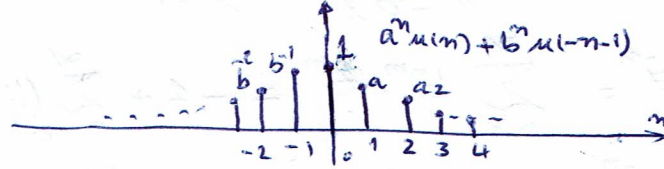
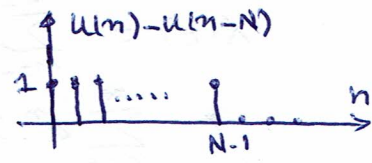
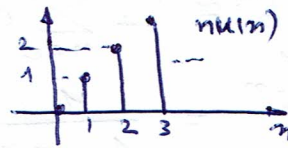
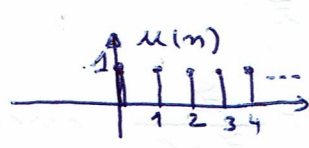
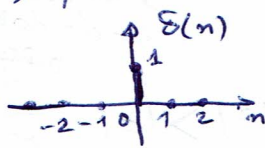


Exo1: représentation

Solution du TD N°4



2) Calcul des T.Z

$$* \text{TZ} \{ \delta(n) \} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(n) \cdot \tilde{z}^{-n} = 1 \cdot \tilde{z}^{-0} = 1 \cdot 1 = 1, \quad 0 < |\tilde{z}| < \infty$$

$$* \text{TZ} \{ u(n) \} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} u(n) \tilde{z}^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{z}^{-n} = 1 + \tilde{z}^{-1} + \tilde{z}^{-2} + \dots = \tilde{z}^{-n}, \quad n \rightarrow \infty$$

C'est la somme géométrique de raison $\tilde{z}^{-1}$; alors

$$\text{TZ} \{ u(n) \} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - (\tilde{z}^{-1})^{n+1}}{1 - \tilde{z}^{-1}}, \quad \text{Converge si } |\tilde{z}^{-1}| < 1 \Rightarrow |\tilde{z}| > 1$$

Domaine de convergence l'extérieur d'un cercle de rayon 1.

$$\text{TZ} \{ u(n) \} = \frac{1}{1 - \tilde{z}^{-1}}, \quad |\tilde{z}| > 1$$

$$\text{TZ} \{ u(n) \} = \frac{\tilde{z}}{\tilde{z} - 1}, \quad |\tilde{z}| > 1.$$



$$* \text{TZ} \{ n \cdot u(n) \} = -\tilde{z} \cdot \frac{d(\text{TZ}(u(n)))}{d\tilde{z}} = -\tilde{z} \cdot \frac{d\left(\frac{\tilde{z}}{\tilde{z}-1}\right)}{d\tilde{z}}, \quad |\tilde{z}| > 1.$$

$$\text{TZ} \{ n \cdot u(n) \} = -\tilde{z} \cdot \left[\frac{1(\tilde{z}-1) - 1 \cdot \tilde{z}}{(\tilde{z}-1)^2} \right] = \frac{+\tilde{z}}{(\tilde{z}-1)^2}.$$

$$\text{TZ} \{ n \cdot u(n) \} = \frac{+\tilde{z}}{(\tilde{z}-1)^2} = \frac{\tilde{z}^{-1}}{(1 - \tilde{z}^{-1})^2}$$

$$* \text{TZ} \{ u(n) - u(n-N) \} = \sum_{n=0}^{N-1} 1 \cdot \tilde{z}^{-n} = 1 + \tilde{z}^{-1} + \tilde{z}^{-2} + \dots + \tilde{z}^{-(N-1)}$$

$$\text{TZ} \{ u(n) - u(n-N) \} = \frac{1 - (\tilde{z}^{-1})^N}{1 - \tilde{z}^{-1}} = \frac{1 - \tilde{z}^{-N}}{1 - \tilde{z}^{-1}}$$

$$* \text{TZ} \{ a^n \cdot u(n) \} = \sum_{n=0}^{+\infty} a^n \cdot \tilde{z}^{-n} = \sum_{n=0}^{+\infty} (a \tilde{z}^{-1})^n = 1 + (a \tilde{z}^{-1}) + (a \tilde{z}^{-1})^2 + \dots + (a \tilde{z}^{-1})^n, \quad n \rightarrow \infty$$

