus linéaire : un filtre numérique dont la fonction de transfert est définie dans le domaine fréquentiel (Transformée en Z).

**II.2 Définition d'un filtre numérique :**

Un filtre numérique peut être défini par une équation aux différences, c'est-à-dire l'opération mathématique du filtre dans le domaine temporel (discret). La forme générale du filtre d'ordre  $N$  est la suivante :

$$y(n) = \sum_{k=0}^N b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^M a_k y(n-k)$$

La fonction de transfert générale d'ordre  $N$  d'un filtre numérique est la suivante :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^N b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^M a_k z^{-k}}$$

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N}}{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_M z^{-M}}$$

La valeur des coefficients  $a$  et  $b$  fixera le type de filtre, passe-bas, passe-haut, etc.

### III. Filtre à réponse impulsionnelle infinie (IIR) :

Les IIR, de l'anglais "Infinite Impulse Response" (Filtre à réponse impulsionnelle infinie) possèdent une réponse impulsionnelle qui ne se stabilisera jamais, et ce, même à l'infini. Les filtres IIR peuvent être implantés en utilisant la formule suivante :

$$y(n) = \sum_{k=0}^N b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^M a_k y(n-k)$$

Ce type de filtre est récursif, c'est-à-dire que la sortie du filtre dépend à la fois du signal d'entrée et du signal de sortie, il possède ainsi une boucle de contre-réaction ("feedback"). Les filtres IIR sont principalement la version numérique des filtres analogiques traditionnels : Butterworth, Tchebychev, Bessel, Elliptique.

#### III.1 Caractéristique des filtres à réponse impulsionnelle infinie :

- Plus flexibles que les filtres RIF : Le filtre RII à réponse impulsionnelle infinie correspond à une structure bouclée où l'échantillon  $y(n)$  dépend non seulement des  $x(n)$  mais aussi des  $y(n-p)$  : il y a donc une réinjection de la sortie vers l'entrée. Qui dit "rebouclage" dit "risque d'instabilité" (théorie de la contre réaction) avec une réponse impulsionnelle oscillatoire possiblement longue à se stabiliser d'où le nom RII.
- Leur fonction de transfert est le rapport de deux polynômes en  $z$ .
- Nécessitent moins de calcul que les filtres RIF.
- Leur stabilité n'est pas garantie.
- Position des pôles à vérifier.

### IV. Manipulations :

#### IV.1 Manipulation 1 :

Soit un processus linéaire à réponse impulsionnelle infinie (filtre RII), décrit par la fonction de transfert numérique suivante :

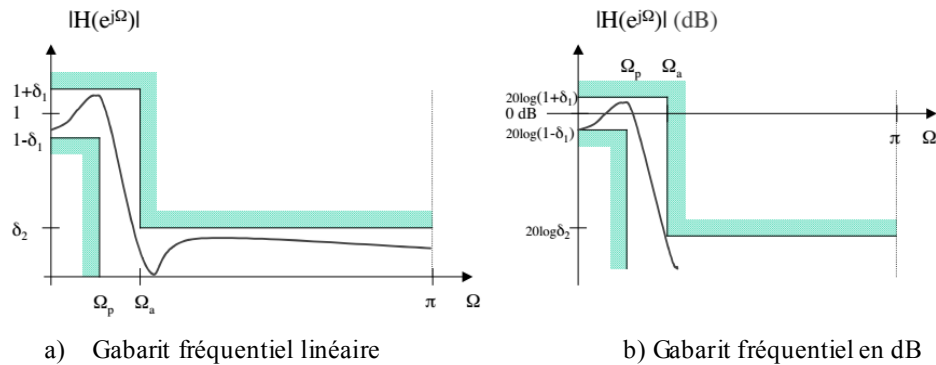
$$H(z) = \frac{0.2 + 0.5z^{-1}}{1 - 0.2z^{-1} + 0.8z^{-2}}$$

1. Représenter les pôles et les zéros dans le plan  $Z$ .
2. Représenter la réponse impulsionnelle du filtre RII sur les 20 premiers en utilisant la commande « impz »

3. Représenter la réponse impulsionnelle du filtre RII sur les 20 premiers en utilisant la commande «filter».
4. Représenter la sortie du système ayant comme entrée un bruit blanc.

#### IV.2 Manipulation 2 :

Le filtre numérique est spécifié par le gabarit en dB comme montrer dans la figure ci-dessous :



Avec :

$$Fp = 1kHz, Fs = 3kHz, Fe = 10kHz$$

$$\Delta_1 = 20 \log(1 + \delta_1) = 1dB$$

$$\Delta_2 = 20 \log(\delta_2) = -20dB$$

La synthèse par la méthode bilinéaire du filtre de Chebyshev  $H(z)$  aboutit à la fonction :

$$H(z) = \frac{0.079(z+1)^2}{z^2 - 1.2z + 0.516}$$

1. Écrire le programme Matlab permettant de visualiser la réponse fréquentielle en module et en phase du filtre numérique.
2. Faites la relation entre l'échelle des abscisses de la commande plot de Matlab et les fréquences.
3. Quelles sont donc les relations entre fréquence d'échantillonnage et fréquence de coupure ? Le filtre respecte-t-il le gabarit spécifié ?
4. Visualisez la réponse impulsionnelle.