

Examen : Optimisation des Réseaux (Corrigé Type)

Durée: 2h - Documents interdits

Année Universitaire : 2024 / 2025

Date : 18/01/2026 (12 : 50 – 14 : 50)

Niveau : M2 RTIC Semestre : 3

NB : Conserver quatre (4) chiffres après la virgule pour tous les résultats numériques.

Exercice 1 : (5 points / 20 minutes)

Q1) Quelle est la différence entre bande passante et débit ? (0.5 pts)

Bande passante : capacité maximale théorique d'un canal de transmission.

Débit : quantité réelle de données transmises par unité de temps.

Q2) Pourquoi l'optimisation combinatoire est-elle très utilisée en réseaux ? (0.5 pts)

Parce qu'elle permet d'optimiser **les coûts, les performances et les ressources** dans des systèmes complexes.

Q3) Quelle est la différence entre méthodes exactes et approchées ? (0.5 pts)

Méthodes exactes : garantissent la solution optimale

Méthodes approchées : donnent une solution proche de l'optimum en un temps réduit

Q4) Quelle est la différence entre optimum local et optimum global ? (0.5 pts)

Optimum local : meilleure solution dans un voisinage donné

Optimum global : meilleure solution parmi toutes les solutions possibles

Q5) Qu'est-ce qu'un problème NP-difficile ? (0.5 pts)

C'est un problème pour lequel **aucun algorithme polynomial** n'est connu pour trouver la solution optimale.

Q6) Pourquoi la programmation dynamique consomme-t-elle beaucoup de mémoire ? (0.5 pts)

Parce qu'elle **stocke les résultats** des sous-problèmes pour éviter les recalculs.

Q7) Pourquoi les méta-heuristiques utilisent-elles souvent l'aléatoire ? (0.5 pts)

Pour **éviter le blocage** dans des optimums locaux et explorer davantage l'espace des solutions.

Q8) Pourquoi le recuit simulé accepte-t-il parfois des solutions moins bonnes ? (0.5 pts)

Pour **échapper aux optimums locaux** et améliorer la recherche globale de solutions.

Q9) Quelle est la différence entre heuristique et méta-heuristique ?

(0.5 pts)

Heuristique : spécifique à un problème

Méta-heuristique : cadre général applicable à plusieurs problèmes

Q10) Montrer que $\log(n!) \in \mathcal{O}(n \log n)$

(0.5 pts)

$$\log(1) \leq \log n$$

$$\log(2) \leq \log n$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$\log(n) \leq \log n$$

En additionnant la solution de gauche et la solution de droite, on obtient

$$\log(1) + \log(2) + \dots + \log(n) \leq \log n + \log n + \dots + \log n$$

$$\log(1 \times 2 \times \dots \times n) \leq n \log n$$

$$\log(n!) \leq n \log n$$

$$\text{Donc } \log(n!) \in \mathcal{O}(n \log n)$$

Exercice 2 : (5 points / 45 minutes)

Le réseau de la **figure 1** est constitué de liens à **512 Kbit/s**, il utilise un routage aléatoire, les analyses de trafic montrent que le trafic entrant par le nœud **E** est en moyenne de **50 paquets par seconde** de longueur moyenne de **1 Kilo-Octets**. On admettra qu'il n'y a pas d'autre source de trafic dans le réseau.

Tout le trafic entrant en **E** sort en **S** et se répartit statistiquement comme l'indique le **tableau 1**.

Lien	Proportion du trafic écoulé
N1-N2	25 %
N1-N4	25 %
N3-N5	50 %
N4-N5	75 %

Tableau 1 : Répartition du trafic.

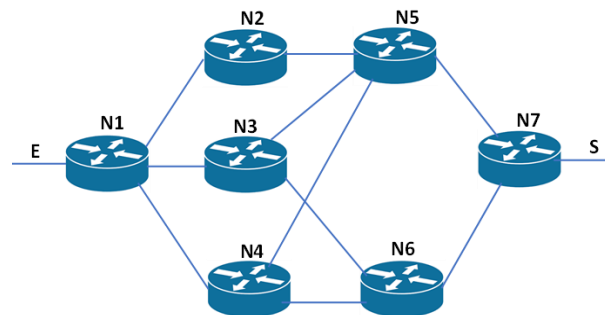


Figure 1 : Réseau Physique

On vous demande de déterminer ;

Q1) Le taux d'arrivée (λ) ;

Taux moyenne d'arrivée en E : (λ) $\rightarrow \lambda = 50 \text{ Paquets/Sec}$ (0.25 pts)

Q2) Le taux de service du routeur (μ) ;

Longueur moyenne d'un paquet (L) → $L = 1 \text{ KO} = 1024 \text{ Octets}$

Débit des liens → $D = 512 \text{ Kbits/sec}$

Taux de services : $\mu = \frac{1}{ts} \rightarrow ts = \frac{L}{D} \rightarrow ts = \frac{1 \times 8 \times 2^{10}}{512 \times 10^3} = 0.016 \text{ sec}$ (0.25 pts)

→ $\mu = \frac{1}{0.016} = 62.5 \text{ Paquets/Sec}$ (0.5 pts)

Q3) Le temps de transit moyen d'un paquet dans le réseau.

