

**République Algérienne Démocratique et Populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**  
**Université Mohamed BOUDIAF - M'sila**



**Faculté de Technologie**  
**Département de Génie Electrique**

**MODULE :** TP Traitement numérique du signal & TP Modélisation et identification des systèmes

**ANNEE D'ETUDE :** 1<sup>er</sup> Année Master Robotique

**ENSEIGNANT :** Dr. HERIZI Abdelghafour

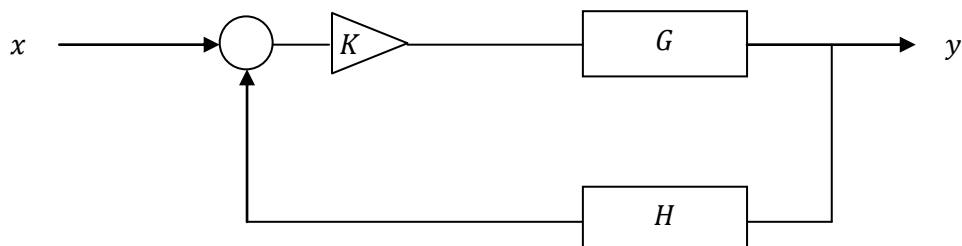
**TP 0 : Etude et commande des systèmes numériques**

**I. Objectif du TP :**

- Etude de la stabilité d'un système.
- Représentation d'état des systèmes discrets.
- Etudes de l'observabilité et de la contrôlabilité des systèmes discrets.
- Etude de la commande par retour d'état

**II. Rappel :**

Soit le système :

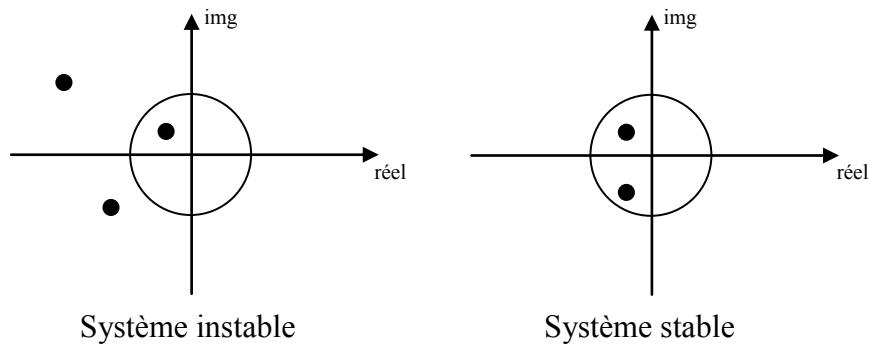


La FT en BO est :  $KG$

La FT en BF est :  $KG/(1 + KGH)$

## II.1 Systèmes échantillonnés :

Un système défini par sa transformation en Z,  $F(z)$  est dit stable si l'ensemble de ses pôles est à l'intérieur du cercle unitaire (le plan complexe).



## II.2 Equation d'état :

L'équation d'état d'un système discret est de la forme :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \quad (1)$$

Avec :

$A$  matrice  $n \times n$ ,  $B$  matrice colonne  $n \times 1$ ,  $C$  matrice  $1 \times n$  et  $D$  un scalaire.

$x(k)$  vecteur d'état du système,  $y(k)$  sortie du système.

## II.3 Stabilité d'un système discret :

Un système discret est stable si tous ses pôles se trouvent à l'intérieur du cercle unitaire, dans le cas d'une représentation d'état, les valeurs propres de  $A$  représentent les pôles du système.

Valeurs propres de  $A$  sont déterminées par la résolution de l'équation :

$$\det(zI - A)^{-1} = 0 \quad (2)$$

## III. Commande par retour d'état :

Lorsqu'on désire placer les pôles du système en BF aux positions  $p_1, p_2, \dots, p_n$  on utilise la loi de commande :  $u(k) = -kx(k)$ .

$k$  est un vecteur à déterminer.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= (A - B) x(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \quad (3)$$

La commande **matlab** qui permet de réaliser cette opération de correction est donnée par :

$$K = \text{place}(A, B, p) \quad (4)$$

Notons que cette commande ne peut être réalisée que si le système à commander est contrôlable, c'est que le déterminant de la matrice de contrôlabilité  $[B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B]$ .

Pour mener à bien les différentes manipulations, quelques commandes **matlab** relatives aux systèmes LTI sont données :

- Définition d'un système discret :

- $H=tf(num, den, Ts)$
- $H=zpk(zéros, pôles, gain, Ts)$
- $H=ss(A, B, C, D, Ts)$
- Réponse impulsionnelle et indicielle :
  - $Impulse(sys)$
  - $Step(sys)$
- Conversion d'un système continu en un système discret :
  - $Sysd=c2d(sysc, Ts)$
  - $Sysc=d2c(sysd, 'tustin')$
- Lieu des racines :
  - $Rltool(sys)$

#### **IV. Manipulations :**

##### **IV.1 Manipulation 1 :**

Soit la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{s}{s^4 + s^2 + s + 1}$$

1. Le système est-il stable en BO.
2. Vérifier la stabilité du système en BF pour  $k = 1$ .
3. Déterminer la représentation d'état correspondante.
4. Tracer la réponse indicielle, représenter 20 séquences.
5. Tracer le lieu des racines.
6. Discuter.

##### **IV.2 Manipulation 2 :**

Etant donnée la fonction de transfert :

$$G(z) = \frac{z - 1}{z^2 - z + 0.5}$$

1. Déterminer les pôles et les zéros de  $G(z)$ .
2. Vérifier la stabilité du système en BO.
3. Tracer le lieu des racines en BF.
4. Déterminer la transformé en  $s$ .
5. Vérifier la stabilité en BO.
6. Discuter les résultats.

##### **IV.3 Manipulation 3 :**

Considérer la fonction de transfert suivante :

$$G(z) = \frac{0.3125}{z^2 - z + 0.3125}$$

1. Déterminer  $\omega_n, \xi$
2. Donner une représentation d'état du système.
3. Vérifier la contrôlabilité et l'observabilité.
4. On désire placer les pôles du système en BF à la position -1, -0.5, déterminer la valeur du gain  $k$ .

#### IV.4 Manipulation 4 :

Soit le système :

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} -2 & 0.25 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 7 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = [1 \quad 1 \quad 1]x(k)$$

1. Déterminer la fonction de transfert correspondante.
2. Déterminer les pôles du système en BO.
3. Le système est-il stable.
4. Proposer une commande par retour d'état.
5. Conclusion.

#### IV.5 Manipulation 5 :

Soit le système :

$$G(z) = \frac{(z - 0.5)}{(z - 0.5)(z + 2)}$$

1. Le système est-il stable.
2. Vérifier la contrôlabilité et l'observabilité du système.
3. Proposer une commande par retour d'état.
4. Conclusion.