$$\text{TZ} \{ a^n \cdot u(n) \} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - (a \tilde{z}^{-1})^{n+1}}{1 - a \tilde{z}^{-1}}, \quad \text{converge si } |a \tilde{z}^{-1}| < 1$$

càd $|\tilde{z}| > |a|$

$$\text{TZ} \{ a^n \cdot u(n) \} = \frac{1}{1 - a \tilde{z}^{-1}} = \frac{\tilde{z}}{\tilde{z} - a}, \quad |\tilde{z}| > |a|$$

l'extérieur d'un cercle de rayon $|a|$



$$* x(n) = a^n u(n) + b^n u(-n-1)$$

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{-1} b^n z^{-n} + \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^{-n}$$

l'extérieur de
cercle de rayon $|a|$
D.D.C.



$$* \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^{-n} = \frac{1}{1 - a z^{-1}} = \frac{z}{z - a} \text{ avec } |z| > |a|$$

$$* \sum_{n=-\infty}^{-1} b^n z^{-n} = \sum_{m=1}^{\infty} b^{-m} z^m = -1 + \sum_{m=0}^{\infty} (b^{-1} z)^m \quad (\text{càd on a posé } n = -m)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{-1} b^n z^{-n} = -1 + (1 + b^{-1} z + (b^{-1} z)^2 + \dots + (b^{-1} z)^m) \quad m \rightarrow \infty$$

$$= -1 + \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1 - (b^{-1} z)^{m+1}}{1 - b^{-1} z}, \text{ converge si } |b^{-1} z| < 1$$

$$\sum_{n=-\infty}^{-1} b^n z^{-n} = \frac{z}{b - z}, |z| < |b|$$

d'où $|z| < |b|$
D.D.C. l'intérieur d'un cercle de rayon $|b|$.
 $|z| < |b|$



* Alors si $|a| \geq |b|$, $X(z)$ n'existe pas.

* Si $|a| < |b|$ alors

$$X(z) = \frac{z}{z - a} + \frac{z}{b - z}, \text{ avec } |a| < |z| < |b|$$

Domaine de convergence.

Exo 2 : Calculs des TZ

1) $x(n) = n^2 \cdot u(n)$

$$X(z) = -z \frac{d}{dz} \left(\sum_{n=0}^{\infty} n u(n) z^{-n} \right) = -z \cdot \frac{d}{dz} \left[\frac{z}{(z-1)^2} \right], |z| > 1$$

$$X(z) = \frac{z(z+1)}{(z-1)^3}, |z| > 1.$$

2) $x(n) = e^{-n\alpha T_e} \cdot u(n) = (e^{-\alpha T_e})^n \cdot u(n)$

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\alpha T_e} z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} (e^{-\alpha T_e} z^{-1})^n$$

sous la forme de $x(n) = a^n \cdot u(n)$, Alors.

$$X(z) = \frac{1}{1 - e^{-\alpha T_e} z^{-1}} = \frac{z}{z - e^{-\alpha T_e}}, |z| > e^{-\alpha T_e}.$$

Suite exo2:

$$x(n) = n \cdot a^n \cdot u(n) \quad / \text{ par application des propriétés}$$

$$x(n) \xrightarrow{T.Z} X(z), \text{ Alors } a^n \cdot x(n) \xrightarrow{T.Z} X(\bar{a}z).$$

$$\begin{aligned} \text{donc } TZ \{ n \cdot a^n \cdot u(n) \} &= \frac{z}{(z-1)^2} \bigg|_{z=\bar{a}z} = \frac{\bar{a}z}{(\bar{a}z-1)^2} = \frac{az}{(az-1)^2} \\ &= \frac{az^{*1}}{(1-a\bar{z}^{-1})^2}, \quad |z| > |a|. \end{aligned}$$

$$4) x(n) = \sin(n\omega_0) \cdot u(n) = \left(\frac{e^{jn\omega_0}}{2j} - \frac{e^{-jn\omega_0}}{2j} \right) u(n).$$

$$x(n) = \frac{1}{2j} (e^{j\omega_0})^n \cdot u(n) - \frac{1}{2j} (e^{-j\omega_0})^n \cdot u(n)$$

$$X(z) = \frac{1}{2j} \frac{1}{1 - e^{j\omega_0} z^{-1}} - \frac{1}{2j} \frac{1}{1 - e^{-j\omega_0} z^{-1}}$$

$$X(z) = \frac{z^{-1} \cdot \sin(\omega_0)}{1 - 2z^{-1} \cos(\omega_0) + z^{-2}}, \quad |z| > 1.$$

$$5) x(n) = a^n \cdot \sin(n\omega_0) \cdot u(n) \quad , \text{ par application des propriétés de la T.Z.}$$

$$X(z) = \frac{a z^{-1} \sin(\omega_0)}{1 - 2a z^{-1} \cos(\omega_0) + a^2 z^{-2}} \quad \begin{matrix} x(n) \xrightarrow{T.Z} X(z) \\ a^n x(n) \longrightarrow X(\bar{a}z) \end{matrix}$$

