

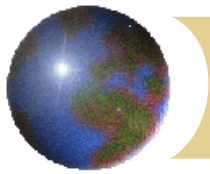


**Département Maths**

**Spécialité: Maths Appliquées**

# **CHAPITRE 5**

## **ACP Exemple Complet**



## Matrice des données X

|    |    |    |
|----|----|----|
| 21 | 38 | 52 |
| 4  | 51 | 67 |
| 67 | 83 | 0  |
| 67 | 3  | 38 |
| 93 | 5  | 6  |

## Matrice centrée Y

|       |     |       |
|-------|-----|-------|
| -29.4 | 2   | 19.4  |
| -46.4 | 15  | 34.4  |
| 16.6  | 47  | -32.6 |
| 16.6  | -33 | 5.4   |
| 42.6  | -31 | -26.6 |

## Matrice des variances-covariances S

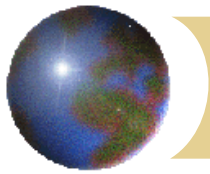
|         |        |         |
|---------|--------|---------|
| 1076.6  | -368.6 | -750.24 |
| -368.6  | 897.6  | -66.2   |
| -750.24 | -66.2  | 671.84  |

## Valeurs propres

$\lambda_1 = 1732.20$   
 $\lambda_2 = 906.65$   
 $\lambda_3 = 7.28$

## Vecteurs propres U

|       | $u_1$ | $u_2$ | $u_3$ |
|-------|-------|-------|-------|
| $x_1$ | 0.79  | -0.06 | 0.62  |
| $x_2$ | -0.30 | -0.90 | 0.31  |
| $x_3$ | -0.54 | 0.43  | 0.73  |



## Coordonnées des individus ( $C_0= XU$ )

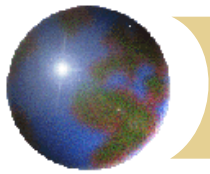
| $u_1$  | $u_2$  | $u_3$ |
|--------|--------|-------|
| -34.15 | 8.16   | -3.40 |
| -59.54 | 3.84   | 1.03  |
| 16.25  | -57.29 | 1.07  |
| 20.21  | 31.14  | 3.94  |
| 57.24  | 14.14  | -2.65 |

ex. individu 4 sur le 2e vecteur:  
 $16.6*(-.06) - 33*(-0.90) + 5.4*.43 =$   
31.14 (aux arrondis près)

## Coordonnées des variables $U\Lambda^{1/2}$

|       | $u_1$  | $u_2$  | $u_3$ |
|-------|--------|--------|-------|
| $x_1$ | -32.73 | -1.66  | 1.66  |
| $x_2$ | 12.68  | -27.13 | 0.83  |
| $x_3$ | 22.37  | 12.95  | 1.96  |

ex. variable 2 sur le 1er vecteur:  
 $-.30*(1732.2)^{1/2}$   
= -12.68 (aux arrondis près)



## Qualité de représentation des individus

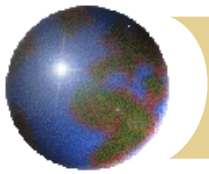
| $u_1$ | $u_2$ | $u_3$ |
|-------|-------|-------|
| 0.94  | 0.05  | 0.01  |
| 1.00  | 0.00  | 0.00  |
| 0.07  | 0.93  | 0.00  |
| 0.29  | 0.70  | 0.01  |
| 0.94  | 0.06  | 0.00  |

ex. Observation 4 sur le vecteur 2  
 $31.14^2 / (16.6^2 + 33^2 + 5.4^2) =$   
 $969.7 / 1393.72 = 0.70$

## Qualité de représentation des variables

|       | $u_1$ | $u_2$ | $u_3$ |
|-------|-------|-------|-------|
| $x_1$ | 0.99  | 0.00  | 0.00  |
| $x_2$ | 0.18  | 0.82  | 0.00  |
| $x_3$ | 0.74  | 0.25  | 0.01  |

ex. Variable 3 sur le vecteur 1:  
 $(-22.37)^2 / 671.24 = 0.74$



## Contributions des individus

| $u_1$ | $u_2$ | $u_3$ |
|-------|-------|-------|
| 0.13  | 0.01  | 0.32  |
| 0.41  | 0.00  | 0.03  |
| 0.03  | 0.72  | 0.03  |
| 0.05  | 0.21  | 0.43  |
| 0.38  | 0.04  | 0.19  |

ex. individu 4 sur le 3e vecteur  
 $3.94^2 / (5 * 7.28) = 0.43$

## Contribution des variables

|       | $u_1$ | $u_2$ | $u_3$ |
|-------|-------|-------|-------|
| $x_1$ | 0.62  | 0.00  | 0.38  |
| $x_2$ | 0.09  | 0.81  | 0.10  |
| $x_3$ | 0.29  | 0.19  | 0.53  |

ex. Variable 1 sur le 3e vecteur  
 $0.62^2 = .38$