File	Trafic %	Taux d'arrivée λ	Charge $\rho = \lambda / \mu$	Nb items dans le nœud $N = \rho / (1 - \rho)$	
F 1:2	0.25	12.5	0.2	0,2500	(0.25 pts)
F 1:3	0.5	25	0.4	0.6667	(0.25 pts)
F 1:4	0.25	12.5	0.2	0.2500	(0.125 pts)
F 2:5	0.25	12.5	0.2	0.2500	(0.125 pts)
F 3:5	0.25	12.5	0.2	0.2500	(0.125 pts)
F 3:6	0.25	12.5	0.2	0.2500	(0.125 pts)
F 4:5	0.1875	9.375	0.15	0.1765	(0.25 pts)
F 4:6	0.0625	3.125	0.05	0.0526	(0.25 pts)
F 5:7	0.6875	34.375	0.55	1.2222	(0.25 pts)
F 6:7	0.3125	15.625	0.25	0.3333	(0.25 pts)
F 7:S	1	50	0.8	4.0000	(0.25 pts)
Nombre de paquets dans le réseau (N):				7.7013 Paquets	(0.75 pts)
Temps de transit dans le réseau $N = \lambda \times tq$ soit $tq = N / \lambda$				0.1540 Sec	(1 pt)

Exercice 3 : (2.5 points / 15 minutes)

Une école spécialisée en informatique offre, périodiquement à ses visiteurs, des formations dans **5 modules**, chaque module est caractérisé par son nombre de crédits et son volume horaire (VH). Les modules d'une période donnée sont détaillés dans le tableau suivant :

Module i	1	2	3	4	5
Crédit c_i	8	5	2	7	4
VH h_i	24	20	30	40	12

Pour chaque visiteur, l'école octroie une formation gratuite de **50 heures** couronnée par une attestation mentionnant le nombre de crédits acquis. On se propose de déterminer quels modules choisir par le visiteur afin de totaliser un crédit maximal (les modules ne doivent pas être fractionnés).

Q1) Quel est le type de ce problème d'optimisation ? quel est le modèle vu cours qui lui est applicable ?

Problème d'optimisation discrète. (0.25 pts)

Problème du Sac-à-dos (KnapSack) (0.25 pts)

Q2) Dédurre la classe de complexité de ce problème.

Problème de la classe NP-Complet (0.25 pts)

Q3) Déterminer l'espace de recherche et calculer sa taille.

Espace de recherche = ensemble des parties de $\{1,2,3,4,5\}$; (0.25 pts)

$|Espace\ de\ recherche| = 2^5 = 32$. (0.25 pts)

Q4) Ecrire la formulation mathématique de ce problème d'optimisation.

Formulation mathématique : (0.75 + 0.5 = 1.25 pts)

$$\begin{cases} \text{Max } \sum_{i=1}^5 c_i x_i \\ \sum_{i=1}^5 h_i x_i \leq H \\ x_i \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{Max } 8x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 \\ 24x_1 + 20x_2 + 30x_3 + 40x_4 + 12x_5 \leq 50 \\ x_i \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, 5 \end{cases}$$

Exercice 4 : (7.5 points / 40 minutes)

On cherche à maximiser une fonction, la procédure de l'AG a donné pour la 10^{ème} génération les individus suivants :

I₁ :	4.3	3.2	3.6	102	0.32
I₂ :	2	3	3.5	111	0.46
I₃ :	1.5	2.5	3.75	100	0.34
I₄ :	2.5	3.5	4.5	96	0.2
I₅ :	3.5	4	4.75	105	0.13
I₆ :	4	5.5	3.25	125	0.66
I₇ :	3.5	4.5	4.25	105	0.5
I₈ :	4.5	5.5	4.75	95	0.55
I₉ :	5	2.75	3.25	110	0.4
I₁₀ :	6	3.75	3.25	115	0.42

La fonction à optimiser s'exprime par : $F = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$

Q1) Donner la dimension de la fonction à optimiser. (0.25 pts)

La dimension de la fonction F est : 5

Q2) Donner le nombre d'individus fixé dans la procédure. (0.25 pts)

Nombre d'individus = 10 individus

Q3) Calculer la valeur de la fonction à optimiser pour chaque individu de la génération courante.