Exercice 3 Calculs des TZ inverses

$$1) X(z) = \frac{1}{(1 - \bar{z}^{-1})(1 - 0.5\bar{z}^{-1})} = \frac{z^2}{(z-1)(z-0.5)}$$

$$X(z) \text{ est de la forme } X(z) = \frac{Az}{(z-1)} + \frac{Bz}{(z-0.5)}$$

$$x(z) = \frac{(A+B)z^2 - (0.5A+B)z}{(z-1)(z-0.5)} \Rightarrow \begin{cases} A+B=1 \\ 0.5A+B=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=2 \\ B=-1 \end{cases}$$

$$\text{donc } X(z) = \frac{2z}{z-1} - \frac{z}{z-0.5}$$

$$\text{d'où } x(n) = 2 \cdot u(n) - (0.5)^n \cdot u(n)$$

on peut utiliser la méthode des résidus.

$$x(n) = \frac{1}{j2\pi} \oint X(z) \cdot z^{n-1} dz, \text{ si } X(z) = \frac{\psi(z)}{(z-z_0)^s} \Rightarrow z=z_0 \text{ pôle d'ordre } s.$$

$$= \sum \text{résidus de } X(z) \cdot z^{n-1} \text{ aux pôles intérieures de } C.$$

$$\text{résidus} [X(z) \cdot z^{n-1} \text{ en } z=z_0] = \frac{1}{(s-1)!} \left[\frac{d^{s-1}}{dz^{s-1}} \psi(z) \right]_{z=z_0}.$$

$$X(z) = \frac{z^2}{(z-1)(z-0,5)} \Rightarrow X(z) \cdot z^{n-1} = \frac{z^{n+1}}{(z-1)(z-0,5)} \quad \left(\begin{array}{l} 2 \text{ pôles} \\ z=1 \\ z=0,5 \end{array} \right)$$

$$[\text{résidus en } z=1] = \left. \frac{z^{n+1}}{z-0,5} \right|_{z=1} = 2.$$

$$[\text{résidus en } z=0,5] = \left. \frac{z^{n+1}}{z-1} \right|_{z=0,5} = -(0,5)^n$$

donc $x(n) = \sum \text{résidus} = 2 u(n) - (0,5)^n \cdot u(n)$

$$2) X(z) = \frac{z^2}{(z^2-3z+2)} = \frac{z^2}{(z-1)(z-2)} = \frac{2z}{(z-2)} - \frac{z}{z-1}$$

$$X(z) = 2 \cdot \frac{1}{1-2z^{-1}} - \frac{1}{1-z^{-1}}$$

d'où $x(n) = 2 \cdot (2)^n u(n) - u(n)$

$$3) X(z) = \frac{1}{1+\frac{1}{2}z^{-1}} = \frac{1}{1-(-\frac{1}{2})z^{-1}}, \quad |z| > \frac{1}{2}.$$

donc $x(n) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n \cdot u(n)$

Exo 4:

$$X(z) = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{\frac{1}{4}}{1-2z^{-1}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{z}{z-\frac{1}{2}} + \frac{1}{4} \cdot \frac{z}{z-2}.$$

$$x(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} X(z) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}.$$

Exo 5 :

$$H(z) = \frac{z(z+1)}{(z-0,4)(z-0,5)}$$

a) $H(z)$ a 2 pôles en $z_1 = 0,5$ et $z_2 = 0,4$

on remarque que $|z_1| < 1$ et $|z_2| < 1 \Rightarrow$ le système est stable.

$$b) H(z) \cdot z^{n-1} = \frac{z^n(z+1)}{(z-0,5)(z-0,4)}$$

$H(z) \cdot z^{n-1}$ a deux pôles en $z=0,5$ et $z=0,4$ Alors.

