جامعة محمد بوضياف بالمسيلة

كلية الرياضيات والإعلام الآلي

امتحان نهائي: الرياضيات للتطبيقات الاقتصادية والتجارية

المدة: ساعتان **12 ماي 2026**

التمرين الأول: حساب التكاليف والإيرادات (8 نقاط)

تنتج شركة منتجًا بتكلفة إجمالية تُعطى بالدالة:

$$\mathbf{C(x) = 0.02x^2 + 20x + 500}$$

حيث $\mathbf{x}$ هو عدد الوحدات المنتجة. إذا كان سعر البيع للوحدة هو 80 دولار، فأوجد:

1) دالة الإيراد الإجمالي. (نقطتان)

2) دالة الربح. (نقطتان)

3) عدد الوحدات التي تحقق أقصى ربح ممكن. (نقطتان)

4) الربح الأقصى. (نقطتان)

التمرين الثاني: تحليل التعادل والربح في المؤسسة العمومية (12 نقطة)

المؤسسة الوطنية للصناعات الغذائية (NAGRI) هي مؤسسة عمومية جزائرية متخصصة في إنتاج المواد الغذائية. تدرس المؤسسة إطلاق منتج جديد "الوجبة الغذائية المتكاملة ."NAGRI–MAX فيما يلي المعطيات المتوفرة:

- **التكاليف الثابتة الشهرية (C_{fix}): 120,000 دينار جزائري**
- **التكلفة المتغيرة للوحدة (C_{var}): 50 دينار جزائري**
- **سعر البيع المقترح للوحدة (p): 90 دينار جزائري**

- دالة الطلب المتوقعة: $\mathbf{Q(p) = 10000 - 80p}$ (حيث $\mathbf{Q}$ الكمية المطلوبة، $\mathbf{p}$ السعر)
- الطاقة الإنتاجية القصوى للمؤسسة هي **6000** وحدة شهرياً

1) تحليل نقطة التعادل (3 نقاط):

(a) احسب كمية التعادل ($\mathbf{Q_{BE}}$) وإيراد التعادل ($\mathbf{R_{BE}}$).

(b) إذا كانت المؤسسة تعمل بكامل طاقتها الإنتاجية، ما هو الربح المحقق؟

2) تحليل الربحية (3 نقاط):

(a) اشتق دالة الربح $\mathbf{P_r(Q)}$.

(b) كم وحدة يجب بيعها لتحقيق ربح شهري قدره **180,000** دينار جزائري؟

3) تحليل المخاطر (3 نقاط):

(a) ما هو هامش الأمان (Margin of Safety) إذا كانت المؤسسة تنتج **4500** وحدة شهرياً؟