Valeur de F pour chaque individu :

(0.125×10 = 1.25 pts)

Individus	Valeur de F_i
I₁	113.42
I₂	119.96
I₃	108.09
I₄	106.70
I₅	117.38
I₆	138.41
I₇	117.75
I₈	110.3
I₉	121.4
I₁₀	128.42

Q4) Quel est le meilleur individu dans la présente génération.

Le Meilleur individu dans la présente génération est **I₆**

(0.25 pts)

Q5) On cherche à construire la 11^{ème} génération. Calculer la probabilité de sélection pour chaque individu (utilisant la méthode de la roulette).

La Probabilité de sélection $p_i = \frac{F_i}{\sum F_i}$

(0.25 + 1.25 = 1.5 pts)

Individus	Valeur de F_i	Probabilité	Probabilité %
I₁	113.42	0.0960	9.6
I₂	119.96	0.1015	10.15
I₃	108.09	0.0915	9.15
I₄	106.70	0.0903	9.03
I₅	117.38	0.0993	9.93
I₆	138.41	0.1171	11.71
I₇	117.75	0.0996	9.96
I₈	110.3	0.0933	9.33
I₉	121.4	0.1027	10.27
I₁₀	128.42	0.1087	10.87
Total	1181.83	1.000	100

Q6) Si la sélection donne pour la population intermédiaire trois fois le premier individu, deux fois le deuxième individu, deux fois le 5^{ème} individu, une fois le dernier individu, une fois le 4^{ème} individu et une fois le 7^{ème} individus, donner l'ensemble des individus obtenus après la sélection.

Individus après sélection : $I_1, I_1, I_1, I_2, I_2, I_5, I_5, I_{10}, I_4, I_7$.

(1.25 pts)

I_1 :	4.3	3.2	3.6	102	0.32
I_2 :	4.3	3.2	3.6	102	0.32
I_3 :	4.3	3.2	3.6	102	0.32
I_4 :	2	3	3.5	111	0.46
I_5 :	2	3	3.5	111	0.46
I_6 :	3.5	4	4.75	105	0.13
I_7 :	3.5	4	4.75	105	0.13
I_8 :	6	3.75	3.25	115	0.42
I_9 :	2.5	3.5	4.5	96	0.2
I_{10} :	3.5	4.5	4.25	105	0.5

- Q7) Le hasard fait que le meilleur individu de la population sélectionné se croise avec le moins bon des individus sélectionnés. Si l'opérateur de croisement utilisé est le croisement en deux points (croisement double), avec des **sites de coupe aux positions 1 et 3**, donner le résultat pour ce croisement.

Croisement meilleur individu et le moins bon individu

(0.75 pts)

I_8 :	6	3.75	3.25	115	0.42
I_9 :	2.5	3.5	4.5	96	0.2

Après croisement, on obtient :

I_{11} :	6	3.5	4.5	115	0.42
I_{12} :	2.5	3.75	3.25	96	0.2

- Q8) Choisir les 3^{èmes} et 4^{èmes} individus de la population sélectionnée et donner le résultat pour un croisement à un point (croisement simple) avec un site de **coupe = 3**.

Croisement I_3 et I_4

(0.75 pts)

I_3 :	4.3	3.2	3.6	102	0.32
I_4 :	2	3	3.5	111	0.46

Après croisement

I_{13} :	4.3	3.2	3.6	111	0.46
I_{14} :	2	3	3.5	102	0.32

- Q9) Les autres individus de la population sélectionnée ne subissent pas de croisement. Avec l'opérateur de remplacement élitiste, on garde les individus possédant les meilleures performances, donner alors la population intermédiaire obtenue.

On a 14 individus, il faut garder dans la génération les 10 meilleurs individus. (1.25 pts)

I_1 :	6	3.5	4.5	115	0.42	F = 129.42
I_2 :	4.3	3.2	3.6	102	0.32	F = 113.42
I_3 :	4.3	3.2	3.6	102	0.32	F = 113.42
I_4 :	2	3	3.5	111	0.46	F = 119.96
I_5 :	2	3	3.5	111	0.46	F = 119.96
I_6 :	3.5	4	4.75	105	0.13	F = 117.38
I_7 :	3.5	4	4.75	105	0.13	F = 117.38
I_8 :	6	3.75	3.25	115	0.42	F = 128.42
I_9 :	4.3	3.2	3.6	111	0.46	F = 122.56
I_{10} :	3.5	4.5	4.25	105	0.5	F = 117.75

Bon courage