$$h(n) = \sum \{ \text{résidus } H(z) \cdot z^{n-1} \} = [\text{résidus en } z=0,5] + [\text{résidus en } z=0,4]$$

$$[\text{résidus en } z=0,5] = \left. \frac{z^n(z+1)}{(z-0,4)} \right|_{z=0,5} = 15 \cdot (0,5)^n \cdot u(n)$$

$$[\text{résidus en } z=0,4] = \left. \frac{z^n(z+1)}{(z-0,5)} \right|_{z=0,4} = -14 \cdot (0,4)^n \cdot u(n)$$

$$\text{d'où } h(n) = 15 \cdot (0,5)^n u(n) - 14 \cdot (0,4)^n u(n)$$

$$c) H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z(z+1)}{(z-0,5)(z-0,4)} = \frac{z^2 + z}{z^2 - 0,9z + 0,2} \cdot \frac{z^2}{z^2}$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + z^{-1}}{1 - 0,9z^{-1} + 0,2z^{-2}}, \text{ d'où}$$

$$Y(z) - 0,9Y(z) \cdot z^{-1} + 0,2Y(z) \cdot z^{-2} = X(z) + X(z) \cdot z^{-1}$$

par application de la T.T inverse on aura :

$$y(n) - 0,9y(n-1) + 0,2y(n-2) = x(n) + x(n-1)$$

Exercice 6 : Détermination de la valeur finale de $x(n)$.

$$X(z) = \frac{0,792 z^2}{(z-1)(z^2 - 0,416z + 0,208)}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x(n) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)X(z) = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{0,792 z^2}{(z^2 - 0,416z + 0,208)}$$

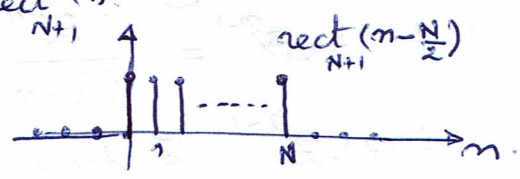
$$\lim_{n \rightarrow \infty} x(n) = 1$$

Exo 7 : Calculs des Transformées de Fourier des signaux discrets.

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) \cdot e^{-j2\pi f n}$$

$$1) x(n) = \delta(n) \Rightarrow X(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(n) \cdot e^{-j2\pi f n} = 1 \cdot e^{-j2\pi f \cdot 0} = \boxed{1}$$

$$2) x(n) = \delta(n-k) \Rightarrow X(f) = e^{-j2\pi f k}$$

$$3) x(n) = \text{rect}_{N+1}(n) \Rightarrow X(f) = \sum_{n=-N}^{+N} \text{rect}_{N+1}(n)$$


$$X(f) = \sum_{n=0}^N 1 \cdot e^{-j2\pi f n}$$

$$X(f) = 1 + e^{-j2\pi f} + (e^{-j2\pi f})^2 + \dots + e^{-j2\pi f N}$$

$$X(f) = \frac{1 - e^{-j2\pi f(N+1)}}{1 - e^{-j2\pi f}}$$

Exo 8 : Calcul de l'énergie d'un signal discret.

$$E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x(n)|^2, \quad x(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n \cdot u(n)$$

$$E = \sum_{n=0}^{+\infty} \left|\left(\frac{1}{3}\right)^n\right|^2 = \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^4 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^{2n} \right]$$

$$E = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{2(n+1)}}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{9}{8} \text{ joules.}$$

Exo 9 :

$$x(n) = \begin{cases} 1 & \text{pour } n=0, 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) e^{-j2\pi f n} = \sum_{n=0}^1 1 \cdot e^{-j2\pi f n} = 1 + e^{-j2\pi f}$$

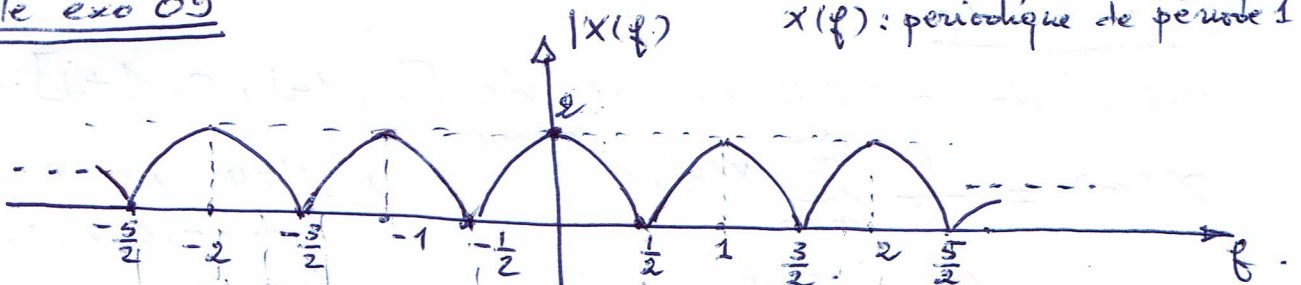
$$X(f) = 1 + \cos 2\pi f - j \sin 2\pi f$$