(b) إذا زادت التكاليف الثابتة بنسبة **10%**، كم تصبح كمية التعادل الجديدة؟

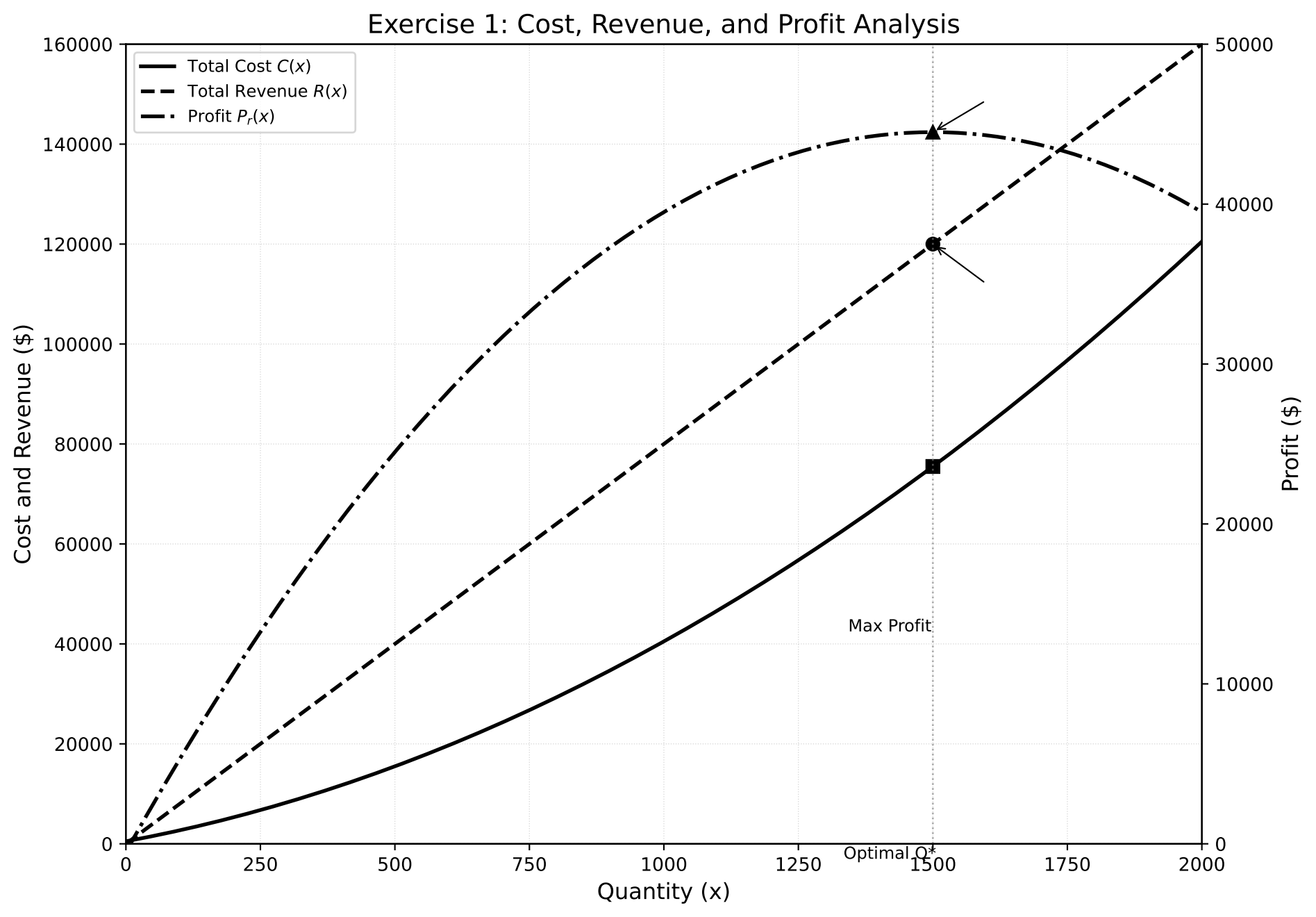
4) مرونة الطلب السعرية (3 نقاط):

