

Examen : Optimisation des Réseaux (Corrigé Type)

Durée: 1h30 - Documents interdits

Année Universitaire : 2024 / 2025

Date : 13/01/2025 (10 : 30 – 12 : 00)

Niveau : M2 RTIC Semestre : 3

Exercice 1 : (5 points / 15 minutes)

Q1) Quel est l'avantage d'une métaheuristique à population par rapport à celle à solution unique ? (1 pt)

Meilleure qualité de solution due à l'exploration d'une partie plus étendue de l'espace de recherche.

Q2) Quel est l'inconvénient d'une métaheuristique à population par rapport à celle à solution unique ? (1 pt)

Gourmande en temps due à l'exploration d'une partie plus étendue de l'espace de recherche

Q3) La programmation dynamique et B&B toutes les deux divisent le problème en sous problèmes. Quelle en est la différence ? (1 pt)

Pour la programmation dynamique, les sous problèmes sont imbriqués, mais dans B&B, les sous problèmes sont disjoints.

Q4) Expliquer pourquoi doit-on toujours préserver un compromis entre intensification et diversification ? (1 pt)

Favoriser l'intensification => convergence précoce (optimum local);

Favoriser la diversification => mauvaise solution (aléatoire)

Q5) Prouvez que $T(n) = 2n^3 + 9n^2$ est $\mathcal{O}(n^3)$ en utilisant la définition formelle de la notation Big-Oh. (1 pt)

Indication : Trouvez une constante c et un seuil n_0 tels que $cn^3 \geq T(n)$ pour $n \geq n_0$.

Cependant, nous pouvons montrer que $T(n) \in \mathcal{O}(n^3)$.

Nous avons: $T(n) = 2n^3 + 9n^2$

$$\begin{aligned} &\leq 2n^3 + n \times n^2 \quad \text{for all } n \geq 9 \\ &= 3n^3 \end{aligned}$$

Choisir $c = 3$ and $n_0 = 9$, pour tout $n \geq n_0$,

Nous avons : $T(n) = 2n^3 + 9n^2 \leq 3n^3 = c \cdot n^3$

Exercice 2 : (6 points / 40 minutes)

Un réseau local est interconnecté à un autre réseau via un routeur par une ligne à 256 Kbit/s. Plusieurs stations sont connectées sur le réseau local. L'analyse de trafic en arrivée montre que :

- 2 stations ont un trafic vers l'extérieur de 11 paquets/s ;
- 3 stations ont un trafic vers l'extérieur de 15 paquets/s ;
- 4 stations ont un trafic vers l'extérieur de 17 paquets/s ;
- 5 stations ont un trafic vers l'extérieur de 18 paquets/s.

Les arrivées suivent une loi de Poisson. Les paquets, en arrivée, ont une longueur moyenne de 128 octets. On ne tiendra pas compte des données protocolaires.

Questions : On vous demande de déterminer :

Q1) Le taux d'arrivée (λ) et le temps de service (t_s); (0.5 + 0.5 = 1pt)

Taux d'arrivée des paquets (λ) (0.5 pt)

Le taux d'arrivée des paquets se détermine en appliquant le principe de la superposition des flux, soit :

$$\lambda = 2 \times 11 + 3 \times 15 + 4 \times 17 + 5 \times 18 = 225 \text{ paquets/seconde}$$

Le temps de service (t_s) (0.5 pt)

Longueur Moyenne $L = 128$ Octets

Débit $D = 256$ Kbits/sec

$$t_s = L/D = (128 \times 8 / 256\,000) = 0,004 \text{ Sec}$$

Q2) Le taux de service du routeur (μ) ; (0.5 pt)

Le taux de service représente le nombre de paquets traités par seconde. Il est donné par la relation :

$\mu = 1/t_s$ où t_s représente le temps de service soit,

$$\mu = 1 / (4 \times 10^{-3}) = 250 \text{ paquets/seconde}$$

Q3) L'intensité de trafic ou la charge du système (ρ) ; (0.5 pt)