$$|X(f)| = \sqrt{(1 + \cos 2\pi f)^2 + \sin^2 2\pi f} = \sqrt{2 + 2 \cos 2\pi f}$$

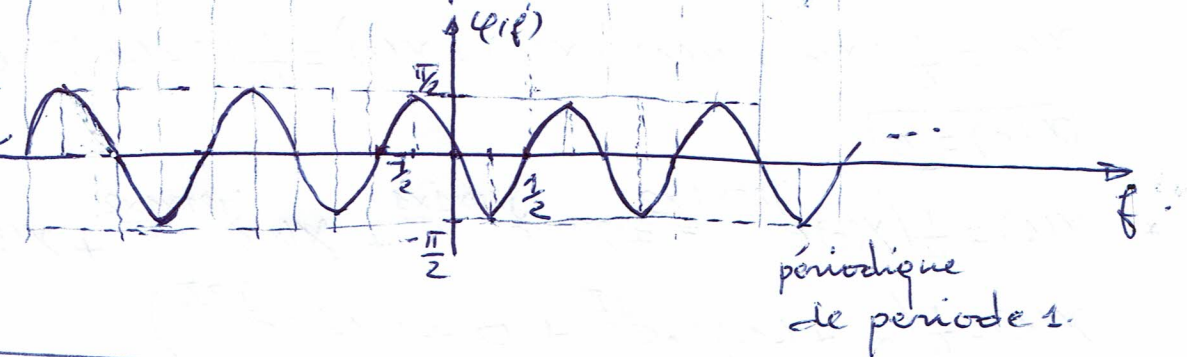
$$\varphi(f) = \angle X(f) = -\text{Arctg}\left(\frac{\sin 2\pi f}{1 + \cos 2\pi f}\right), \quad \begin{aligned} |X(0)| &= 2 \quad (f=0) \\ |X(\pm \frac{1}{2})| &= 0 \quad (f=\pm \frac{1}{2}) \end{aligned}$$

suite exo 09

$x(f)$: périodique de période 1.



$$\begin{aligned}\varphi(0) &= 0 \\ \varphi\left(\frac{1}{4}\right) &= -\frac{\pi}{2} \\ \varphi\left(-\frac{1}{4}\right) &= +\frac{\pi}{2} \\ \varphi\left(\frac{1}{2}\right) &= 0 \\ \varphi\left(-\frac{1}{2}\right) &= 0\end{aligned}$$



Exercice 10

la TFD de la suite $[1, 0, 0, 1]$

$$\text{on a : } X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j2\pi \frac{n \cdot k}{N}}$$

avec $N=4$

$n=0, 1, 2, 3$

$k=0, 1, 2, 3$

$$\begin{aligned} * X(0) &= \sum_{n=0}^3 x(n) \cdot e^{-j2\pi \frac{n \cdot 0}{4}} \\ &= x(0) \cdot e^{-j2\pi \frac{0 \cdot 0}{4}} + x(1) \cdot e^{-j2\pi \frac{1 \cdot 0}{4}} + x(2) \cdot e^{-j2\pi \frac{2 \cdot 0}{4}} + x(3) \cdot e^{-j2\pi \frac{3 \cdot 0}{4}} \end{aligned}$$

$$x(0)=1, x(1)=0=x(2) \text{ et } x(3)=1$$

$$X(0) = x(0) + x(1) + x(2) + x(3) = 1 + 0 + 0 + 1 = 2$$

$$\boxed{X(0)=2}$$

$$* X(1) = x(0) \cdot e^{-j2\pi \frac{0 \cdot 1}{4}} + x(1) \cdot e^{-j2\pi \frac{1 \cdot 1}{4}} + x(2) \cdot e^{-j2\pi \frac{2 \cdot 1}{4}} + x(3) \cdot e^{-j2\pi \frac{3 \cdot 1}{4}}$$