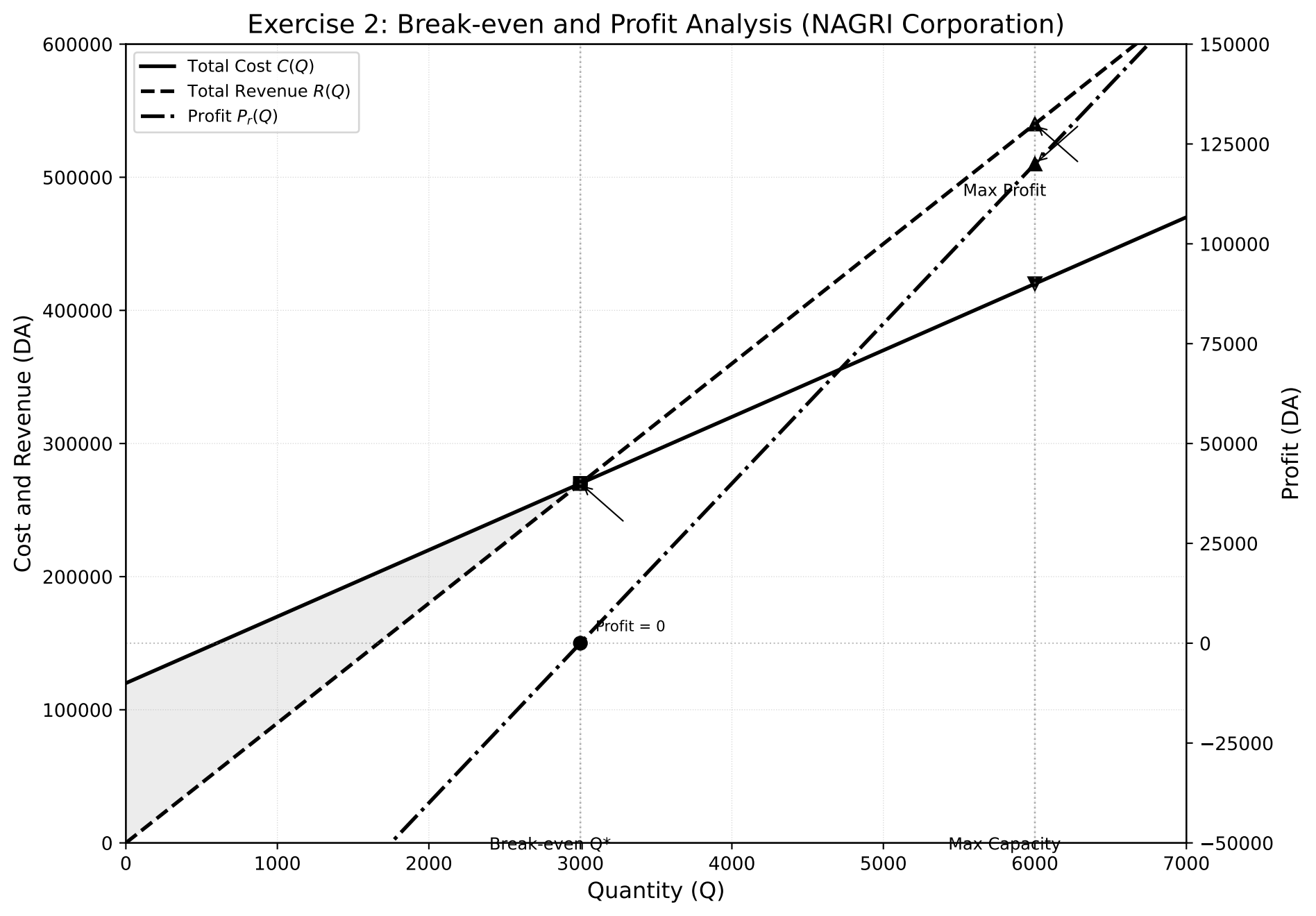
(a) احسب مرونة الطلب السعرية عند السعر الحالي $\mathbf{p = 90}$ دينار جزائري. فسر النتيجة.

(b) بناءً على قيمة المرونة، هل ينبغي على المؤسسة رفع السعر أم خفضه لزيادة الإيراد الكلي؟ علل.

تذكير بالصيغ الأساسية

- الإيراد الكلي: $\mathbf{R(Q) = p \times Q}$
- الربح: $\mathbf{P_r(Q) = R(Q) - C(Q)}$
- التكلفة الكلية: $\mathbf{C(Q) = C_{fix} + C_{var} \times Q}$
- كمية التعادل: $\mathbf{Q_{BE} = \frac{C_{fix}}{p - C_{var}}}$
- هامش الأمان: $\mathbf{MS = \frac{Q_{actuelle} - Q_{BE}}{Q_{actuelle}} \times 100\%}$
- مرونة الطلب السعرية: $\mathbf{E_d = \frac{dQ}{dp} \times \frac{p}{Q}}$