La charge du système ou intensité de trafic est le rapport entre la charge soumise et la charge admissible :

$$\rho = \lambda / \mu = 225 / 250 = 0,9$$

Q4) Le nombre moyen de paquets dans le routeur (N) ; (0.5 pt)

Le nombre de paquets dans le routeur est donné par la relation : $N = \rho / (1 - \rho)$

$$N = \rho / (1 - \rho) = 0,9 / (1 - 0,9) = 9 \text{ paquets}$$

Q5) Le temps moyen d'attente (t_a); (0.5 pt)

Le temps moyen d'attente correspond au produit du nombre de paquets dans le routeur par le temps de traitement d'un paquet (temps de service) soit :

$$t_a = N \times t_s = 9 \times 0.004 = 0,036 \text{ seconde}$$

Q6) Le nombre moyen de paquets en attente (N_a) ; (0.5 pt)

$$N_a = \lambda \times t_a = 225 \times 0,036 = 8,1 \text{ paquets}$$

Q7) Le temps de réponse (t_q) ; (0.5 pt)

$$t_q = N/\lambda = 9/225 = 0,04 \text{ Sec}$$

ou bien

$$t_q = t_a + t_s = 0,036 + 0,004 = 0,04 \text{ Sec}$$

Q8) La taille du buffer (T) d'entrée dimensionnée au plus juste pour ce trafic, celle-ci sera arrondie au KO supérieur ; (1 pt)

$$\begin{aligned} T &= \text{Nombre d'items en attente} \times \text{taille d'un item} \\ &= N_a \times L = 8,1 \times 128 = 1036,8 \text{ Octets} \end{aligned}$$

On retiendra une taille buffer de 2 KO soit une contenance de 16 paquets, la file d'attente est donc du type M/M/1/16.

Q9) La taille du buffer n'étant plus de longueur infinie, quelle est dans ces conditions la probabilité de rejet d'un nouvel entrant ? (1 pt)

Nombre moyen de paquets dans le système : 9 paquets.

$$\text{Si } \rho \neq 1 \quad p_n = \frac{\rho^n(1-\rho)}{1-\rho^{k+1}} = \frac{0,9^9(1-0,9)}{1-0,9^{16+1}} = 0.0465$$

Exercice 3 : (5 points / 20 minutes)

On désire installer au moindre coût un réseau de communication entre divers sites. Le coût des connections inter-sites sont les suivants (symétrique):

		A	B	C	D	E	F	G	H
		1	2	3	4	5	6	7	8
A	1	-							
B	2	5	-						
C	3	18	17	-					
D	4	9	11	27	-				
E	5	13	7	23	20	-			
F	6	7	10	15	15	15	-		
G	7	38	38	20	40	40	35	-	
H	8	22	15	25	25	30	10	45	-

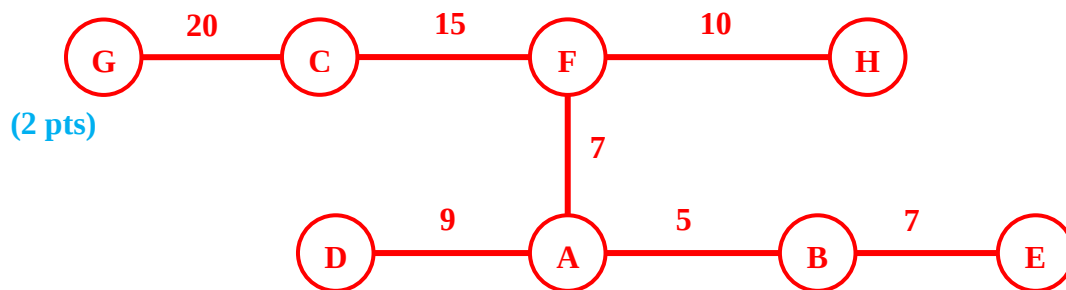
Q1) Quel est le problème graphique associé ? (1 pt)

Il s'agit bien d'un problème d'un de poids minimum (MST, Minimum Spanning Tree).