$$X(1) = 1 + e^{-j\frac{3\pi}{2}} = 1 + \cos\frac{3\pi}{2} - j\sin\frac{3\pi}{2} = \boxed{1+j}$$

$$* X(2) = x(0) \cdot e^{-j2\pi \frac{0 \cdot 2}{4}} + x(1) \cdot e^{-j2\pi \frac{1 \cdot 2}{4}} + x(2) \cdot e^{-j2\pi \frac{2 \cdot 2}{4}} + x(3) \cdot e^{-j2\pi \frac{3 \cdot 2}{4}}$$

$$X(2) = 1 + e^{-j3\pi} = 1 + \cos 3\pi - j\sin 3\pi = \boxed{0}$$

$$* X(3) = x(0) \cdot e^{-j2\pi \frac{0 \cdot 3}{4}} + x(3) \cdot e^{-j2\pi \frac{3 \cdot 3}{4}}$$

$$X(3) = 1 + e^{-j\frac{9\pi}{2}} = 1 + \cos\frac{9\pi}{2} - j\sin\frac{9\pi}{2} = 1-j$$

$$\text{don } \boxed{X(k) = [2, 1+j, 0, 1-j]}$$

Suite exo 10 :

calcul de la TFD inverse de $[2, 1-j, 0, 1+j]$.

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) \cdot e^{j2\pi nk/N}, \quad N=4, \quad k=0,1,2,3 \\ n=0,1,2,3.$$

$$* \quad x(0) = \frac{1}{4} \left(X(0) e^{j2\pi \cdot 0 \cdot 0/4} + X(1) e^{j2\pi \cdot 0 \cdot 1/4} + X(2) e^{j2\pi \cdot 0 \cdot 2/4} + X(3) e^{j2\pi \cdot 0 \cdot 3/4} \right)$$

$$x(0) = \frac{1}{4} (X(0) + X(1) + X(2) + X(3)) = \frac{1}{4} (2 + (-1-j) + 0 + (-1+j))$$

$$\boxed{x(0) = 0}$$

$$* \quad x(1) = \frac{1}{4} \left(X(0) e^{j2\pi \cdot 1 \cdot 0/4} + X(1) e^{j2\pi \cdot 1 \cdot 1/4} + X(2) e^{j2\pi \cdot 1 \cdot 2/4} + X(3) e^{j2\pi \cdot 1 \cdot 3/4} \right)$$

$$x(1) = \frac{1}{4} (2 + (-1-j) \cdot e^{j\pi/2} + 0 + (-1+j) e^{j3\pi/2})$$

$$x(1) = \frac{1}{4} (2 + (-1-j) \times j + (-1+j) \times -j) = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$* \quad x(2) = \frac{1}{4} \left(2 + (-1-j) e^{j2\pi \cdot 2 \cdot 0/4} + 0 + (-1+j) e^{j2\pi \cdot 2 \cdot 3/4} \right)$$

$$x(2) = \frac{1}{4} (2 + (-1-j) \times e^{j\pi} + (-1+j) e^{j3\pi})$$

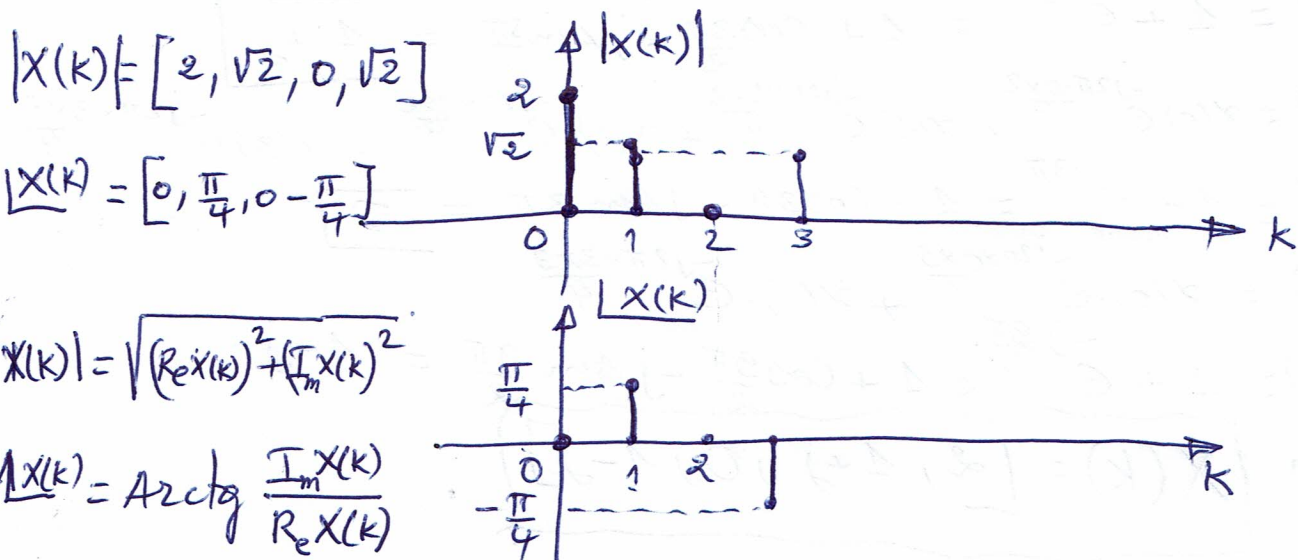
$$x(2) = \frac{1}{4} (2 + (-1-j) \times -1 + (-1+j) \times -1) = \boxed{1}$$