Exercise 1: Cost, Revenue, and Profit Analysis
Total Cost $C(x)$
Total Revenue $R(x)$
Profit $P_r(x)$
Max Profit
Optimal Q*
Cost and Revenue ($)
Profit ($)
Quantity (x)
0
20000
40000
60000
80000
100000
120000
140000
160000
10000
30000
50000
250
500
750
1000
1250
1500
1750
2000


Exercise 2: Break-even and Profit Analysis (NAGRI Corporation)
Total Cost $C(Q)$
Total Revenue $R(Q)$
Profit $P_r(Q)$
Max Profit
Profit = 0
Break-even Q*
Max Capacity
Cost and Revenue (DA)
Profit (DA)
Quantity (Q)
0
100000
200000
300000
400000
500000
600000
−50000
−25000
0
25000
50000
75000
100000
125000
150000
1000
2000
3000
4000
5000
6000
7000

جامعة محمد بوضياف بالمسيلة
كلية الرياضيات والإعلام الآلي

تصحيح الامتحان: الرياضيات للتطبيقات الاقتصادية والتجارية

المدة: ساعتان **12 ماي 2026**

حل التمرين الأول: حساب التكاليف والإيرادات (8 نقاط)

1) دالة الإيراد الإجمالي

كتابة القانون: الإيراد = سعر الUnits $\times$ عدد الوحدات المباعة ..... (0.5 **p**)

$$\mathbf{R(x) = p \times x}$$

التعويض: $p = 80$ ..... (0.5 **p**)

$$\mathbf{R(x) = 80x}$$

2) دالة الربح

كتابة القانون: الربح = الإيراد الإجمالي – التكلفة الإجمالية ..... (0.5 **p**)

$$\mathbf{P(x) = R(x) - C(x)}$$

التعويض بدالة التكلفة: $C(x) = 0.02x^2 + 20x + 500$ ..... (0.5 **p**)

$$\mathbf{P(x) = 80x - (0.02x^2 + 20x + 500)}$$

فك الأقواس ..... (0.5 **p**)

$$\mathbf{P(x) = 80x - 0.02x^2 - 20x - 500}$$

تبسيط النتيجة النهائية ..... (0.5 **p**)

$$\mathbf{P(x) = -0.02x^2 + 60x - 500}$$

3) عدد الوحدات التي تحقق أقصى ربح ممكن

شرط أقصى ربح: $\mathbf{P'(x) = 0}$ ..... (0.5 **p**)

حساب المشتقة الأولى ..... (0.5 **p**)

$$\mathbf{P'(x) = -0.04x + 60}$$

مساواة المشتقة بالصفر ..... (0.5 **p**)

$$\mathbf{-0.04x + 60 = 0}$$

حل المعادلة لإيجاد x ..... (0.5 **p**)

$$\mathbf{0.04x_{max} = 60} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{x_{max} = \frac{60}{0.04} = 1500\ Units}$$

4) الربح الأقصى

القانون: $\mathbf{P_{max} = P(x_{max})}$ ..... (0.5 **p**)

تعويض $x = 1500$ في دالة الربح ..... (0.5 **p**)

$$\mathbf{P(1500) = -0.02(1500)^2 + 60(1500) - 500}$$

حساب $(1500)^2 = 2250000$ ..... (0.5 **p**)

$$\mathbf{P(1500) = -0.02 \times 2250000 + 90000 - 500}$$

حساب النتيجة النهائية ..... (0.5 **p**)

$$\mathbf{P(1500) = -45000 + 90000 - 500 = 44500\ \$}$$

حل التمرين الثاني: تحليل التعادل والربح في المؤسسة العمومية (12 نقطة)

1–a كمية التعادل وإيراد التعادل

قانون كمية التعادل: $\mathbf{Q_{BE} = \dfrac{C_{fix}}{p - C_{var}}}$ ..... (0.25 **p**)

