

TD N°04 : Méthodes de Résolution en Optimisation Combinatoire

Exercice IV.1: (Complexité)

Supposez que chacune des expressions ci-dessous donne le temps de traitement $T(n)$ passé par un algorithme pour résoudre un problème de taille n .

Q1) Indiquez la complexité Big-Oh de chaque algorithme.

Expression	$O(\dots)$
$5 + 0.001n^3 + 0.025n$	...
$500n + 100n^{1.5} + 50n \log_{10} n$	...
$0.3n + 5n^{1.5} + 2.5n^{1.75}$	...
$n^2 \log_2 n + n (\log_2 n)^2$	...
$n \log_3 n + n \log_2 n$	...
$3 \log_8 n + \log_2 \log_2 \log_2 n$	...
$100n + 0.01n^2$	...
$0.01n + 100n^2$	...
$2n + n^{0.5} + 0.5n^{1.25}$	...
$0.01n \log_2 n + n (\log_2 n)^2$	...
$100n \log_3 n + n^3 + 100n$	...
$0.03 \log_4 n + \log_2 \log_2 n$	...

Q2) Prouvez que $T(n) = 2n^3 + 9n^2$ est $O(n^3)$ en utilisant la définition formelle de la notation Big-Oh.

Indication : Trouvez une constante c et un seuil n_0 tels que $cn^3 \geq T(n)$ pour $n \geq n_0$.

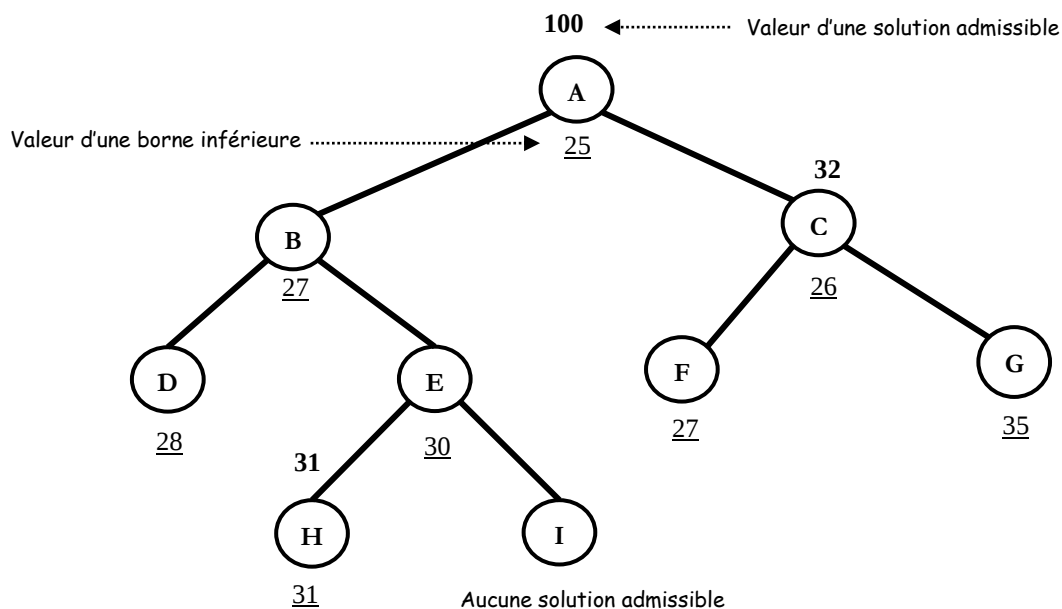
Exercice IV.2: (Etude d'un arbre de recherche)

Soit un problème de minimisation pour lequel on a commencé l'arborescence de recherche d'une solution optimale suivante : où les sommets sont arbitrairement notés $A, B, \dots, I$:

Q1) Quelle est la valeur de la meilleure solution connue du problème pour l'instant ?

Q2) Quelle est la valeur de la meilleure borne inférieure de la valeur optimale du problème pour l'instant ?

Q3) Pour chacune des feuilles, dire si elle peut être élaguée et pourquoi ?



Exercice IV.3: (Problème d'Optimisation Combinatoire)

Etant donnés n articles chacun ayant un revenu de transport v_i dinars et un poids w_i kg. On désire déterminer quels articles transporter par un camion de capacité C kg ($C \leq \sum_{i=0}^{n-1} w_i$) afin de maximiser le revenu total de transport.

- Q1) Quel problème vu au cours pouvant être considéré comme modèle pour ce problème?
- Q2) Déduire la classe de complexité de ce problème.
- Q3) Ecrire la formulation mathématique de ce problème.
- Q4) Calculer la taille de l'espace de recherche.
- Q5) L'algorithme ci-contre constitue une partie de la résolution de ce problème.

```

boolean ALGO (int n , int w[] , binary x[] , int C) {
    float s = 0 ;
    for ( int i = 0 ; i < n ; i++)
        s += x[i] * w[i] ;
    return (s <= C) ;
}
  
```

- a) Que représente le vecteur binaire x pour le problème donné.
- b) Que fait cet algorithme ? Evaluer sa complexité.
- Q6) Ecrire l'algorithme qui calcule le revenu total de transport pour une solution x puis évaluer sa complexité.

Exercice IV.4: (Algorithme Génétique)

Considérons un algorithme génétique appliqué à une population de **8** entiers (individus). Supposons que le fitness est $f(x) = x^2$ et qu'à la génération t la composition de la population est comme suit :

1	1	2	2	2	3	3	3
---	---	---	---	---	---	---	---

- Q1)** Ecrire l'algorithme de sélection par roulette.
- Q2)** Calculer les probabilités respectives de sélectionner chacun des individus **1**, **2** et **3** en utilisant la méthode de la roulette.
- Q3)** Sachant que chaque individu est codé en binaire sur **4 bits**, en appliquant un croisement en un point et une mutation qui change le dernier bit à droite, quels seront les individus pouvant constituer la population de la génération $t + 1$?