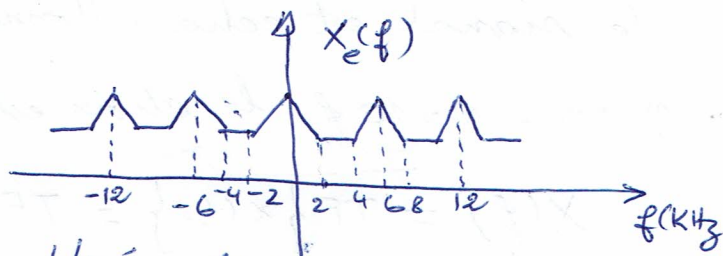
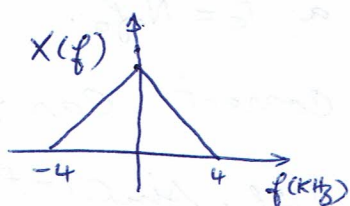


Solution. Série de TD N.º3 :

Exo 6/1



* la fréquence d'échantillonnage utilisée est:

$$\boxed{F_e = 6 \text{ KHz}}$$

* le choix n'est pas judicieux par ce que $F_e < 2 f_{\max}$

$\boxed{f_{\max} = 4 \text{ KHz}}$, le théorème de Shannon n'est pas respecté. (repliement ou chevauchement).

On ne peut pas restituer le signal original.

Exo 7/2

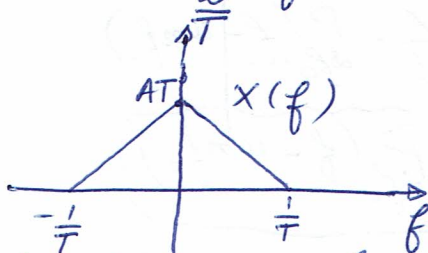
$x(t) = A \text{sinc}^2\left(\frac{\pi \cdot t}{T}\right)$ est échantillonné à $F_e = \frac{1}{T}$

calcul de $X(f)$

$$x(t) = A \cdot T \cdot \frac{1}{T} \text{sinc}^2\left(\pi \cdot t \cdot \frac{1}{T}\right)$$

par Application de la propriété de symétrie de la T.F

$$\text{d'où } X(f) = AT \cdot \text{tri}\left(-f \cdot \frac{2}{T}\right) = AT \cdot \text{tri}\left(\frac{2}{T} f\right).$$



d'après la courbe de $X(f)$, la fréquence maximale du spectre de $x(t)$ est $\boxed{f_{\max} = \frac{1}{T}}$

* la fréquence d'échantillonnage choisie $F_e = \frac{1}{T}$ ne respecte pas le théorème de Shannon. ($F_e \geq 2 f_{\max}$).

* Conclusion: on ne peut pas reconstituer le signal $x(t)$

Exo8/3

$$x(t) = A \operatorname{sinc}(2\pi f_0 t),$$

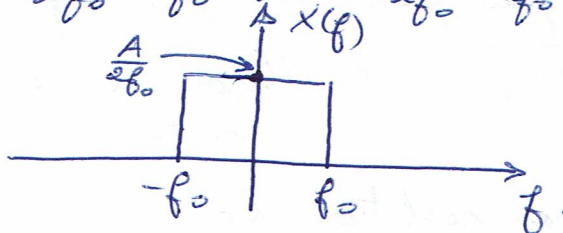
le signal est échantillonné à $F_e = N \cdot f_0$.

1) pour $N = 10 f_0$ le choix est correct car:

$$X(f) = \text{TF}\{x(t)\} = \text{TF}\left\{\frac{A \cdot 2f_0}{2f_0} \operatorname{sinc}(\pi t \cdot 2f_0)\right\}.$$

par application de la propriété de symétrie de la T.F

on a:
$$X(f) = \frac{A}{2f_0} \cdot \frac{P(-f)}{2f_0} = \frac{A}{2f_0} \cdot \frac{P(f)}{2f_0}$$



d'après la courbe de $X(f)$ on a: $f_{\max} = f_0$

d'où la condition d'échantillonnage est respectée

$$F_e = 10 \cdot f_0 > 2f_{\max}, \quad \boxed{10f_0 > 2f_0}$$

$$N=4 \Rightarrow F_e = 4f_0$$

$$2) X_e(f) = \frac{1}{T_e} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(f - nF_e), \quad \frac{1}{T_e} = F_e = 4f_0.$$

$$X_e(f) = 4f_0 \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{A}{2f_0} \cdot \frac{P(f - 4nf_0)}{2f_0}$$

$$X_e(f) = 2A \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{P(f - 4nf_0)}{2f_0}$$

$\frac{P(f)}{2f_0} \equiv \operatorname{rect}\left(\frac{f}{2f_0}\right)$
signal porte
dans le domaine freq

$X_e(f)$ est périodique
de période $F_e = 4f_0$.