تعويض المعطيات: $C_{fix} = 120000$، $p = 90$، $C_{var} = 50$ ..... (0.25 **p**)

$$\mathbf{Q_{BE} = \frac{120000}{90 - 50}}$$

حساب المقام: $90 - 50 = 40$ ..... (0.25 **p**)

حساب النتيجة: $\mathbf{Q_{BE} = \frac{120000}{40} = 3000\ Units}$ ..... (0.25 **p**)

قانون إيراد التعادل: $\mathbf{R_{BE} = p \times Q_{BE}}$ ..... (0.25 **p**)

تعويض القيم: $p = 90$، $Q_{BE} = 3000$ ..... (0.25 **p**)

$$\mathbf{R_{BE} = 90 \times 3000}$$

حساب النتيجة: $\mathbf{R_{BE} = 270000\ DA}$ ..... (0.25 **p**)

1–b الربح عند الطاقة القصوى

قانون الربح: $\mathbf{P_r = (p - C_{var}) \times Q - C_{fix}}$ ..... (0.25 **p**)

تعويض المعطيات: $p - C_{var} = 40$، $Q = 6000$، $C_{fix} = 120000$ ..... (0.25 **p**)

$$\mathbf{P_r = 40 \times 6000 - 120000}$$

حساب $40 \times 6000 = 240000$ ..... (0.25 **p**)

حساب النتيجة النهائية: $\mathbf{P_r = 240000 - 120000 = 120000\ DA}$ ..... (0.25 **p**)

2–a دالة الربح

قانون دالة الربح: $\mathbf{P_r(Q) = (p - C_{var}) \times Q - C_{fix}}$ ..... (0.25 **p**)

تعويض $p - C_{var} = 40$ و $C_{fix} = 120000$ ..... (0.25 **p**)

$$\mathbf{P_r(Q) = 40Q - 120000}$$

2–b الكمية لتحقيق ربح 180,000 DA

المعادلة: $\mathbf{P_r(Q) = 180000}$ ..... (0.25 **p**)

تعويض دالة الربح: $\mathbf{40Q - 120000 = 180000}$ ..... (0.25 **p**)

نقل الحد الثابت: $\mathbf{40Q = 180000 + 120000 = 300000}$ ..... (0.25 **p**)

حساب النتيجة: $\mathbf{Q = \frac{300000}{40} = 7500\ Units}$ ..... (0.25 **p**)

ملاحظة: هذه الكمية تتجاوز الطاقة الإنتاجية القصوى (**6000** ،(**Units** لذا لا يمكن تحقيق هذا الربح في الظروف الحالية. ..... (0.5 **p**)

a–3) هامش الأمان عند Q = 4500

قانون هامش الأمان: $\mathbf{MS = \frac{Q_{actuelle} - Q_{BE}}{Q_{actuelle}} \times 100\%}$ ..... (0.25 **p**)

تعويض $Q_{actuelle} = 4500$، $Q_{BE} = 3000$ ..... (0.25 **p**)

$$\mathbf{MS = \frac{4500 - 3000}{4500} \times 100\%}$$

حساب البسط: $4500 - 3000 = 1500$ ..... (0.25 **p**)

حساب النتيجة: $\mathbf{MS = \frac{1500}{4500} \times 100\% = 33.33\%}$ ..... (0.25 **p**)

b–3) كمية التعادل بعد زيادة التكاليف الثابتة 10%

حساب التكاليف الثابتة الجديدة: $\mathbf{C'_{fix} = C_{fix} \times 1.10}$ ..... (0.25 **p**)

تعويض $C_{fix} = 120000$: $\mathbf{C'_{fix} = 120000 \times 1.10 = 132000\ DA}$ ..... (0.25 **p**)

قانون كمية التعادل الجديدة: $\mathbf{Q'_{BE} = \frac{C'_{fix}}{p - C_{var}}}$ ..... (0.25 **p**)