$$* \quad x(3) = \frac{1}{4} \left(2 + (-1-j) \cdot e^{j2\pi \cdot 3 \cdot 1/4} + 0 + (-1+j) e^{j2\pi \cdot 3 \cdot 3/4} \right)$$

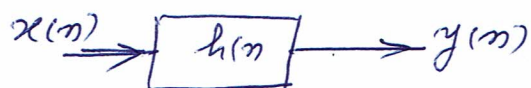
$$x(3) = \frac{1}{4} (2 + (-1-j) \cdot e^{j3\pi/2} + (-1+j) e^{j9\pi/2})$$

$$x(3) = \frac{1}{4} (2 + (-1-j) \times -j + (-1+j) \times j) = \boxed{0}$$

donc $x(n) = [0, \frac{1}{2}, 1, 0]$.



Exo 11 :



$$h(n) = \delta(n) + 2\delta(n-1) + 3\delta(n-2) + 4\delta(n-3)$$

et $x(n) = 9\delta(n) + 7\delta(n-1) + 4\delta(n-2) + \delta(n-3)$.

1^{ere} methode.

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=0}^6 x(k) \cdot h(n-k)$$

(La longueur de $y(n)$ = longueur de $x(n)$ + longueur de $h(n)$ - 1)

$$* y(0) = \sum_{k=0}^6 x(k) \cdot h(-k)$$

$$* y(0) = x(0) \cdot h(0) + x(1) \cdot h(-1) + \dots + x(6) \cdot h(-6)$$

$$y(0) = x(0) \cdot h(0) = 9 \times 1 = \boxed{9}$$

$$* y(1) = \sum_{k=0}^6 x(k) \cdot h(1-k)$$

$$y(1) = x(0) \cdot h(1) + x(1) \cdot h(0) + x(2) \cdot h(-1) + \dots +$$

$$= x(0) \cdot h(1) + x(1) \cdot h(0) = 9 \times 2 + 7 \times 1 = \boxed{25}$$

$$y(2) = \sum_{k=0}^6 x(k) \cdot h(2-k) = x(0) \cdot h(2) + x(1) \cdot h(1) + x(2) \cdot h(0) + \dots +$$

$$y(2) = 9 \times 3 + 7 \times 2 + 4 \times 1 = 27 + 14 + 4 = \boxed{45}$$

$y(7)$

* 2^{eme} methode : par application de la T.Z on a :

$$Y(z) = X(z) \cdot H(z), \text{ avec}$$

$$X(z) = 9 + 7z^{-1} + 4z^{-2} + z^{-3}$$

$$\text{et } H(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3}$$

$$\text{d'où } Y(z) = (9 + 7z^{-1} + 4z^{-2} + z^{-3})(1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3})$$

$$Y(z) = 9 + 25z^{-1} + 45z^{-2} + 56z^{-3} + 42z^{-4} + 19z^{-5} + 4z^{-6}$$

par application de la TZ inverse on trouve :

$$y(n) = 9\delta(n) + 25\delta(n-1) + 45\delta(n-2) + 56\delta(n-3) + 42\delta(n-4) + 19\delta(n-5) + 4\delta(n-6)$$