Q2) Citez les algorithmes qui permettent de résoudre ce problème. (1 pt)

Les algorithmes utilisés pour résoudre MST sont : l'algorithme de **Kruskal** et l'algorithme de **Prim**

Q3) Déterminez la solution optimale en utilisant l'un de ces algorithmes. (2 + 1 = 3 pts)



L'application de l'algorithme de Kruskal (Prim) donne la valeur : 73 (1 pt)

Exercice 4 : (4 points / 15 minutes)

Supposons qu'un algorithme génétique utilise des chromosomes de la forme $x = abcdefgh$ avec une longueur fixe de huit gènes. Chaque gène peut être un chiffre compris entre 0 et 9. Calculons l'aptitude (**Fitness**) de l'individu x comme suit :

$$f(x) = (a + b) - (c + d) + (e + f) - (g + h)$$

et que la population initiale soit composée de quatre individus avec les chromosomes suivants :

$$x_1 = 6\ 5\ 4\ 1\ 3\ 5\ 3\ 2$$

$$x_2 = 8\ 7\ 1\ 2\ 6\ 6\ 0\ 1$$

$$x_3 = 2\ 3\ 9\ 2\ 1\ 2\ 8\ 5$$

$$x_4 = 4\ 1\ 8\ 5\ 2\ 0\ 9\ 4$$

Q1) Évaluez l'aptitude (Fitness) de chaque individu, en montrant tous vos travaux, et classez-les dans l'ordre, les plus aptes en premier et les moins aptes en dernier. (1 pt)

$$f(x_1) = (6 + 5) - (4 + 1) + (3 + 5) - (3 + 2) = 9$$

$$f(x_2) = (8 + 7) - (1 + 2) + (6 + 6) - (0 + 1) = 23$$

$$f(x_3) = (2 + 3) - (9 + 2) + (1 + 2) - (8 + 5) = -16$$

$$f(x_4) = (4 + 1) - (8 + 5) + (2 + 0) - (9 + 4) = -19$$

L'ordre est x_2 , x_1 , x_3 et x_4 .

Q2) Effectuez l'opération de croisement suivante :

A) Croiser les deux individus x_1 et x_2 en utilisant le croisement en un point au point central. (1 pt)

Croisement en un point sur x_1 et x_2 :

$$\begin{array}{lcl} x_1 = 6541 | 3532 & \Rightarrow & O_1 = 6541 | 6601 \\ x_2 = 8712 | 6601 & \Rightarrow & O_2 = 8712 | 3532 \end{array}$$

B) Croiser les deux individus x_3 et x_4 en utilisant le croisement en un point au point central. (1 pt)

Croisement en un point sur x_3 et x_4 :

$$\begin{array}{lcl} x_3 = 2392 | 1285 & \Rightarrow & O_3 = 2392 | 2094 \\ x_4 = 4185 | 2094 & \Rightarrow & O_4 = 4185 | 1285 \end{array}$$

Q3) Supposons que la nouvelle population soit constituée des quatre individus obtenus par les opérations de croisement dans la question ci-dessus. Évaluez l'aptitude (Fitness) de la nouvelle population, en montrant tous vos calculs. L'aptitude (Fitness) globale s'est-elle améliorée ? (1 pt)

La nouvelle population est :

$$O_1 = 65416601$$

$$O_2 = 87123532$$

$$O_3 = 23922094$$

$$O_4 = 41851285$$

Appliquez maintenant la fonction d'aptitude (fitness):

$$f(O_1) = (6 + 5) - (4 + 1) + (6 + 6) - (0 + 1) = 17$$

$$f(O_2) = (8 + 7) - (1 + 2) + (3 + 5) - (3 + 2) = 15$$

$$f(O_3) = (2 + 3) - (9 + 2) + (2 + 0) - (9 + 4) = -17$$

$$f(O_4) = (4 + 1) - (8 + 5) + (1 + 2) - (8 + 5) = -18$$

L'aptitude (Fitness) globale n'est pas améliorée.

Bon courage