تعويض القيم: $\mathbf{Q'_{BE} = \frac{132000}{90-50}}$ ..... (0.25 **p**)

حساب المقام: $90 - 50 = 40$ ..... (0.25 **p**)

حساب النتيجة: $\mathbf{Q'_{BE} = \frac{132000}{40} = 3300\ Units}$ ..... (0.25 **p**)

a–4) مرونة الطلب السعرية عند p = 90

دالة الطلب: $\mathbf{Q(p) = 10000 - 80p}$ ..... (0.25 **p**)

حساب المشتقة: $\mathbf{\frac{dQ}{dp} = -80}$ ..... (0.25 **p**)

قانون المرونة: $\mathbf{E_d = \frac{dQ}{dp} \times \frac{p}{Q}}$ ..... (0.25 **p**)

حساب Q عند $p = 90$: $\mathbf{Q = 10000 - 80 \times 90 = 10000 - 7200 = 2800}$ ..... (0.25 **p**)

تعويض القيم في قانون المرونة ..... (0.5 **p**)

$$\mathbf{E_d = -80 \times \frac{90}{2800} = -80 \times 0.03214 \approx -2.57}$$

$\mathbf{|E_d| = 2.57 > 1}$ أي الطلب مرن. ..... (0.5 **p**)

b–4) التوصية

بما أن الطلب مرن ($\mathbf{|E_d| > 1}$)، فإن خفض السعر يؤدي إلى زيادة في الإيراد الكلي. ..... (0.5 **p**)

الاستنتاج: لذلك ينبغي على المؤسسة خفض السعر لزيادة الإيراد. ..... (0.5 **p**)

السؤال	عناصر الإجابة	النتائج / الصيغ	العلامة
التمرين الأول: حساب التكاليف والإيرادات (8 نقاط)			
1) دالة الإيراد	كتابة القانون + التعويض	$\mathbf{R(x) = 80x}$	2
2) دالة الربح	القانون + التعويض + فك الأقواس + التبسيط	$\mathbf{P(x) = -0.02x^2 + 60x - 500}$	2
3) الكمية المثلى	شرط أقصى ربح + المشتقة + المساواة بالصفر + الحل	$\mathbf{x_{max} = 1500\ Units}$	2
4) الربح الأقصى	القانون + التعويض + حساب المربع + النتيجة	$\mathbf{P^* = 44500\ \$}$	2
التمرين الثاني: تحليل التعادل والربح (12 نقطة)			
a–1)	كمية التعادل	$\mathbf{Q_{BE} = 3000\ Units}$	1.5
	إيراد التعادل	$\mathbf{R_{BE} = 270000\ DA}$	1.5
b–1) الربح عند الطاقة القصوى	القانون + تعويض + حساب + النتيجة	$\mathbf{P_r(6000) = 40 * 6000 - 120000 = 120000\ DA}$	1
a–2) دالة الربح	القانون + التبسيط	$\mathbf{P_r(Q) = 40Q - 120000}$	0.5
b–2) الربح المستهدف	المعادلة + تعويض + نقل الحدود + الحل + الملاحظة	$\mathbf{Q = 7500\ Units}$ (يتجاوز الطاقة القصوى)	1.5
a–3) هامش الأمان	القانون + تعويض + حساب البسط + النتيجة	$\mathbf{MS = 33.33\%}$	1.5
b–3) كمية التعادل الجديدة	قانون التكاليف + حساب + قانون الكمية + تعويض + حساب المقام + النتيجة	$\mathbf{Q'_{BE} = 3300\ Units}$	1.5
a–4) مرونة الطلب	دالة الطلب + المشتقة + القانون + حساب $\mathbf{Q}$ + التعويض + التفسير	$\mathbf{E_d \approx -2.57}$ (طلب مرن)	2
b–4) التوصية	التحليل + الاستنتاج	ينصح بخفض السعر لزيادة الإيراد	1
المجموع			20